



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS

CAMPUS PALMAS

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RITA LOPES DOS SANTOS

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO
DE CÔNICAS COM O *SOFTWARE* GEOGEBRA**

PALMAS

2019

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS

RITA LOPES DOS SANTOS

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO
DE CÔNICAS COM O *SOFTWARE* GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal do Tocantins
– Campus Palmas, como exigência à obten-
ção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Wallysonn Alves de
Souza

PALMAS

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecas do Instituto Federal do Tocantins

S237p Santos, Rita Lopes Dos
UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO
DE CÔNICAS COM O SOFTWARE GEOGEBRA / Rita Lopes Dos Santos.
– Palmas, TO, 2019.
40 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) –
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, Campus
Palmas, Palmas, TO, 2019.

Orientador: Dr. Wallysonn Alves de Souza

1. Ensino de cônicas. 2. GeoGebra. 3. Sequência didática. I. Souza,
Wallysonn Alves de. II. Título.

CDD 510

A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado para fins de estudo e
pesquisa, desde que citada a fonte.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica do IFTO com os dados fornecidos pelo(a)
autor(a).



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE CÔNICAS COM O SOFTWARE GEOGEBRA.

AUTORA: Rita Lopes dos Santos

ORIENTADOR: Prof. Dr. Wallysson Alves de Souza

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, *campus* Palmas, como parte das exigências para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em 14/02/2020.

Wallysson Alves de Souza

Prof. Dr. Wallysson Alves de Souza

IFTO – Campus Palmas

Presidente/Orientador

Prof. Me. José Ailton Rodrigues Soares

Prof. Me. José Ailton Rodrigues Soares

IFTO – Campus Palmas

Avaliador 1

Magno Márcio de Azevedo

Prof. Me. Magno Márcio de Azevedo

IFTO – Campus Palmas

Avaliador 2

Aos meus pais Benedita Neta Lopes da Silva e Eustáquio Martins dos Santos.

*Aos meus avós Júlia Ferreira dos Santos, Domingos de Souza, João Martins de França,
Alice Lopes da Silva e Alfredo Perreira da Silva.*

Aos meus bisavós Josefa Alves de Barros e Pantaleão Ferreira dos Santos.

Aos meus tataravós Maria Clara do Bonfim Lopes e Antônio Maurício Ferreira dos Santos.

Enfim, dedico esse trabalho a todos os meus antepassados.

Agradecimentos

- À minha iaiá Júlia (vó), por existir;
- Aos meus pais Eustáquio e Benedita, pelos ensinamentos e carinho;
- Aos meus filhos Júlia e Josep, amores da minha vida;
- Aos meus irmãos, em especial Euslane, William e Alisson, companheiros constantes;
- Ao meu orientador, Professor Dr. Wallysonn Alves de Souza, pelas suas contribuições, paciência e confiança;
- Ao Professor Magno, pelos momentos de sabedoria e aprendizado;
- Aos professores do curso de licenciatura em matemática do IFTO, pelas contribuições na minha formação;
- Aos meus colegas, Eliete, Claudiana, Mirene, Raquel, José Carlos, Dimas e Letícia;
- À todos que contribuíram para minha formação profissional e pessoal.

MUITO OBRIGADA!

VIVA!

Resumo

A matemática ao longo dos séculos foi mistificada como uma ciência para poucos, é comum ouvir da sociedade falas de que a matemática é para pessoas excepcionais, ou que não possuem afinidades, que evitam ou até detestam tal disciplina. Diante deste paradigma, esse trabalho busca criar uma sequência didática para auxiliar professores e estudantes no ensino aprendizagem de cônicas utilizando o software dinâmico livre GeoGebra. Sendo assim, nossa proposta procura fazer uma junção entre o conteúdo de cônicas, o uso de tecnologia e uma metodologia diferente da tradicional, visando um melhor entendimento e significado do conteúdo. O desenvolvimento da proposta será dividido em cinco encontros, de duas aulas cada. Será realizado um encontro para explicar a metodologia e apresentar as principais funções do software GeoGebra. Em seguida, em cada um dos três encontros seguintes, utilizado apenas a definição, será realizada a construção geométrica de uma cônica, na seguinte sequência: parábola, elipse e hipérbole. No último encontro acontecerá uma socialização das atividades.

Palavras-chave: Ensino de cônicas. GeoGebra. Sequência didática.

