



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO  
TOCANTINS  
CAMPUS PALMAS  
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**CÉSAR MACHADO DE OLIVEIRA**

**ANÁLISE DE ALGUNS ESTUDOS REALIZADOS NO BRASIL SOBRE AS  
DIFICULDADES COM A LINGUAGEM SIMBÓLICA DA MATEMÁTICA**

**PALMAS  
2022**

**CÉSAR MACHADO DE OLIVEIRA**

**ANÁLISE DE ALGUNS ESTUDOS REALIZADOS NO BRASIL SOBRE AS  
DIFICULDADES COM A LINGUAGEM SIMBÓLICA DA MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Coordenação do Curso de Licenciatura em  
Matemática da Unidade *campus* Palmas, do  
Instituto Federal do Tocantins, como exigência à  
obtenção do título de Licenciatura em Matemática

Orientador: Prof. Me. Magno Márcio de Azevedo

**PALMAS  
2022**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Bibliotecas do Instituto Federal do Tocantins**

---

O48a Oliveira, César Machado  
Análise de alguns estudos realizados no Brasil sobre as  
dificuldades com a linguagem simbólica da matemática / César  
Machado Oliveira. – Palmas, TO, 2022.  
41 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) –  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins,  
Campus Palmas, Palmas, TO, 2022.

Orientador: Me. Magno Márcio Azevedo

1. Linguagem matemática. 2. Símbolos matemático. 3.  
Dificuldades em matemática. I. Azevedo, Magno Márcio. II. Título.

**CDD 510**

---

A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio, deste documento é autorizada para fins  
de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica do IFTO com os dados fornecidos  
pelo(a) autor(a).



Ministério da Educação  
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins  
CAMPUS PALMAS  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**FOLHA DE APROVAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO  
DE CURSO DE GRADUAÇÃO**

1. **TÍTULO: ANÁLISE DE ALGUNS ESTUDOS REALIZADOS NO BRASIL SOBRE AS DIFICULDADES COM A LINGUAGEM SIMBÓLICA DA MATEMÁTICA**
2. **AUTOR: CÉSAR MACHADO DE OLIVEIRA**
3. **ORIENTADOR: Prof. Mestre Magno Márcio de Azevedo**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, *campus* Palmas, como parte das exigências para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 12/08/2022.

Prof. Me. Magno Márcio de Azevedo  
IFTO – Campus Palmas  
Presidente/Orientador

Prof. Dr. Carlos Eduardo da Silva Santos  
IFTO – Campus Palmas  
Avaliador 1

Prof. Me. Edson Luiz Kraemer  
IFTO – Campus Palmas  
Avaliador 2

---

Documento assinado eletronicamente por **Magno Marcio de Azevedo, Servidor,**



em 12/08/2022, às 17:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Carlos Eduardo da Silva Santos, Servidor**, em 12/08/2022, às 17:56, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Edson Luiz Kraemer, Servidor**, em 12/08/2022, às 17:57, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [http://sei.iftto.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](http://sei.iftto.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **1718571** e o código CRC **F3C3BB49**.

Quadra 310 Sul, Lo 5, s/n, esquina com a Avenida NS 10 - Plano Diretor Sul — CEP 77.021-090  
Palmas/TO — (63) 3236-4000  
portal.iftto.edu.br — reitoria@iftto.edu.br

Dedico esse trabalho a minha família!  
Que Deus os abençoe sempre!

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar agradeço a Deus pelo dom da vida, e assim ter a oportunidade de realizar esse trabalho.

Aos meus pais, José Francisco e Maria Helena, pelo amor incondicional e por sempre acreditarem em mim, mesmo nos momentos mais difíceis.

A minha amada esposa, Josélia, por me incentivar constantemente durante o curso.

A minha sogra, dona Damiana, que fielmente me ajudou nas suas orações.

Ao meu irmão Sérgio e, em geral a toda minha família.

A meu orientador, Prof. Me. Magno Márcio de Azevedo, por ter estado sempre disposto e dado sua rica contribuição, tanto acadêmica como humana, flexibilizando seus horários em prol desse trabalho.

Ao meu grande amigo, João Rubens pelas palavras de conforto, carregadas de otimismo dizendo que iríamos conseguir formar juntos.

A todos os professores do curso, por terem se doado ao ensino.

Enfim, sou grato a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para realização deste trabalho de conclusão de curso.

*“A Matemática é o alfabeto com qual Deus escreveu o universo!”*

*(Galileu Galilei)*

## RESUMO

O objetivo deste estudo é investigar as produções científicas acerca das dificuldades encontradas dentro do processo ensino-aprendizado da educação matemática brasileira, especialmente, dificuldades advindas da má interpretação em linguagem matemática e do significado dos seus respectivos símbolos. Foram selecionadas 6 dissertações, através do sitio eletrônico, [catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/](http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/), publicadas nos anos 2019, 2020 e 2021 respeitando-se critérios de busca predeterminados. Para a pesquisa bibliográfica de natureza básica utilizou-se a meta-análise qualitativa, ou seja, a compressão do pesquisador sobre os textos selecionados. Primeiramente foi feito um quadro contendo o título do trabalho, o nome do autor e ano; em seguida, foram feitas sínteses de cada trabalho e, posteriormente discutidas. Os resultados possibilitaram responder à questão da pesquisa sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos a respeito da linguagem e simbologia matemática.

**Palavras-chave:** dificuldades em matemática, linguagem matemática; símbolos matemáticos; ensino-aprendizado.

## ABSTRACT

The objective of this study is to investigate the scientific productions about the difficulties encountered within the teaching-learning process of Brazilian mathematics education, especially difficulties arising from misinterpretation in mathematical language and the meaning of their respective symbols. Six dissertations were selected through the electronic site, [catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/](http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/), published in the years 2019, 2020 and 2021, respecting predetermined search criteria. For the bibliographic research of a basic nature, qualitative meta-analysis was used, that is, the researcher's understanding of the selected texts. First, a table was made containing the title of the work, the author's name and year; then, syntheses of each work were made and, later, discussed. The results made it possible to answer the research question about the difficulties faced by students regarding language and mathematical symbology.

**Keywords:** difficulties in mathematics, mathematical language; mathematical symbols; teaching-learning.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>1 LINGUAGEM MATEMÁTICA E SUAS DIFICULDADES</b> .....	14
1.1 BREVE HISTÓRIA DOS SÍMBOLOS MATEMÁTICOS.....	16
<b>2 PESQUISA SOBRE DIFICULDADES COM LINGUAGEM E SÍMBOLOS MATEMÁTICOS</b> .....	20
2.1 METODOLOGIA .....	20
2.2 Análise das dissertações .....	22
2.1.1 Primeira dissertação analisada .....	23
2.1.2 Segunda dissertação analisada .....	26
2.1.3 Terceira dissertação analisada .....	27
2.1.4 Quarta dissertação analisada.....	29
2.1.5 Quinta dissertação analisada.....	32
2.1.6 Sexta dissertação analisada .....	33
2.1.7 Discussões sobre as dissertações analisadas .....	35
<b>3 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	37
<b>4 REFERÊNCIAS</b> .....	39

## INTRODUÇÃO

No decorrer do tempo o processo de ensino-aprendizagem veio se modificando, e novos métodos foram criados, com o intuito de melhorar e facilitar o aprendizado individual e/ou coletivo. Com isso foram introduzidas várias metodologias como o uso de materiais manipuláveis, recursos tecnológicos, entre várias outras. A didática e a linguagem também passaram por mudanças, a fim de encontrar a forma mais adequada de ensinar gerando assim um produto educacional cada vez melhor.

Facilitar o processo ensino-aprendizagem, instigar e envolver o aluno através de diferentes métodos educacionais são objetivos inerentes das mais variadas práticas pedagógicas na busca de esclarecer e superar as dificuldades escolares. Mas qual seria o modelo necessário e suficiente para o ensino? Segundo PÉREZ (2008) na nova sociedade a aprendizagem substitui o ensino, deve haver uma nova compreensão do conhecimento dinâmico, e o desenvolvimento sistemático de novas formas de aprender a ensinar. É preciso estar sempre inovando e buscando formas que contribuem para uma educação cada vez mais eficiente.

Observou-se, durante leituras, pesquisas na internet, no estágio curricular, PIBID e Programa Mais Educação-MEC que muitos alunos têm dificuldades com a linguagem matemática e com o significado dos seus símbolos. Ficou evidente, que os estudantes ao lerem textos onde aparecem sentenças e símbolos matemáticos, tinham dúvidas e até mesmo curiosidade com a simbologia. Algo que se faz extremamente necessário para extrair as informações pertinentes à organização das sentenças matemáticas e por fim chegar ao resultado estipulado pelo educador.