Abstract

Mathematics over the centuries has been mystified as a science for a few, it is common to hear from society that mathematics is for a few, or that they have no affinities with such a discipline. Given this paradigm, this work seeks to create a didactic sequence to assist teachers and students in teaching conics learning using the free dynamic software GeoGebra. The work seeks to make a junction between the content of conics, technology and a methodology different from the traditional one, aiming at a better understanding and meaning of the content. The development of the proposal will be divided into five meetings, with two classes each. A meeting will be held to explain the methodology and present the main functions of the GeoGebra software. Then, in each of the following three encounters, using only the definition, the geometric construction of a conic will be performed, in the following sequence: parabola, ellipse and hyperbola. At the last meeting there will be a socialization of activities.

Keywords: Conics teaching. GeoGebra. Didactic sequence.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Cônicas: parábola, elipse e hipérbole, respectivamente	16
Figura 2 – Janela padrão do GeoGebra.	16
Figura 3 – Barra de ferramentas do GeoGebra	17
Figura 4 – Reta s e ponto F	20
Figura 5 – Reta perpendicular à reta diretriz s	20
Figura 6 – Segmento de reta entre os pontos F e C	20
Figura 7 – Mediatriz do segmento FC	21
Figura 8 – Ponto P de interseção entre a reta mediatriz e a reta perpendicular à diretriz	21
Figura 9 – Segmentos de reta CP e FP	22
Figura 10 – Parábola.	22
Figura 11 – Pontos da parábola são equidistante da reta diretriz e do foco.	23
Figura 12 – Pontos A e B	24
Figura 13 – Controle deslizante.	24
Figura 14 – Círculo de centro A e raio $a = 7$	25
Figura 15 – Ponto pertencente ao círculo.	25
Figura 16 – Reta que passa pelos pontos A e C	26
Figura 17 – Segmento de reta entre os pontos B e C	26
Figura 18 – Mediatriz do segmento BC	27
Figura 19 – Interseção entre a reta mediatriz e o segmento de reta AC	27
Figura 20 – Segmentos de reta AP e BP	28
Figura 21 – Elipse.	28
Figura 22 – Elipse com zoom na imagem.	29
Figura 23 – Soma das distâncias de AP e BP é constante.	29
Figura 24 – Pontos A e B	30
Figura 25 – Controle deslizante.	30
Figura 26 – Círculo: dado centro e raio.	31
Figura 27 – Ponto pertencente ao círculo.	31
Figura 28 – Reta que passa pelos pontos A e C	32
Figura 29 – Segmento de reta BC e Mediatriz do segmento BC	32
Figura 30 – Interseção da reta mediatriz de BC e a reta que passa pelos pontos A e C	33
Figura 31 – Segmentos de reta AP e BP	33
Figura 32 – Hipérbole.	34
Figura 33 – Alterando o valor do controle deslizante	34
Figura 34 – Diferença das distâncias de AP e BP é constante.	35

Figura 35 – Exemplo do livro (Pontos da parábola são equidistante da reta diretriz e do foco).	37
Figura 36 – Pontos da parábola são equidistante da reta diretriz e do foco.	37

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1	Cônicas	15
2.2	GeoGebra	15
3	UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO O GEOGEBRA PARA O ENSINO DE CÔNICAS	19
3.1	1º Encontro: apresentação das atividades e do GeoGebra	19
3.2	2º Encontro: parábola	19
3.3	3º Encontro: elipse	23
3.4	4º Encontro: hipérbole	30
3.5	5º Encontro: socialização	35
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
	REFERÊNCIAS	39

1 INTRODUÇÃO

A educação ao longo dos séculos tem passado por modificações, tais acontecimentos buscam a melhoria do ensino e aprendizado. É um desafio para os educadores da matemática buscar/encontrar maneiras de tornar o ensino da matemática mais significativo para os estudantes.

Segundo Cabral (2017, p. 9):

O ato-processo de ensinar e aprender é complexo em sua natureza mais superficial. Essa natureza complexa está consolidada no mar de subjetividade das interações sociais, das capacidades dos discursos comunicacionais existentes entre os humanos que ainda desafia pesquisadores em todo o mundo.