Conforme TRETTEL (2010, p. 15):

Pode-se notar que alguns alunos do Ensino Médio têm curiosidade em saber a origem dos símbolos matemáticos por eles utilizados, e este conhecimento pode auxiliá-los na compreensão dos conteúdos vistos dentro e fora da sala de aula, e em sua forma de resolução. O fato de não terem sido apresentados à matemática de uma forma que possa levá-los à construção do conhecimento aumenta a dificuldade.

Logo, quando um aluno demonstrar certa curiosidade, o professor deve

aproveitar a oportunidade e enfatizar a importância, não só histórica, mas, sobretudo prática, do ponto de vista algébrico, dos símbolos matemáticos. Promovendo assim um melhor aprendizado e desenvolvimento das habilidades dos alunos.

Segundo BRITO (2001, P. 78) “o professor é constantemente solicitado a usar conceitos de maneira contextualizada, mas ele necessita, antes, estabelecer o significado da palavra ou símbolo quando usados de forma isolada”. O domínio da linguagem, certamente ajuda a amenizar as dificuldades enfrentadas pelos alunos no dia a dia escolar, visto que o educador e educando poderão estabelecer um diálogo matemático com maior clareza, tornando o ambiente de sala de aula mais agradável e estimulante. Fazendo com que o processo ensino-aprendizado se torne mais prazeroso. É preciso familiarizar o aluno com a linguagem matemática, os símbolos e seus respectivos significados dentro de cada contexto. Entretanto nem sempre isso acontece, pois, os alunos não estão habituados de forma adequada com a linguagem matemática assim como estão com a linguagem cotidiana.

Por exemplo, utiliza-se, com frequência, nas aulas sobre frações, a frase reduzir ao mesmo denominador. Reduzir, para a maioria das pessoas, no seu dia a dia, tem o significado de tornar menor. Se não for explicado o sentido dessas palavras em contexto de uso, dificilmente um aluno tomará reduzir como sendo converter ou trocar. (LORENSATTI, 2009.p. 99)

A matemática por si é uma ciência cujos símbolos fazem parte desde a sua origem, simbologia essa que se relacionam segundo determinadas regras. “Esse conjunto de símbolos e regras deve ser entendido pela comunidade que o utiliza. A apropriação desse conhecimento é indissociável do processo de construção do conhecimento matemático” (LORENSATTI, 2009, p. 90).

Mediante as dificuldades citadas no ensino de matemática, a pesquisa tem por objetivo geral investigar e analisar as produções científicas acerca das dificuldades encontradas dentro do processo de ensino-aprendizado na educação matemática brasileira, especialmente, dificuldades em leitura, escrita e interpretação da linguagem matemática e no significado dos seus respectivos símbolos.

Acerca dos objetivos específicos, temos:

- Identificar e coletar dissertações que tratam das dificuldades no processo ensino-aprendizado de matemática no ensino fundamental II e ensino médio
- Identificar o grau de conhecimento dos alunos quanto ao significado e origem

dos símbolos matemáticos por eles utilizados;

- Evidenciar os reflexos negativos da falta de conhecimento em linguagem e símbolos matemáticos por parte dos alunos;
- Identificar quais tipos de abordagem metodológicas estão sendo empregadas pelos pesquisadores e quais as suas contribuições para sanar ou diminuir as dificuldades em linguagem e símbolos matemáticos
- Apresentar aos professores e interessados pela educação matemática a importância da simbologia matemática e de sua respectiva “tradução”, melhorando assim o ensino-aprendizado ao ponto que todos possam interpretar, manipular e aplicar os sinais matemáticos, seja no âmbito escolar ou no dia a dia.

Para coleta de dados fizemos, primeiramente um levantamento bibliográfico, no qual foram realizadas buscas no sítio eletrônico <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>, pois o mesmo possui um banco de dados relevante para a pesquisa científica. Buscamos por dissertações publicados nos anos de 2019, 2020 e 2021, utilizando no campo de busca as palavras-chave: dificuldades em matemática, linguagem matemática e símbolos matemáticos.

Nessa perspectiva, este trabalho foi estruturado, além dessa introdução, em três capítulos. No primeiro capítulo foi abordada a revisão de literatura, destacando os seguintes pressupostos: Linguagem matemática e suas dificuldades e, breve história dos símbolos matemáticos.

No segundo capítulo consta-se a metodologia, abordando o tipo de pesquisa utilizada, como foi desenvolvido o trabalho, os instrumentos de pesquisa, bem como a caracterização de todo o processo da pesquisa e sua descrição. Ainda nesse mesmo capítulo discorreremos das análises individuais de cada dissertação seguida de uma discussão de modo a comparar os resultados obtidos.

No terceiro capítulo concluiremos nosso trabalho apresentando as considerações finais.

## 1 LINGUAGEM MATEMÁTICA E SUAS DIFICULDADES

No começo da jornada escolar a criança vai aprendendo conceitos como: menor/maior, pequeno/grande, vazio/cheio, menos/mais. Tais conceitos fazem parte do seu dia a dia e isso facilita bastante o aprendizado. Logo, nessa fase, pressupõe-se que a matemática possa ser mais fácil de ser compreendida. Entretanto, ao passo que os estudos vão avançando começam a aparecer conceitos e conteúdos mais difíceis, com novas linguagens e símbolos, distanciando cada vez mais a matemática escolar do cotidiano e tornando-a mais abstrata, sendo indispensável a compressão da linguagem simbólica para o sucesso do aprendizado.

Neste sentido, VITÓRIA (2016, p. 13) afirma que:

A linguagem matemática é, na realidade, uma segunda língua e aprender as regras sintáticas dessa nova língua é um dos grandes desafios a serem enfrentados para a aquisição dos conceitos matemáticos VITÓRIA (2016, p. 13).

De modo geral a linguagem pode ser manifestada de forma verbal, corporal, musical, simbólica, etc. Tendo suas características e valores de acordo com a utilização de cada indivíduo para expressar sejam sentimentos e/ou comunicar-se. Logo a linguagem é de suma importância para os indivíduos. Em matemática todas as palavras e símbolos têm seus respectivos significados.

LORENZATO (2008, p. 43) defende essa ideia quando afirma que “a matemática também possui uma linguagem própria que se apresenta com seus termos, símbolos, tabelas, gráficos, entre outros”. Sendo assim, o professor deve ensinar com muita dedicação a linguagem matemática aos seus alunos, pois esse conhecimento é essencial para o sucesso escolar.

É indispensável que o aluno conheça e interprete a linguagem matemática, afim de que se estabeleça uma melhor comunicação com o seu educador. É claro que apenas o conhecimento simbólico dessa ciência não é suficiente para alcançar bons resultados, mas é parte integrante do processo. Portanto, o domínio da linguagem matemática se faz necessário para estabelecer ligações entre o visível e o invisível, e/ou entre o concreto e o abstrato.

Entretanto não é o que aponta ALBUQUERQUE (2021, p. 12) quando diz que “os alunos demonstram não compreender o significado da linguagem simbólica

utilizada e, conseqüentemente, tem dificuldade em assimilar os conteúdos lógicos envolvidos”. Possivelmente pelo fato de não estarem preparados e estimulados com os conteúdos apresentado pelo professor.

A linguagem, de modo geral é um instrumento importantíssimo, sendo ela a maior forma de interação entre os seres humanos no qual possibilita novos vínculos sociais e, conseqüentemente, uma melhor representação do mundo, colocando em prática o pensamento crítico construtivo KOCH (2003). Da mesma forma a linguagem matemática é necessária para a compreensão e aprendizado, logo, o não entendimento de tal linguagem pode comprometer a relação do estudante com a disciplina. É necessário que se aprenda a ler e escrever textos em matemática para que se possa dar significado e, posteriormente encontrar a solução dos problemas. É preciso de fato aprender o conteúdo, não apenas decorá-lo. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio-PCN destaque que: “a memorização indiscriminada de símbolos, fórmulas e nomes não contribui para o desenvolvimento de competências e habilidades desejáveis no ensino médio” BRASIL (2002, p.238).

É muito importante que o aluno aprenda sobre a linguagem matemática, pois isso irá refletir significadamente em sua vida escolar e social, tendo em vista que a todo momento lhe é apresentada informações matemáticas como em jornais, revistas quando se utiliza dados estatísticos, em transações bancárias, caixa eletrônico e até mesmo em compras de equipamentos eletroeletrônicos, etc.

De acordo com CARRASCO (2000, p.192).

A dificuldade de ler e escrever em linguagem matemática, onde aparece uma abundância de símbolos, impede muitas pessoas de compreenderem o conteúdo do que está escrito, de dizerem o que sabem de matemática e, pior ainda, de fazerem matemática.

Logo, há uma grande importância em saber interpretar a linguagem matemática, pois assim o aluno irá lidar com os símbolos de forma significativa, o que fará dele um detentor de outra forma de comunicação e, por meio da linguagem matemática ele irá expressar melhor suas ideias. Corroborando ainda mais com esse pensamento o Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio-PCN, diz ainda que o aluno deve “expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta. ”

Aplicar a matemática no dia a dia sendo que são necessárias a conceituação e a manipulação, pois diante de um problema técnico ou mesmo do dia a dia esse

nunca será apresentado sob a forma de uma equação ou fórmula matemática, mas sim em termos cotidiano. O aluno tem que traduzir tudo para a matemática e, para isso tem que saber a teoria e depois manipular os dados usando a linguagem e simbologia correta.

Sendo a matemática uma ciência com linguagem própria, repleta de símbolos, para que possa haver comunicação é preciso que o aluno entenda as falas do professor e faça as devidas codificações, gerando assim um diálogo claro e coerente. Desse modo o aluno estará apto para usar a simbologia com a devida escrita dando significado à sua forma de pensar e de se expressar. Se todo esse processo se der de forma satisfatória, pode-se admitir que houve uma comunicação. Assim o aluno fará as conexões de que precisa para adquirir cada vez mais conhecimentos. Conforme MENEZES (2004, p. 11) “a linguagem é um aspecto central em todas as atividades humanas e em particular nas aulas”.

Quando o aluno percebe que suas habilidades em matemática estão sendo úteis na construção de novos conhecimentos e conceitos, isto tornará o estudo mais satisfatório e com maior significado.

### **1.1 Breve História dos Símbolos Matemáticos**

O contexto histórico da matemática é importante para que se tenha um maior entendimento da trajetória, dos conceitos e métodos matemáticos, pois permite conhecer e esclarecer as ideias que sustentaram e deram forma à essa ciência. As necessidades, a cultura e os homens que desenvolveram a simbologia matemática são fatores norteadores das soluções finais. Segundo SCHENDER (2013, p. 10), “a história é um instrumento importantíssimo para explicar a origem dos vários axiomas, conceitos, fórmulas, postulados”.

É sabido que a história dos símbolos matemáticos é milenar. Os elementos simbólicos que representam quantidades, situações, objetos ou conjuntos dessa linguagem universal são provenientes de várias culturas, cuja formalização linguística foi de fundamental importância para a humanidade.

Ainda conforme STEWART:

A matemática não surgiu completamente formada. Ela cresceu a partir de esforços acumulados de muitas pessoas, de muitas culturas, que falavam muitos idiomas. Ideias matemáticas que ainda são usadas atualmente remontam a mais de 4 mil anos (STEWART, 2014, p. 56).

História essa que conta como eram as primeiras formas de contar. Com a crescente evolução da humanidade foram surgindo novas necessidades, onde a aplicação matemática era cada vez mais frequente como a divisão de terras, a contagem do tempo, o comércio, entre outros.

Porém por toda a Antiguidade e uma grande parte da idade média, a matemática desenvolvida e registrada não se utilizava de muitos símbolos matemáticos, assim a escrita desses registros eram todos feitos na língua escrita local. Esses escritos costumavam ser de tamanhos consideráveis, pois muitas palavras necessitavam serem escritas para se esclarecer uma ideia, ideia essa que hoje pode ser expressa com muita clareza em poucas linhas, utilizando-se da simbologia matemática (SANTOS, 2016, p. 34).

Entretanto a escrita matemática não se fez de maneira rápida e simples. A construção e consolidação da matemática “[...] foi sendo desenvolvida aos poucos, em diversas partes do mundo”. Os termos utilizados para descrever as áreas da matemática como “aritmética e álgebra, provem do grego e do árabe, respectivamente” SANTOS (2016, p. 34). Os matemáticos foram criando símbolos e adaptando-os às suas escritas, a fim de facilitar o desenvolvimento de suas teorias.

A divulgação do sistema decimal, feita em 825 d. C. por Al-Khowarizmi, ao fazer a tradução de livros indianos para o árabe, ocasionou um grande avanço para a universalização da matemática, pois esse sistema foi aceito e adotado por grande parte dos estudiosos, acarretando nos primeiros passos para a construção formal e universal da linguagem matemática. Com o passar do tempo e com a necessidade de novas descobertas, os números não conseguiam por si só satisfazer todas as necessidades dos matemáticos conforme ainda SANTOS (2016)

Depois da difusão do sistema de numeração decimal os matemáticos utilizavam esse sistema para a representação dos números, mas ainda precisavam de outras representações simbólicas para indicar as operações e até mesmo abreviações SANTOS (2016, p. 35).

Alguns símbolos sofreram modificações desde a sua primeira forma, já outros são usados até hoje no seu formato inicial. Por outro lado, alguns símbolos simplesmente não foram aceitos pela comunidade dos matemáticos.

O primeiro registro dos símbolos + e – ocorreu numa aritmética de autoria de Johann Widman (nascido 1460 na Boêmia), publicada em Leipzig no ano de 1489. No caso, esses símbolos eram usados meramente para indicar excesso e deficiência e não com os significados operacionais de hoje. É bastante provável que o primeiro desses sinais seja uma contração da palavra latina *et*, que era usada frequentemente para indicar adição; e é

possível que o segundo desses sinais decorra da abreviação para menos. Já se deram outras explicações possíveis. Em 1514, o matemático holandês Vander Hoecke usou + e – como símbolos de operações algébricas, mas é provável que eles já tivessem sido usados antes com o mesmo significado. (IFRAH, 1998, p.138 apud TRETTEL, 2010).

Aborrecido por sempre ter que escrever, por extenso, que o lado de uma determinada equação era igual ao outro lado, o médico e matemático Robert Recorde (1512-1558) escreveu em seu último livro, *A Pedra de Afiação*, publicado em 1557 o sinal de = (igual). Em seu formato original o símbolo era mais alongado por ser inspirado em duas retas paralelas, segundo dissera o próprio Robert: não há nada mais igual do que duas retas paralelas.

Roberto Record, matemático inglês, terá sempre seu nome apontado na História da Matemática por ter sido o primeiro a empregar o sinal = (igual) para indicar igualdade. No seu primeiro livro, publicado em 1540, Record colocava o símbolo  $\Psi$  entre duas expressões iguais; o sinal =, constituído por dois pequenos traços paralelos, só apareceu em 1557. Comentam alguns autores que nos manuscritos da Idade Média o sinal = aparece como abreviatura de palavra *est.* Guilherme Xulander, matemático alemão, indicava a igualdade, em fins do século XVI, por dois pequenos traços paralelos verticais; até então a palavra *aequalis* aparecia, por extenso, ligando os dois membros da igualdade. Os sinais > (maior que) e < (menor que) são devidos a Thomas Harriot que muito contribuiu com seus trabalhos para o desenvolvimento da análise algébrica (TAHAN, 2000, p. 101-102.)

O sinal de “x” para a multiplicação foi publicado pela primeira vez pelo matemático inglês William Oughtread (1574-1660), em sua obra *Clavis Matemática*, publicado no ano de 1631. O sinal foi inspirado na utilização a qual tinha o símbolo da cruz de San Andrés para os cálculos de proporções, ainda na antiguidade. Já com relação ao símbolo de “.”, que também é usado para representar a multiplicação, foi usado pela primeira vez pelo matemático alemão Gottfried Leibniz (1646-1716). Leibniz era bastante sistemático com a nomenclatura de suas escritas. Ele não gostava do “x” para representar a multiplicação.

Em 29 de julho de 1698, *Leibniz* escreveu em uma carta para *Jean Bernoulli*: “eu não gosto de ‘x’ como um símbolo para a multiplicação, porque é confundida facilmente com ‘x’; frequentemente eu relaciono o produto entre duas quantidades por um ‘ponto’. Daí, ao designar a relação (razão) uso não um ponto, mas dois pontos, que eu uso também para a divisão” EVES (1992, pág. 349 apud SILVA, 2013).

No trabalho de CAJORI (2007, p. 290) verifica-se, que “nos manuscritos de Leibniz ocorre ~ para “semelhança” e  $\cong$  para “igual e semelhante” ou “congruente”. O símbolo  $\int$ , utilizado no cálculo também é designado a Leibniz.