Com o grande avanço do uso da tecnologia, é interessante que a utilizemos no sistema educacional, como ferramenta para melhorar o aprendizado. Segundo Melo (2016, p. 2) “o uso das ferramentas tecnológicas em sala de aula pode ser utilizado como um elemento de apoio para o ensino e servir como fonte de aprendizagem e ferramenta para o desenvolvimento de habilidades”. Dentre os vários *softwares* que são utilizados para o ensino de matemática, escolhemos o GeoGebra. Esse *software* dinâmico, além de ser livre, está disponível em múltiplas plataformas, que permite ao usuário movimentar o objeto, podendo assim observar o mesmo de vários ângulos. É uma ferramenta que possibilita a visualização geométrica e algébrica do mesmo objeto. Esse *software* já foi premiado e possui um site com várias orientações podendo assim ser um grande aliado ao ensino de matemática.

O ensino-aprendizado da matemática passou por várias críticas, surgindo assim várias metodologias, na intenção de fragmentar paradigmas sobre a matemática ser um “bicho de sete cabeças”. Uma vertente que tem crescido bastante é o ensino investigativo, que tira do professor o papel de detentor do conhecimento, passando a ser um mediador dentro da sala de aula, com o objetivo de orientar e fomentar o conhecimento.

Segundo Vaz e Jesus (2014, p. 61):

O professor, enquanto mediador, cria situações aumentando a autoestima dos alunos, além de permitir novos valores, verifica a dificuldade de aprendizagem de determinados conteúdos, oportunizando situações propícias à aprendizagem.

O estudante sai da condição de somente receber informações, ou ser um depósito de informações e passa a fazer parte do processo de ensino aprendizagem.

Outra metodologia que tem crescido bastante é a sequência didática, pode-se dizer que o processo investigativo é uma característica da sequência didática. Segundo

Zabala (1998, p. 18), “sequência didática é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos”. Esse conjunto de atividades ordenadas, possibilita-nos fazer o estudante perceber a construção do conhecimento de maneira investigativa. Mesmo sabendo que a matemática é uma construção humana, deparamo-nos, várias vezes, com discurso de estudantes e da sociedade geral, que matemática é coisa de doido, que não entra na cabeça, que é algo muito difícil, que não gosta ou até odeia matemática.

A sequência didática possibilita criar atividades orientadas e encadeadas. Nossa proposta é criar uma sequência didática para o ensino de cônica utilizando o *software* GeoGebra, buscando facilitar o aprendizado do conteúdo de cônicas tanto no ensino médio como no superior. É importante para formação docente buscar alternativas para o ensino aprendizado do conteúdo, tendo em vista que cônicas é um dos últimos conteúdos programáticos de geometria analítica e que em alguns casos, o conteúdo não chega a ser trabalhado por falta de tempo e/ou flexibilidade do planejamento.

Os próximos capítulos deste trabalho estão organizados da seguinte forma:

Inicialmente, no segundo capítulo, apresenta-se a preocupação dos pesquisadores da educação matemática na busca de aliar o saber matemático com a aprendizagem da matemática. Visando assim novas metodologias e modificações nas transmissões dos conhecimentos. À vista disso, foi realizada uma fundamentação teórica, apontando leis educacionais que estabelecem como o ensino da matemática deve ser trabalhado. Nesse sentido, expõe a importância do uso do *software* GeoGebra para o ensino de matemática. Dando continuidade, no capítulo 3, elaborou-se uma proposta de sequência didática para o ensino de cônica utilizando o *software* GeoGebra. Dentro desse capítulo foi realizada a construção, no *software* GeoGebra, da parábola, elipse e hipérbole. Por fim, conclui-se o trabalho evidenciando os benefícios que podem ser alcançados ao tornar o ensino mais significativo para os estudantes.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Historicamente a Prática de Ensino da Matemática tem sido uma exigência legal preconizada pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, Lei nº 9394/96, consoantemente com a resolução 02/2015/CNE e constante no Projeto Pedagógico do Curso (PPC) de Licenciatura em Matemática do IFTO de Palmas - TO. De acordo com os documentos supramencionados, a disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) é um requisito para obtenção de grau e diploma ao licenciando em matemática. A prática pedagógica do trabalho de conclusão de curso deve compor uma carga horária mínima de 30 horas. De acordo com o projeto Político Pedagógico do Curso (PPC) de Licenciatura em Matemática do IFTO - Campus Palmas:

O TCC tem por finalidade despertar o interesse pela pesquisa e pelo desenvolvimento científico, tecnológico e pedagógico peculiares às áreas do curso, com base na articulação entre teoria e prática, pautando-se pelo planejamento, pela ética, pela organização e pela redação do trabalho científico (TOCANTINS, 2015, p. 58).