O símbolo  $\sqrt{\quad}$  usado para representar a radiciação nem sempre teve a forma atual. René Descartes (1596-1650) colocara uma barra subscrita no símbolo, de modo que ficou até hoje como nos conhecemos. “Alguns acreditam ter advindo de um ponto com uma cauda, enquanto que outros atestam que ele é uma variação de um “r” minúsculo”. Outro símbolo que teve sua forma original alterada e que é utilizado universalmente até os dias de hoje é o “n!” (N fatorial). A criação desse sinal é atribuída a Christian Kramp (1760-1826) de Estrasburgo que o usou em 1808 BERLINGHOFF e GOUVEIA (2010, P.122).

Giuseppe Peano (1858-1932) fez vários trabalhos na área de teoria dos conjuntos. Em seu trabalho nomeado de *Arithmetices principia: nova methodo exposita*, ele sistematizou e organizou as operações lógicas com um número reduzido de símbolos como, por exemplo: “ $\epsilon$ ”, “ $\supset$ ”, “ $\cap$ ”, “ $\cup$ ”, “ $C$ ” (PEANO, apud SILVA, 2013, p.3). Em 1900 no Congresso Internacional de Matemática em Paris, Bertrand Russell encontra Peano e, admirado por seus trabalhos faz muitos elogios ao amigo. Russell passou a adotar grande parte dos símbolos criados por seu amigo. Ele buscava resolver problemas da teoria dos conjuntos. Logo o uso de símbolos o ajudou bastante em seus estudos.

Outro que contribuiu significativamente com os símbolos foi o grande matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783). Sua contribuição se deu com os sinais “ $e$ ”, “ $\Sigma$ ”, “ $f(x)$ ” e “ $I$ ”.

Seja por necessidade ou por comodidade, no sentido de simplificar os seus trabalhos, o fato é que as criações dos símbolos matemáticos facilitaram e continuam facilitando os processos de ensino-aprendizado, bem como de estudos científicos. Esses sinais são conhecidos mundialmente, pois quando se vê já se sabe o seu respectivo significado dentro da matemática. Logo, BERLINGHOFF e GOUVEIA (2010, p. 73), afirmam que “os símbolos matemáticos se tornaram universais. São muito mais comumente entendidos que as letras de qualquer alfabeto ou as abreviações de qualquer língua”.

## **2 PESQUISA SOBRE DIFICULDADES COM LINGUAGEM E SÍMBOLOS MATEMÁTICOS**

Como dito anteriormente, coletamos dissertações na área de educação matemática através do sítio eletrônico <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>, onde escolhemos aquelas que tinham como um dos principais assuntos algum tipo de dificuldade em linguagem matemática e símbolos matemáticos tanto no ensino fundamental II como no ensino médio.

Para respondermos o problema de pesquisa estudado e atingirmos o objetivo de investigar e analisar as produções científicas acerca das dificuldades encontradas dentro do processo de ensino-aprendizado na educação matemática brasileira, especialmente, dificuldades em leitura, escrita e interpretação da linguagem matemática e no significado dos seus respectivos símbolos, analisamos os textos encontrados dando enfoque, sobretudo nas suas metodologias e/ou procedimentos metodológicos; fundamentação teórica e/ou referencial teórico e conclusão e/ou considerações finais buscando tendências e mutualidade entre as dissertações analisadas.

### **2.1 METODOLOGIA**

A pesquisa é de cunho bibliográfico que objetiva verificar trabalhos acadêmicos acerca das dificuldades com a simbologia matemática e linguagem matemática no ensino fundamental e no ensino médio.

[...] realizada com base em material já publicado. Tradicionalmente, esta modalidade de pesquisa inclui material impresso. Todavia, em virtude da disseminação de novos formatos de informação, estas pesquisas passaram a incluir outros tipos de fontes, como o material disponibilizado pela Internet GIL (2017, p. 29).

Trata-se de uma pesquisa básica, ou seja, que não visa aplicações práticas. “Objetiva gerar conhecimentos novos, úteis para o avanço da ciência, sem aplicação prática prevista. Envolve verdades e interesses universais” (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 36). É uma pesquisa qualitativa, pois visa explorar a produção de trabalhos acadêmicos na área de educação matemática e descrever um pouco das

dificuldades do processo ensino-aprendizado, sobretudo dificuldades com a simbologia e linguagem neles apresentadas.

Será utilizada a meta-análise qualitativa, ou seja, a compreensão do pesquisador sobre as obras selecionadas. O objetivo deste tipo de análise é de oferecer uma nova interpretação dos resultados, mais amplos ou gerais acerca de estudos já consolidados, conforme afirma FIORENTINI e LORENZATO (2006 apud TOSCHI, 2014, p. 35):

A meta-análise qualitativa é uma revisão sistemática, de outras pesquisas, visando realizar uma avaliação crítica dos mesmos e/ou [...] produzir novos resultados ou sínteses a partir do confronto desses estudos, transcendendo aqueles anteriormente obtidos.

Para coleta de dados foi feito primeiramente um levantamento bibliográfico no sítio eletrônico <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>, pois o mesmo possui um banco de dados relevante para a pesquisa científica. Buscamos por dissertações publicados nos anos de 2019, 2020 e 2021, utilizando no campo de busca as palavras-chave: dificuldades em matemática; linguagem matemática; símbolos matemáticos.

Ao fazer uma primeira busca, já utilizando a ferramenta “refinar meus resultados” e marcando as opções (tipo: mestrado), (ano: 2019 a 2021) foram encontradas 956 dissertações referentes às palavras-chave citadas a cima. Diante disso, foi feito um novo refinamento na busca, selecionando as opções (área do conhecimento: matemática) e (área de avaliação: matemática), reduzindo assim o número de teses para apenas 51 trabalhos.

Após a seleção das 51 dissertações foi feita a leitura do resumo das mesmas, a fim de identificar e selecionar as que tinham maior proveito no que se diz respeito às questões norteadoras dessa pesquisa, resultando assim em seis trabalhos aos quais foram lidos de maneira integral e feito um fichamento para serem discutidos.

Ao finalizarmos o fichamento com as devidas análises bibliográficas, ou seja, uma leitura interpretativa, analítica e reflexiva dos dados buscamos encontrar semelhanças e particularidades confrontando assim os resultados obtidos de modo a responder à essa pesquisa. SEVERINO (2002, p. 29 apud MARTINS, 2008, p. 13) chama essa análise de “análise interpretativa dos dados” onde é possível tomar “uma posição própria” a respeito das ideias do texto, lendo as entrelinhas e tendo

“um diálogo com o autor”.

Para elaborar as sínteses foi feito, primeiramente um quadro contendo as seguintes informações: Ano, Nível da educação, Título e Dificuldades encontradas. A descrição dos textos tem enfoque, sobretudo, nos objetivos, metodologias e/ou procedimentos metodológicos, resultados e/ou discussão dos dados e conclusão e/ou considerações finais.

## **2.2 Análise das Dissertações**

As análises das dissertações foram feitas levando em consideração, principalmente as suas metodologias e/ou procedimentos metodológicos, fundamentação teórica e/ou referencial teórico e conclusão e/ou considerações finais.

As dissertações coletadas estão listadas no quadro a seguir por ordem cronológica sendo classificadas em nível da educação básica, título e dificuldades encontradas. Logo após fizemos um breve relato sobre cada texto, buscando responder as perguntas que norteiam nossa pesquisa. Os textos estão dispostos de acordo com a sequência listada no quadro.

**Quadro 1 – Textos encontrados, nível de atuação na educação básica e dificuldades encontradas em matemática.**

Ano	Nível da Educação	Título	Dificuldades encontradas
2019	Ensino médio	Análise de erros: reflexões sobre o ensino de geometria no município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP	Linguagem matemática e significado dos símbolos.
2019	Ensino fundamental	Análise das dificuldades de aprendizagem algébrica manifestadas por alunos do 8º ano do ensino fundamental	Linguagem matemática e significado dos símbolos.
2020	Ensino médio	Uma estratégia para a OBMEP: o impacto das demonstrações sob a perspectiva da aprendizagem significativa	Linguagem matemática e significado dos símbolos.
2020	Ensino médio	O conceito de função e suas linguagens	Linguagem matemática e significado dos símbolos.
2020	Ensino fundamental	O SAEB em matemática: contexto de avaliação no 9º ano do ensino fundamental	Linguagem matemática e significado dos símbolos.
2021	Ensino médio	Dificuldades na aprendizagem e ensino de álgebra: atividades propostas para minimizar essas dificuldades	Linguagem matemática e significado dos símbolos.

Fonte: elaborado pelo autor

### 2.2.1 primeira dissertação analisada

**Título:** Análise de erros: reflexões sobre o ensino de geometria no município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP

**Autor:** José Marcos Nunes do Amarante

**Ano:** 2019

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal do Oeste do Pará, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

O texto trata de uma pesquisa realizada na cidade de Óbidos-PA com 31 alunos da escola São José, e 21 alunos da escola Mauricio Hamoy do 3º ano do Ensino médio tendo como objetivo analisar e classificar os erros cometidos pelos

alunos em questões de Geometria apresentados na 2ª fase da 13ª edição da OBMEP.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa, primeiramente foi feita a pré-análise do material e depois aplicada as questões 03 e 05 da prova OBMEP 13ª edição. Foi utilizada a metodologia de análise de erros, para classificar e analisar os erros cometidos pelos alunos nas questões estabelecidas. Em seguida, foi feito um levantamento sobre as respostas encontradas. A partir da pré-análise começou a exploração do material, que foi utilizada para obtenção dos resultados. O projeto se deu em quatro dias consecutivos.

No primeiro dia de pesquisa, na escola São José, foi feita a apresentação do pesquisador juntamente com o professor de matemática da turma, falando da importância da pesquisa, dos objetivos e de como seria o seu desenvolvimento. Todos os alunos aceitaram participar e colaborar com a pesquisa e logo em seguida já se deu início à aula na qual foi ministrada uma revisão dos assuntos de geometria plana e geometria espacial fazendo uso de recursos como quadro branco, pincel, computador e data show. Em seguida foram distribuídas listas de exercício com 04 questões relativas aos conteúdos abordados.

No segundo dia, após um momento de reflexão com alunos com o intuito de motivá-los nos estudos e a importância do mesmo na sua formação pessoal e profissional, deu-se continuidade com conteúdo expositivo. Após uma análise prévia das listas de exercícios da aula passada, já foi possível constatar que os alunos tinham pouca intimidade com o assunto. Foi trabalhada, ainda nesse dia, uma segunda lista de exercícios abordando os assuntos de áreas de figuras planas, onde novamente foram constatadas dificuldades, como interpretação sendo necessária a intervenção para ajudar os estudantes. Alguns chegaram a argumentar que não sabiam nada sobre o assunto.

No segundo dia, ocorreu a aplicação da prova com as duas questões de Geometria da OBMEP. Adotou-se para isso o que o pesquisador chama de classificação de erros. Já, na terceira aula foi abordado o assunto de funções, com o objetivo de construir o gráfico da mesma. Mais uma vez os alunos não conseguiram ter um bom rendimento, mesmo sendo um assunto de revisão dos conceitos já estudado por eles.

Já no quarto dia, foi aplicada uma prova com as questões 03 e 05 da OBMEP 13ª edição, na qual abordava o assunto de geometria analítica com o objetivo de

colher as respostas e analisar os possíveis erros cometidos pelos alunos.

O primeiro dia da aplicação da pesquisa na escola Mauricio Hamoy se deu de forma análoga a da escola São José. Em um primeiro momento foi feita a apresentação do pesquisador juntamente com o professor de matemática da turma, falando da importância da pesquisa, dos objetivos e de como seria o seu desenvolvimento. Todos aceitaram participar e contribuir com o projeto.

O plano de aula foi semelhante ao que tinha sido aplicado na escola São José abordando, também o mesmo assunto de geometria plana. A diferença se deu pela utilização de material pedagógico como folha de isopor, régua e por demonstrações de algumas fórmulas matemática. Posteriormente foi aplicada uma lista de exercício para ser resolvida em casa e entregue no dia seguinte.

No segundo dia, foi feita a resolução de apenas uma questão da lista, entregue na aula passada. Logo em seguida deu-se início a revisão do assunto de diferença de áreas de figuras planas, com o objetivo de melhorar a percepção espacial dos estudantes. Nesse mesmo dia foram trabalhadas questões que envolvem o teorema de Pitágoras e perímetros dando com isso o fim da revisão do dia.

Para o terceiro dia, foi feita uma revisão de sobre os conceitos de função com foco na construção de gráficos. Foi detectado que os alunos tinham grande dificuldade em determinarem coisas simples como as coordenadas do gráfico. Com isso houve a necessidade de intervenção para que os alunos conseguissem chegar aos resultados almejado.

No quarto dia aconteceu a aplicação das questões 03 e 04 da OBMEP, assim como na escola anterior. Foi estipulado o tempo de uma hora para resolução das duas questões. A grande maioria dos estudantes entregaram a prova dentro do tempo limite. Posto isso, encerrou-se a fase de coleta de dados.

Após a coleta dos dados foi feita a devida interpretação dos resultados chegando a cinco classes de erros, na qual destacamos aqui apenas uma que é o “erro devido a dificuldades de linguagem”. Conforme o autor esses erros se dão quando há uma má interpretação de conceitos, símbolos e vocabulários usados num texto matemático. Essa classe de erros teve frequência de 73,75% na questão de número 03 e 79,21% na questão de número 05, evidenciando que os alunos têm bastante carência com a linguagem matemática.

### 2.2.2. Segunda dissertação analisada

**Título:** Análise das dificuldades de aprendizagem algébrica manifestadas por alunos do 8º ano do ensino fundamental

**Autor:** José Airton do Nascimento

**Ano:** 2019

A dissertação foi apresentada como requisito para obtenção do grau de mestre em Matemática do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional da Universidade Estadual do Piauí – PROFMAT.

O texto trata de uma pesquisa de campo de abordagem qualitativa realizada na escola de tempo integral Ceti-pequena Rubim, em Teresina-PI com os objetivos específicos: reconhecer as possíveis dificuldades de aprendizagem de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em relação à Álgebra; identificar as causas e implicações dessas possíveis dificuldades de aprendizagem dos alunos envolvendo a Álgebra; analisar as implicações resultantes dessas dificuldades de aprendizagem; e, propor estratégias metodológicas como possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem de conceitos algébricos.

A pesquisa foi realizada com 20 alunos, indicados pela professora titular da turma do 8º ano do Ensino Fundamental. Foram aplicados 03 questionários chamados de Pré-teste, Teste e Pós-teste respectivamente nessa ordem. Foi utilizada também a técnica de observação e intervenção, registros escritos das falas dos alunos, para serem usados de forma complementar. Ambos os questionário tiveram o objetivo de refletir e analisar as implicações resultantes das dificuldades de aprendizagem que os estudantes apresentassem.

O pré-teste teve duração de 02 horas aulas e compunha de cinco questões referentes ao assunto de equações do 1º grau. Esse assunto foi escolhido com base nas dificuldades que os alunos tinham em equações do 1º grau, visto que a professora da turma já havia dito ao pesquisador das dificuldades deles nesse conteúdo. Na visão da professora da turma os alunos não conseguiam fazer uso adequado da linguagem matemática. Foram feitas observações e intervenções de modo a coletar dados.

Antes do fim da aplicação do pré-teste o pesquisador fez algumas intervenções para apresentação e discursão de alguns textos algébrico com auxílio de slides e data show com o intuito de explorar o significado da álgebra numa

perspectiva contextualizada sempre fazendo observações e anotações para coletar dados.

Para o questionário teste foram elaboradas cinco questões sobre os assuntos de equações do 1º grau, operações com polinômios e fatoração. Após o teste ser aplicado, através da técnica da observação, foi feita novamente a intervenção e apresentação de material impresso e data show para auxílio da regência junto aos alunos. A duração desse momento, também teve 02 horas aulas, onde foi possível ainda a apresentação de um texto composto de algumas atividades possibilitando complementações na obtenção dos dados.

Posteriormente foi aplicado o pós- teste com duração de 04 horas, que semelhante aos demais questionários teve 05 questões com os mesmos assuntos tratados no pré-teste e teste utilizando, também técnicas de observação e intervenções. Na ocasião foi apresentado e feito uso do “jogo bingo de operações com polinômios” onde o mesmo pode reforçar conceitos de álgebra.

A análise e discussão dos dados se deram conforme a resposta dada pelos alunos nos questionários sendo organizadas em três eixos. O primeiro eixo é denominado de diagnóstico dos conhecimentos prévios: a busca das dificuldades de aprendizagem algébrica. O segundo é o eixo das causas e implicações das dificuldades de aprendizagem algébrica: necessidade de intervenção. Já o terceiro eixo é chamado de organização do ensino: possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem algébrica.

O eixo de diagnóstico dos conhecimentos prévios: a busca das dificuldades de aprendizagem algébrica, remonta 30% dos alunos que não conseguem fazer uso adequado da linguagem e símbolos matemáticos para criação de expressões algébricas generalizadas, bem como elaboração de estratégias, a fim de resolver um problema.