Essa componente curricular tem como objetivo proporcionar condições para que o acadêmico experencie, no final do curso, situações de desenvolver um trabalho de pesquisa capaz de levá-lo a refletir sobre o fazer da escola e da sala de aula. No caso em tela, em relação ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Ainda em relação ao ensino da matemática, a resolução 02/2015/CNE no art. 16, II, estabelece para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura) “a necessidade de acompanhar a inovação e o desenvolvimento associados ao conhecimento, à ciência e à tecnologia”.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacional para o Ensino Médio - PCN:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento (BRASIL, 2000, p. 41).

O exercício da docência exige muito além de um professor que é o ator principal no processo de ensino, colocando os estudantes como coadjuvantes no processo de aprendizagem. De acordo com PPC:

Na formação de professores para o ensino de matemática ainda permeiam concepções e práticas que induzem à repetição mecânica dos conteúdos como se apresentam nos livros ou manuais. Ou seja, a mera transmissão de conhecimentos sem problematização e sem contextualização, a falta

de integração entre aritmética, geometria e álgebra e o não favorecimento à experimentação e à redescoberta. Esta proposta de formação de professores da área de Matemática que atuarão na Educação Básica pretende formar profissionais que sejam capazes de repensar o ensino de Matemática, tirando da escola o ensino puramente acadêmico e colocando-a como um centro transformador das práticas sociais (TOCANTINS, 2015, p. 19).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017, p. 541), quando trata de geometria e medidas na habilidade EN13MAT509, “investigar a deformação de ângulos e áreas provocadas pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital”. As instituições de formação de professores, estão atentas as mudanças das necessidades da sociedade, de como o saber acadêmico pode ultrapassar as barreiras da academia e chegar exatamente ao ensino básico. Nesse sentido, busca-se trabalhar o conteúdo de cônicas, utilizando um *software* dinâmico por meio de sequência didática, nas perspectivas sinalizadas pelos documentos que regem o ensino de matemática.

De uma forma geral, ao ensinar cônicas são apresentadas as definições, faz-se um gráfico e em seguida são estabelecidas as equações, sem que os alunos entendam, de fato, o significado das definições e/ou das construções. Este trabalho propõe uma forma de sair da inércia da metodologia tradicional de ensino por meio da utilização de sequência didática, visto que para Cabral (2017, p. 96) ao usar sequência didática no ensino da matemática:

Muda a aula em duas perspectivas. Muda na perspectiva do aluno que passa a ser estimulado com frequência a se envolver num processo de redescoberta. Muda na perspectiva do professor que abandona a ênfase na exposição didática e passa agir como um provocador de reflexões com bases nas orientações dirigidas pela sequência didática que organiza gradativamente os objetos a serem reconstruídos.

Vale destacar que o professor desempenha um papel fundamental neste processo de mudança da metodologia tradicional para uma metodologia investigativa, pois conforme afirmam Vaz e Jesus (2014, p. 64): “é ele quem desafia e instiga os alunos, ou seja, fazendo com que os alunos reflitam sobre o trabalho e busquem informações necessárias tendo um acompanhamento do seu desenvolvimento neste processo e auxiliando com informações que possam contribuir com os alunos.”

Ao colocar em prática tais procedimentos, na tentativa de migrar da metodologia tradicional para uma metodologia que possa promover uma aprendizagem significativa, as intervenções do professor, segundo Cabral (2017, p. 40):

podem ser compreendidas, em última análise, na perspectiva de ações interativas eleitas e dirigidas pelos professores com a intenção de promover de acordo com os pressupostos da Psicologia Histórico-Cultural

(Vygotsky) as chamadas Zonas de Desenvolvimento Proximal (ZDP) que permitem ao aprendiz avançar de um Nível de Desenvolvimento Potencial (NDP) para um Nível de Desenvolvimento Efetivo (NDE).

Assim, a principal contribuição deste trabalho, no sentido de promover uma aprendizagem significativa, é na elaboração de uma sequência didática que venha contribuir para o ensino das cônicas.

2.1 Cônicas

No século *IV* a.C, aconteceu uma descomedida peste em Atenas, buscando alguma maneira de interrompê-la, a população procurou ajuda com o oráculo de Delos. A orientação foi que o altar ao deus Apolo, que possuía forma cúbica, fosse duplicado. Os atenienses seguiram a recomendação, porém a peste ficou ainda mais intensa. Quando realizaram o pedido da duplicação do cubo, a lógica seguida foi, se o altar possui dimensão X , ela passará a ter $2X$. No entanto, o volume do altar passou de x^3 para $(2X)^3 = 8X^3$, ou seja, octuplicou. Surgiu assim o problema da duplicação do cubo. Então a população buscou ajuda para cumprir as recomendações procurando os matemáticos da escola de Platão.

O matemático Menaecmus, membro da escola de Platão, conseguiu a resposta do problema, notando que a interseção entre a parábola $y = x^2$ e a hipérbole $xy = 2$ é o ponto de abscissa $\sqrt[3]{2}$. Na tentativa de encontrar a solução desse problema, ele achou as secções cônicas.

De acordo com [Iezzi \(2005, p. 58\)](#):

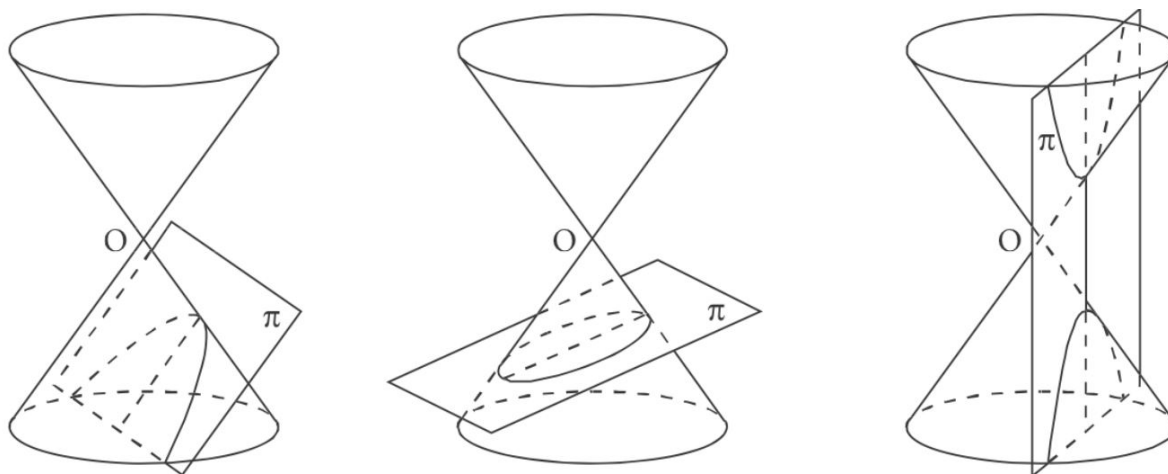
Menaecmus não dispunha do recurso de uma notação algébrica, posto que a matemática grega de sua época era essencialmente geométrica. E introduziu essas curvas usando três tipos de superfícies cônicas ilimitadas de uma folha: com secção meridiana aguda, reta ou obtusa. Interceptando cada superfície dessas com um plano perpendicular a uma de suas secções meridianas, obtinha respectivamente uma elipse, uma parábola ou uma hipérbole.

Porém os nomes parábola, elipse e hipérbole foram dados pelo matemático Apolônio de Perga. Quando uma superfície cônica é seccionada por um plano π qualquer que não passa pelo vértice O , tem-se uma cônica que será: uma parábola, uma elipse ou uma hipérbole, como pode ser visto na Figura 1.

2.2 GeoGebra

O GeoGebra foi criado em 2001 por Markus Hohenwarter, como trabalho de conclusão do curso de doutorado. Esse *software* matemático dinâmico, possibilita ser