Foi concluído que a dificuldade dos alunos em interpretar problemas era devido à falta de escrita e leitura em linguagem matemática, gerando como consequência a dificuldade em transcrever um problema real ou fictício para a linguagem matemática.

### **2.2.3 Terceira dissertação analisada**

**Título:** Uma estratégia para a OBMEP: o impacto das demonstrações sob a

perspectiva da aprendizagem significativa

**Autor:** Paulo Cesar Bernardo Silva

**Ano:** 2020

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do grau de mestre em do Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT.

O trabalho teve início com uma revisão bibliográfica e documental com o objetivo de formar uma base teórica para o tema pesquisado. Em seguida foi feita uma pesquisa quantitativa, em nível nacional, destinada aos professores de Matemática, que trabalham em Escolas Públicas e Privadas, por meio de um formulário elaborado na plataforma do Google, para investigar a metodologia aplicada na preparação dos alunos para as provas de 1ª e 2ª fases da OBMEP. No total, 27 professores responderam o questionário composto por 32 perguntas divididas em duas partes, sendo a primeira referente às metodologias adotadas e se havia algum tipo de programa na escola onde eles trabalhavam que visasse a preparação dos alunos para a OBMEP.

A segunda parte do questionário tem perguntas voltadas sobre as características do professor. No cabeçalho do questionário havia informações da pesquisa como o objetivo, nome do autor com o seu respectivo contato e informações que assegurava os dados e as respostas dos entrevistados. O questionário esteve disponível por um período de 15 dias.

Um dos objetivos específicos da pesquisa foi identificar as dificuldades apresentadas nas resoluções das questões das provas da OBMEP, por meio de uma avaliação semelhante à prova, incluindo capa com as devidas instruções para realização da prova e um cartão resposta, também semelhante ao da prova original.

A partir dos dados colhidos na pesquisa com os professores, escolheu-se uma Escola Pública do Distrito Federal, onde se procederam 03 encontros com uma turma de 30 alunos para realização da pesquisa. No primeiro encontro foi feita uma avaliação diagnóstica contendo capa com as devidas instruções para a realização e cartão-resposta semelhantes à prova da OBMEP. A mesma foi dividida em duas partes, sendo a primeira feita a aplicação de um simulado, idêntico ao da 1ª fase das olimpíadas com questões 05 questões objetivas, e a segunda parte, com 02 questões subjetivas, simulando a 2ª parte com o intuito de medir o nível de conhecimento dos alunos em relação aos assuntos mais cobrados nas provas da OBMEP, e analisar a escrita matemática e de que forma os alunos estão

empregando a linguagem matemática. De posse disso foi possível colher os dados necessários para trabalhar uma aula abordando demonstrações matemática. Os alunos tiveram um estímulo extra, uma vez que o professor titular da turma disse que a depender do desempenho do aluno o mesmo teria pontos extras para compor a nota final do semestre letivo.

Após ter traçado o perfil da turma no primeiro encontro, ou seja, conhecido as dificuldades foi possível estabelecer algumas condições para o próximo passo. No segundo encontro foi ministrada uma aula referente ao conteúdo de sequências e PA (progressões aritméticas), onde foram apresentadas demonstrações de fórmulas matemáticas despertando a curiosidade do aluno, a fim de criarem um gosto maior pela disciplina evidenciando a importância de aprender, de fato, as demonstrações evitando o “decoreba” e tornando o estudo mais prazeroso.

O terceiro encontro teve como objetivo determinar o aprendizado da aula passada, para tanto foi aplicada uma avaliação formativa, que assim como a avaliação diagnóstica essa foi dividida em duas partes, entretanto com uma diferença que nessa última era obrigatório que o aluno demonstrasse o passo a passo dos cálculos que culminaram suas respostas em ambas as fases. Ainda nesse mesmo dia aplicou-se um questionário para colher dados que pudessem viabilizar futuros programas de interesse na preparação para a OBEMEP.

A análise da avaliação diagnóstica se deu levando em consideração não somente a resposta final do aluno, mas o desenvolvimento completo da questão. Buscou-se entender o pensamento de cada resposta dentro de cada linha e entrelinha identificando os principais equívocos cometidos. Com isso foi constatado que os alunos apresentaram dificuldades com relação à linguagem Matemática, à escrita e à habilidade de argumentação.

Já com relação à avaliação formativa, obtiveram ótimos resultados. O autor credita às demonstrações matemáticas como um papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem, visto que desenvolvem a habilidade de argumentação e escrita Matemática, bem como a capacidade de formular conjecturas.

#### **2.2.4 Quarta dissertação analisada**

**Título:** O conceito de função e suas linguagens

**Autor:** Edna Machado da Silva

**Ano:** 2020

Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática apresentado a banca de defesa do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará.

A dissertação tratou de uma pesquisa de campo que foi realizada numa turma de 1º ano do ensino médio com 37 alunos, da rede pública estadual, no município de Belém-PA; tendo por objetivo geral investigar as potencialidades de uma sequência didática elaborada para o ensino e aprendizagem do conceito de função e suas linguagens no ensino médio.

Na busca de encontrar subsídios para a elaboração do material didático, bem como a escolha do melhor método a ser aplicado, recorreu-se às pesquisas em materiais acadêmicos e livros didáticos para verificar como estão sendo abordado o conceito de função por cada autor.

A análise dos livros permitiu verificar que são variadas as formas de ensinar o conceito de função, porém há predominância em algumas metodologias não deixando de haver críticas no que diz respeito ao formalismo empregado por alguns autores. Segundo a pesquisadora, os livros vêm sendo reformulados a cada edição, no que tange a metodologia, por terem que atender ao currículo brasileiro de matemática.

A revisão de estudos acadêmicos foi importante para a pesquisa como um todo, permitindo entender como se dão os conceitos e definições do assunto estudado. Foram analisadas propostas de ensino bem-sucedidas partindo de elementos históricos, conhecimentos prévios dos alunos, objetos matemáticos, obstáculos de aprendizagem e teorias metodológicas de ensino-aprendizagem, dando fundamentação e embasamento à autora.

Contudo, ouve ainda a necessidade de continuar na busca por uma melhor resposta ao problema pesquisado sendo imprescindível consultar alguns professores de matemática que ministram ou já ministraram o assunto de conceito de função em suas aulas, com o intuito de entender suas percepções acerca das dificuldades dos alunos nesse assunto. Para tanto foi elaborado um questionário contendo aspectos da formação acadêmica, tempo de experiência, metodologia adotadas em sala e, sobretudo, quais as principais dificuldades enfrentadas por seus alunos em aprender conceitos de função. Foram consultados 37 professores com faixa etária de 31 a 50 anos, sendo a maioria com larga experiência em sala de aula,

variado de 11 a 20 anos em ensino de matemática.

De posse dos aportes teóricos e metodológicos mencionado foi elaborada a sequência didática. Entretanto é preciso destacar que, antes da aplicação da sequência didática o aplicador deverá garantir que os alunos tenham alguns conhecimentos prévios como interpretação de situações que envolva soma e multiplicação, convertendo essa situação para a linguagem matemática; par ordenado, plano cartesiano, bem como leitura e interpretação de quadro, diagrama e tabelas dos quais estão inseridas no currículo escolar com previsão de serem alcançadas. Isso se deu por meio de uma atividade a qual foi produzida pela autora e denominada “oficina de teste de conhecimento” composta por três atividades com os seguintes títulos: O que é função; função como relação de dependência entre variáveis; função e suas representações.

Foi observado que os alunos tinham dificuldades em transcrever uma situação-problema (real/fictícia) da linguagem escrita (língua materna) para a linguagem Matemática (diagrama, gráficos, pares ordenados, equações, tabelas, quadros, etc.) e vice-versa e; na utilização de diferentes símbolos para representar variáveis dependente e independente. Os dados mostraram que em questões onde se faz necessário transcrever uma situação de língua materna para a linguagem matemática em 49% dos casos os alunos nem sequer tentam resolver a situação-problema e 21% chegam a fazer algum tipo de tentativa.

Por fim a aplicação da sequência didática se deu em três momentos com 6 grupos de 5 a 6 alunos estando todos com o termo de consentimento devidamente assinados pelos pais ou responsáveis e mediante ofício expedido pelo programa de pós-graduação que a escola recebeu foi possível dar os primeiros passos à aplicação prática do experimento.

Como mencionado, essa fase da pesquisa conta com três momentos onde a autora chama de episódios didáticos com cada episódio seguindo os mesmos temas da oficina de teste de conhecimento, que são: O que é função; função como relação de dependência entre variáveis; função e suas representações. Todos os encontros foram gravados e posteriormente transcritos.