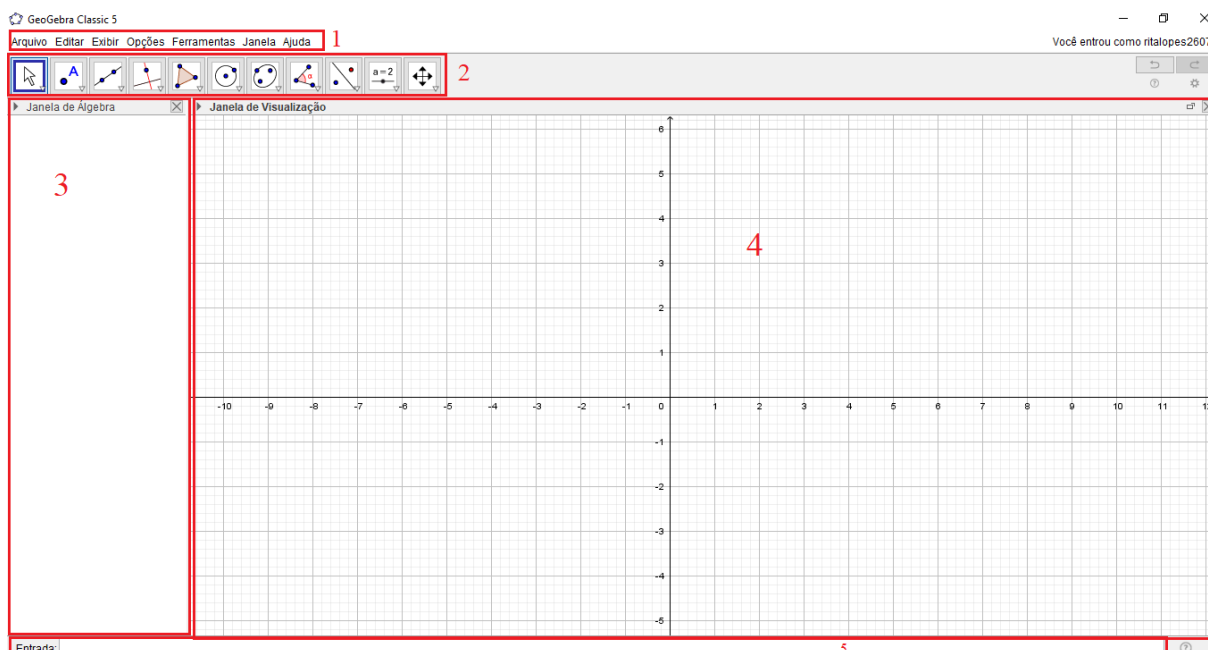
Figura 1 – Cônicas: parábola, elipse e hipérbole, respectivamente



Fonte: (WINTERLE, 2000).

ferramenta para todos os níveis de ensino, podendo ser utilizado em multiplataforma. O GeoGebra é um *software* de código aberto, e tem ganhado vários prêmios na área da matemática. Atualmente é um dos líderes no ensino de matemática (GEOGEBRA, 2019). No GeoGebra é possível observar/analisar o mesmo objeto trabalhado na forma geométrica e algébrica, sendo assim, na Figura 2 é apresentada a janela padrão e as principais funções do mesmo.

Figura 2 – Janela padrão do GeoGebra.



Fonte: Autor.

Na figura 2 foi enumerado de 1 a 5 as principais componentes do GeoGebra , como mostrar-se a seguir.

1. Barra de menu: nesta barra pode-se selecionar várias opções, com comandos simples que possibilita abrir uma outra janela, sem fechar a atual, salvar ou abrir arquivos no geogebra, configurar ou criar uma barra de ferramentas, ter acesso aos tutoriais, manual oficial e ao fórum do Geogebra.

2. Barra de Ferramentas: nesta barra é possível inserir elementos por meio dos ícones, como mostra a Figura 3 que, da esquerda para a direita, são nomeados da seguinte maneira:

- Mover: arraste ou selecione objetos;
- Ponto: selecione uma posição ou reta, função ou curva;
- Reta: selecione dois pontos ou duas posições;
- Retas perpendiculares: selecione primeiro o ponto e, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor);
- Polígono: selecione todos os vértices e, então, o vértice inicial novamente;
- Círculo: dados centro e um de seus pontos: selecione o centro e, depois, um ponto do círculo;
- Elipse: selecione dois focos e, depois, um ponto da elipse;
- Ângulo: selecione três pontos ou duas retas;
- Reflexão em relação a uma reta: selecione primeiro o objeto e, depois, a reta de reflexão;
- Controle deslizante: selecione uma posição;
- Mover janela de visualização: arraste a janela de visualização ou um eixo.

Figura 3 – Barra de ferramentas do GeoGebra



Fonte: Autor.

3. Janela de Álgebra: esta janela serve para exibição e manipulação dos elementos na forma algébrica. Encontra-se nela as ferramentas: objetos auxiliares, ordenar objetos (usando os critérios de dependência, tipo de objeto, chamada, ou ordem de construção) e descrições algébricas.

4. Janela de Visualização: esta janela é simbolizada como um plano infinito, podemos alterar para com eixos ou sem eixos, colocar malha ou retirar.

5. Campo de entrada: este campo está localizado normalmente na parte inferior da janela do GeoGebra. Você pode escolher entre exibi-lo ou escondê-lo, usando o item Exibir do menu principal. Ele permite que você crie e modifique objetos matemáticos diretamente, usando suas representações algébricas ou usando comandos.

No próximo capítulo, embasado pelos documentos que regem a educação básica e que nos orientam na utilização da tecnologia e de novas metodologias para o ensino da matemática, na perspectiva de novas maneiras de aprendizagem, será construída uma sequência de atividade ordenada utilizando o software Geogebra.

3 UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO O GEOGEBRA PARA O ENSINO DE CÔNICAS

O desenvolvimento da proposta será em 5 encontros, de duas aulas cada. Neste capítulo será estabelecida uma proposta de sequência didática, utilizando o GeoGebra, para o ensino da definição das cônicas: parábola, elipse e hipérbole. Será realizado um encontro para explicar a metodologia e a apresentação do *software* GeoGebra. Em seguida, haverá três encontros sendo que, em cada um deles, será definida uma cônica na seguinte ordem: parábola, elipse e hipérbole. O objetivo desses três encontros é fazer o estudante compreender as definições das cônicas através das construções animadas no *software* GeoGebra. Por fim, avaliaremos os estudantes, através de um questionário para observar se conseguiram aprender com o uso desta metodologia.

3.1 1º Encontro: apresentação das atividades e do GeoGebra

Objetivos: esclarecer a atividade proposta e apresentar o *software* GeoGebra.

Procedimentos: inicialmente uma conversa sobre os objetivos/procedimentos adotados para o desenvolvimento das atividades, falar da origem das cônicas e apresentação do *software* GeoGebra e suas principais funções. Neste encontro, basicamente, serão trabalhados as opções da barra de ferramentas. .

3.2 2º Encontro: parábola

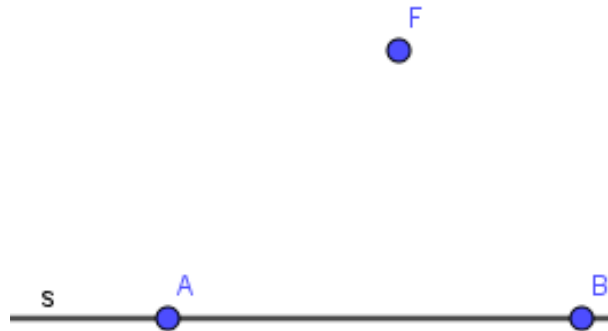
Definição 1 *Parábola é o conjunto de todos os pontos de um plano equidistantes de um ponto fixo (foco) e de uma reta fixa (diretriz) desse plano.*

Objetivos: propor que os alunos construam parábolas, no *software* GeoGebra, utilizando apenas a Definição, de tal maneira que eles consigam visualizar/entender a definição com o processo de construção.

Orientações:

- a) Abrir o *software* GeoGebra na tela principal como mostra a Figura 2.
- b) Utilizando a barra de ferramentas do GeoGebra, faça uma reta s (diretriz) e um ponto F (foco) não pertencente a s . Como exemplificado na Figura 4.

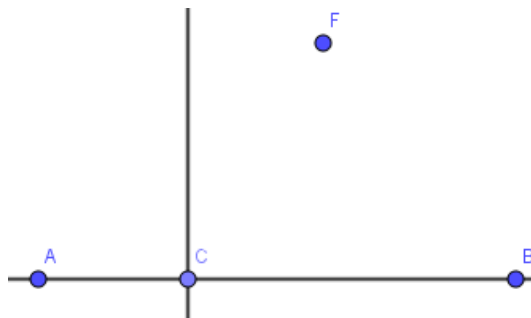
Figura 4 – Reta s e ponto F .



Fonte: Autor.

- c) Faça uma reta perpendicular à reta diretriz s , como exemplifica a Figura 5.

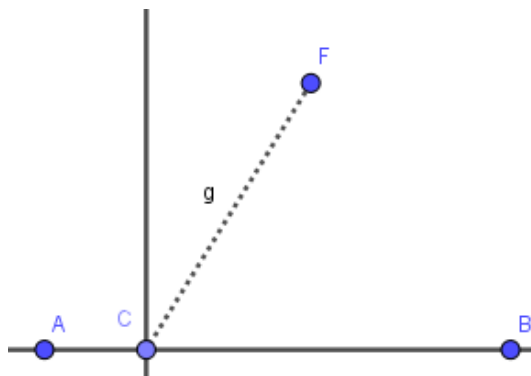
Figura 5 – Reta perpendicular à reta diretriz s .