Nos encontros foram utilizadas fichas de atividades de uma sequência didática, produzida pela pesquisadora fazendo uso do método interativo por meio de intervenções intencionais para construção autônoma de conhecimento. Foram aplicadas questões, sobretudo, de natureza discursivas com o intuito de avaliar a

habilidade dos estudantes em desenvolver e representar argumentos matemáticos buscando investigar a perspectiva dos alunos sobre a aprendizagem, de modo a obter resultado e respostas referentes às dificuldades em linguagem matemática e argumentação matemática.

Quanto as considerações finais o texto relata que os alunos tinham bastante dificuldade com a simbologia e linguagem matemática, implicando na falta de comunicação e argumentação em matemática. Diante disso, não era possível avançar de forma satisfatória dentro do conteúdo de funções.

## **2.2.5 Quinta dissertação analisada**

**Título:** O SAEB em matemática: contexto de avaliação no 9º ano do ensino fundamental

**Autor:** Pablo Diego Campos de Oliveira

**Ano:** 2020

Dissertação submetida à Coordenação Acadêmica do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Estadual do Piauí, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

O percurso metodológico do texto foi orientado pela abordagem qualitativa com o objetivo geral de analisar quais melhorias vem sendo feitas para um melhor desempenho matemático dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental na cidade de José de Freitas-PI, tomando como referência os resultados da Prova Brasil nos anos de 2013 a 2017.

O estudo discute acerca da qualidade do ensino em escolas públicas. Para tanto foi feito um levantamento dos três últimos resultados da Prova Brasil no que diz respeito a disciplina de matemática do 9º ano nas escolas públicas. Em seguida verificou-se quais tipos de medidas estão sendo tomadas pelas escolas no sentido de preparar os estudantes para a Prova Brasil, bem como a metodologia adotada pelos professores através de entrevistas semiestruturadas, buscando sempre pontos comuns nas falas dos sujeitos entrevistados de modo a organizar melhor os dados colhidos. Foram feitas sete entrevistas no total, sendo seis professores e uma supervisora da SEMED escola José de Freitas.

No decorrer do texto algumas falas dos entrevistados vão sendo descritas, analisadas e comentadas dando embasamento ao pressuposto de que as metas

estabelecidas para melhorar os resultados nas avaliações não estão tendo a eficácia esperada. As entrevistas constituem-se de perguntas fechadas e perguntas abertas, onde nessa segunda os participantes puderam argumentar a importância da pesquisa para a melhoria no processo ensino-aprendizado, ao mesmo tempo que puderam expor algumas fragilidades do sistema como, por exemplo, as aulas de reforço que ocorriam aos sábados, onde não eram disponibilizados transporte escolar contribuindo para a não participação de vários alunos no projeto.

Na subseção que traz um levantamento dos três últimos resultados da Prova Brasil, bem como as notas do IDEB foram apresentados os dados, em formato de gráficos onde foi possível verificar os baixos índices nas notas do IDEB que segundo a supervisora relatou em sua entrevista esses baixos índices estão relacionados diretamente com as dificuldades que os alunos têm em matemática.

Um dos principais aspectos relatados pelos professores e pela supervisora, que envolvem diretamente o aluno e que está intrinsecamente ligado ao processo de ensino aprendizagem é a dificuldade sentida pelos alunos com a linguagem matemática e seus símbolos.

### **2.2.6 Sexta dissertação analisada**

**Título:** Dificuldade na aprendizagem e ensino de álgebra: atividades propostas para minimizar essas dificuldades

**Autor:** Eduardo José de Oliveira Estevão

**Ano:** 2021

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia da Universidade Federal de Goiás, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

A dissertação é de cunho bibliográfico, classificada como exploratória. Os principais objetivos da pesquisa foram: observar a forma como é ensinada a álgebra na educação básica e como os estudantes a encaram, levando em conta as diferentes abordagens. Para isso buscou-se responder à duas questões. 1) Quais são as principais dificuldades dos estudantes na aprendizagem da Álgebra? 2) Quais os possíveis motivos destas dificuldades? Os dados obtidos na primeira pergunta foram analisados de forma qualitativa para responder a segunda pergunta.

Para determinar as principais dificuldades dos estudantes em aprender álgebra, ou seja, para colher os dados recorreu-se a um levantamento bibliográfico de produções nacionais e internacionais para realização de uma pesquisa de caráter descritiva. Os dados vão sendo mostrados de acordo com o desenvolvimento do trabalho, a exemplo, a primeira dificuldade encontrada está ligada a linguagem algébrica mal interpretada e no uso equivocado dos símbolos. Essa dificuldade aparece na secção 4.1 quando o autor cita o trabalho de Bezerra onde diz que: “muitos estudantes até sabem fazer, mas não possuem elementos simbólicos para expressar seu pensamento” BEZERRA (2016, p. 27 apud, ESTEVÃO, 2021, p. 72)

Posteriormente o autor faz menção ao texto de K. Gil (2008) intitulado de “reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra”, para enfatizar que o insucesso no estudo da álgebra por parte de grande maioria dos estudantes é devido a esta dificuldade (K. Gil 2008 apud, ESTEVÃO, 2021).

Foram desenvolvidos três quadros em que o primeiro trata das dificuldades em aprender álgebra. O segundo quadro diz respeito aos fatores que dificultam a aprendizagem em álgebra. Já o terceiro quadro faz uma relação entre os outros dois de modo que é possível relacionar as dificuldades com os fatores que geram tais dificuldades.

Posteriormente, no quadro 03 é possível identificar, por exemplo, que o fator que dificulta a aprendizagem em álgebra, chamado de “conhecimento sobre símbolos e seus significados” está diretamente relacionado as seguintes dificuldades: dificuldade em passar da linguagem escrita para a linguagem algébrica e vice-versa; dificuldade em entender o que lê e exprimir o que pensa; dificuldade em interpretar as letras; dificuldade com simplificação de expressões algébricas; dificuldade com simplificação de expressões algébricas, dificuldade com a noção de igualdade; dificuldade em usar as fórmulas, as propriedades e procedimentos. Segundo o autor é natural que o fator “conhecimento sobre símbolos e seus significados” gere tantas dificuldades na aprendizagem, visto que os sinais são indissociáveis dentro de qualquer situação matemática.

Por fim o trabalho conta ainda com sugestões de atividades que podem ser desenvolvidas com o objetivo de diminuir as dificuldades dos alunos como, por exemplo, o problema dos pinguins. Nessa atividade foi possível identificar as dificuldades como: dificuldade em entender o que lê e exprimir o que pensa; e dificuldade em passar da língua escrita para a linguagem algébrica. Como visto

antes essas dificuldades estão relacionadas com a falta de conhecimento sobre símbolos e seus significados.

Em suas conclusões o texto relata que uma forma de melhorar o ensino da álgebra seria um maior entendimento do simbolismo algébrico e suas diversas formas de linguagem por parte dos alunos. Dessa forma, o pensamento algébrico se desenvolve à medida que o aluno tem maior clareza da escrita matemática podendo se expressar, matematicamente, através de variadas formas.

### **2.3 Discussões sobre as dissertações analisadas**

Nessa secção não será discutida os referenciais teóricos das dissertações analisadas, entretendo é importante destacar que todos os trabalhos apontam, claramente, em seus respectivos referenciais que os alunos do ensino fundamental e médio tem dificuldades com relação a linguagem e os símbolos matemáticos.

Todos os textos citam dificuldades com a linguagem matemática e com os símbolos matemáticos. Em alguns trabalhos é evidenciado que essas dificuldades afetam significadamente, sobretudo, na leitura e interpretação dos enunciados seja em situações problema ou em teoria como nas definições, por exemplo. Já nos demais trabalhos, o efeito dessa dificuldade se dá em escrever e expressar-se matematicamente usando a simbologia correta. Ficou claro que a problemática em linguagem matemática tem sido comum para os alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio das escolas brasileiras.

Na dissertação intitulada de “Uma Estratégia para a OBMEP: o impacto das demonstrações sob a perspectiva da aprendizagem significativa” buscou resgatar as demonstrações matemáticas dentro da sala de aula, algo que de fato não é comum de se ver nos dias de hoje, salvo no ensino superior. Essa estratégia trouxe resultados satisfatórios, visto que uma demonstração matemática feita de forma clara, prática e objetiva pode sim estimular o aluno em sua vida escolar contribuindo para a melhoria da qualidade do ensino.

Podemos perceber claramente que a dificuldade na tradução da linguagem corrente para a linguagem algébrica e vice-versa esteve presente em todas as dissertações, sobretudo no trabalho de ESTEVÃO (2021) com o título “Dificuldades na Aprendizagem e Ensino de Álgebra: atividades propostas para minimizar essas

dificuldades”. O autor relata que durante a sua vida discente pode verificar que os alunos tinham pouco conhecimento dos símbolos matemáticos e de seus significados, implicando na dificuldade de tradução da linguagem corrente para a linguagem algébrica e vice-versa. Sendo assim eles não eram capazes de entender claramente os exercícios e por consequência não sabiam solucionar os problemas matemáticos. O autor completa ainda que era comum ouvir em suas aulas os muitos relatos de estudantes que se sentiam desmotivados ao estudar álgebra devido à linguagem formalmente simbólica que ela utiliza para produzir significados, dentre outras dificuldades relatadas.

Conforme descrito no trabalho analisado de AMARANTE (2019, p. 66) “Há um longo caminho a ser percorrido a fim de se alcançar um ensino de Matemática de qualidade, e para isso, todos precisam trabalhar juntos”. Muitos pesquisadores vêm se debruçando de modo a encontrar metodologias cada vez mais eficientes junto ao processo de ensino-aprendizagem, por vezes confrontando com o formato de ensino tradicional. E é nessa perspectiva que chamamos a atenção e assim exemplificar algumas das diferentes metodologias adotadas nos trabalhos aqui analisados. Continuando com AMARANTE (2019) verificamos que o autor utilizou a análise de erros como metodologia de pesquisa. Essa análise gera um campo fecundo para discussão de novas descobertas a partir do erro cometido pelo aluno em um determinado exercício.

Por sua vez, COSTA (2019) criou testes com variados exercícios de modo a analisar as estratégias adotadas por cada aluno na resolução dos problemas. Foram coletadas diferentes formas de resolução para um mesmo exercício. Segundo o autor, alguns dos caminhos adotados pelos alunos podem ser extrair bastantes proveitos de modo que a partir desses caminhos o professor poderá criar uma nova metodologia e aplicar para os demais alunos.

Todos os trabalhos tiveram bons resultados e respostas satisfatórias ao problema pesquisado, cumprindo fielmente com os objetivos. Percebemos que isso se deu graças a metodologia adota por cada autor e suas respectivas ferramentas para aplicação teórica e prática da pesquisa fazendo uso de materiais bem elaborados de fácil acesso e utilização por professores que desejarem também fazer uso desses métodos. SILVA (2020, p. 144) enfatiza dizendo que: “[...] o produto educacional aqui apresentado traz contribuições para o aluno, professor e saber quanto aos aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais”.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Há uma grande preocupação com a qualidade, e com os resultados dentro do processo ensino-aprendizado. Sendo assim, essa pesquisa teve por finalidade investigar as produções científicas acerca das dificuldades encontradas dentro do processo de ensino-aprendizado na educação matemática brasileira, na qual, optamos por focar nossa análise nas dificuldades em leitura, escrita e interpretação da linguagem matemática e no significado dos seus respectivos símbolos. Desta forma, realizamos a coleta de dados no sítio eletrônico <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>, buscando por dissertações publicadas nos anos de 2019, 2020 e 2021, utilizando no campo de busca as palavras-chaves: dificuldades em matemática, linguagem matemática e símbolos matemáticos.

Mediante os resultados obtidos nessa pesquisa entendemos que outros caminhos podem ser percorridos. Fizemos a escolha de pesquisar as dificuldades advindas da linguagem e da simbologia, mas existem outras possibilidades que podem contribuir no sentido de ampliar a investigação acerca da produção científica sobre dificuldades em matemática, uma vez que são várias as dificuldades dentro do ensino-aprendizado dessa disciplina.

Nesse sentido, situamos a importância de outras pesquisas como essa, para assegurar ou refutar aquilo que já foi feito, podendo até mesmo serem estudadas como linha de investigação, tornando mais eficiente e ampla a divulgação da produção bibliográfica, ampliando reflexões a respeito dos aspectos relacionados à formação docente inicial e continuada e do processo de ensino-aprendizado como um todo, gerando assim uma prática educacional cada vez mais voltada à melhoria da qualidade.

Ao fazermos as análises dos objetivos das dissertações chegamos à conclusão de que os estudos que envolvem as dificuldades em educação matemática são abrangentes, e com variados objetivos. Temos trabalhos cujo objetivo é investigar o professor quanto profissional, a metodologia, ainda o desenvolvimento de ferramentas facilitadoras, as diferentes escolas, e das dificuldades e preparação em provas específicas como ENEM e Saeb, por exemplo.

Portanto esse estudo teve grande relevância, uma vez que proporcionou a

produção de significados e reflexões acerca das dificuldades que os estudantes têm com a linguagem matemática e seus símbolos. Levando a comunidade docente a repensar o quanto o ensino-aprendizagem em matemática vem sendo eficaz ou não de modo que esses pensamentos venham a ser os primeiros passos para uma prática educacional cada vez melhor, em toda a sua esfera, gerando um produto educacional de qualidade.

## REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, A. de S., & Gonçalves Lima Junior, H. (2021). **Linguagem Matemática: conhecimento e uso de simbologias na interpretação de problemas**. *RECIMA21 - Revista Científica*

AMARANTE, José Marcos. **Análise de Erros**: reflexões sobre o ensino de geometria no município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP. Santarém, 2019 Dissertação (Matemática) - Universidade Federal do Oeste do Pará.

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática Através dos Tempos**: um guia fácil para professores e entusiastas. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2010.

BRASIL. PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Área Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

BRITO, M. R. F. (org.). **Psicologia da Educação Matemática**. Florianópolis: Insular, 2001. p. 69 – 84.

CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Trad. Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

CARRASCO, Lúcia H.M. **Leitura e Escrita na Matemática**. In: neves, iara c.b.et al. (org.). *Ler e escrever: compromisso de todas as áreas*. Porto alegre: editora da universidade, UFRGS, 2000.

COSTA, José Airton. **Análise das Dificuldades da Aprendizagem Algébrica Manifestada por Alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental**. Teresina, 2019 Dissertação (Matemática) - Universidade Estadual do Piauí.

ESTEVIÃO, Eduardo José. **Dificuldades na Aprendizagem e Ensino de Álgebra**: atividades propostas para minimizar essas dificuldades. Catalão, 2021 Dissertação (Matemática) - Universidade Federal de Goiás.

GERHARDT, Tatiana; SILVEIRA, Denise (org.). **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: **UFRGS, 2009**.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

LORENSATTI, Dei Jussara Candido. **Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo Necessário na resolução de problemas matemáticos**. *Conjectura*, v. 14, n. 2, p. 89-99, Caxias do Sul, 2009.

MARTINS, Adriano M. **Uma Metanálise Qualitativa das Dissertações sobre Equações Algébricas no Ensino Fundamental**. Mestrado em Educação Matemática. PUCSP, 2008.

MENEZES, L. **Matemática, Linguagem e Comunicação**. Millenium. Disponível em: Acesso em 26 mar. 2022.

PÉREZ GÓMEZ, A. I. **Compreender e Transformar o Ensino**. 4.ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

SANTOS, Natãna Lima. **A Linguagem Matemática como Tema de Estudo em Pesquisas de Educação Matemática**. São Paulo, 2016 Trabalho de Conclusão de Curso - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2016.

SCHENDER, Klim Wertz. **História da Matemática: a importância no processo do ensino-aprendizagem na educação básica**. Santos: 2013.

SILVA, Aldeni. **Por que Usamos Símbolos em Matemática?** Niterói, 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática) – Universidade Federal Fluminense.

SILVA, Edna Machado. **O Conceito de Função e Suas Linguagens**. Belém, 2020 Dissertação (Matemática) - Universidade do Estado do Pará. KOCH, I. G. V. A interação pela Linguagem. São Paulo: contexto, 2003.

STEWART, Ian. **Em Busca do Infinito: uma história da matemática dos primeiros números à teoria do caos**. Editora Schwarz-Companhia das Letras, 2014.

TAHAN, Malba. **Matemática Divertida e Curiosa**. 14<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: Record, 2000.

TOSCHI, Ana Carolina de Almeida. **Educação Matemática para Surdos: uma meta-análise de estudos realizados no Brasil acerca deste tema**. São Paulo: IFSP, 2014.

TRETTEL, Aline . **A Origem dos Símbolos Matemáticos como Forma de Ensino**. Assis, 2010 Trabalho de Conclusão de Curso (licenciatura em matemática) - Faculdade da Fundação Educacional Machado de Assis.

VITÓRIA, Jeania. **Leitura e Escrita para Aprendizagem nas Aulas de Matemática da Educação Básica**. Vitória da Conquista, 2016 Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.