Fonte: Autor.

- d) Observe o ponto de interseção entre a reta perpendicular e a reta diretriz. Chame esse ponto de C .
- e) Faça um segmento de reta entre os pontos F e C como exemplificado na Figura 6.

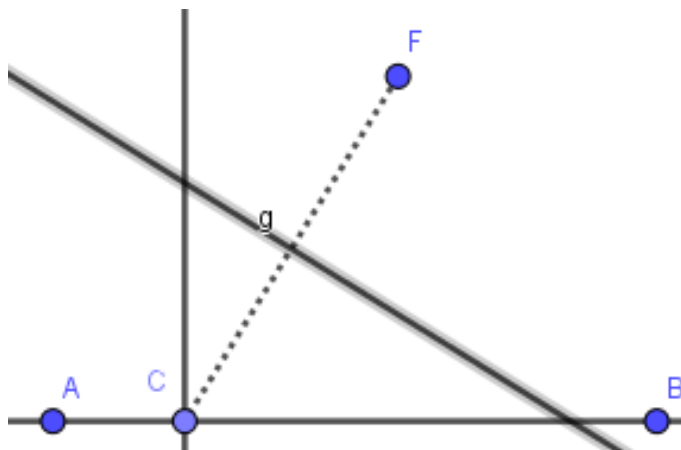
Figura 6 – Segmento de reta entre os pontos F e C .



Fonte: Autor.

- f) Encontre a mediatriz do segmento FC como mostra a Figura 7. Caso seja necessário, pesquise em dicionários, livros didáticos ou internet o que é mediatriz.

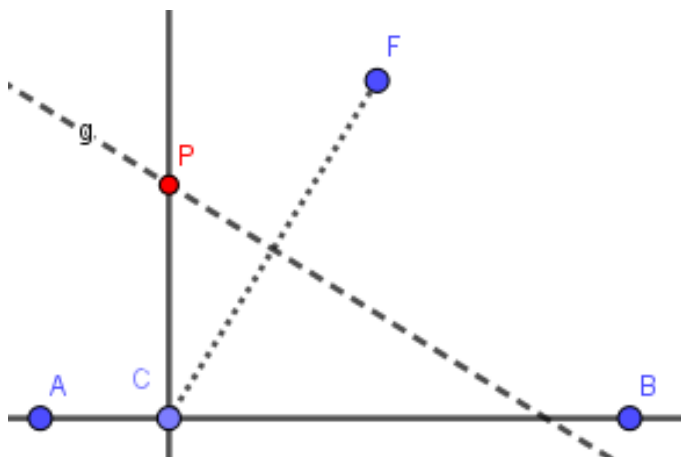
Figura 7 – Mediatriz do segmento FC



Fonte: Autor.

- g) Marque o ponto de interseção entre a reta mediatriz e a reta perpendicular à diretriz. Chame este ponto de P e habilite a função rastro, Figura 8.

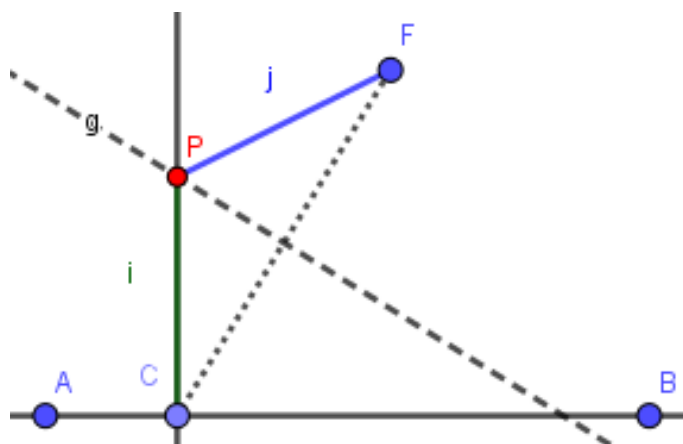
Figura 8 – Ponto P de interseção entre a reta mediatriz e a reta perpendicular à diretriz



Fonte: Autor.

- h) Marque os segmentos de reta CP e FP (Figura 9)

Figura 9 – Segmentos de reta CP e FP .

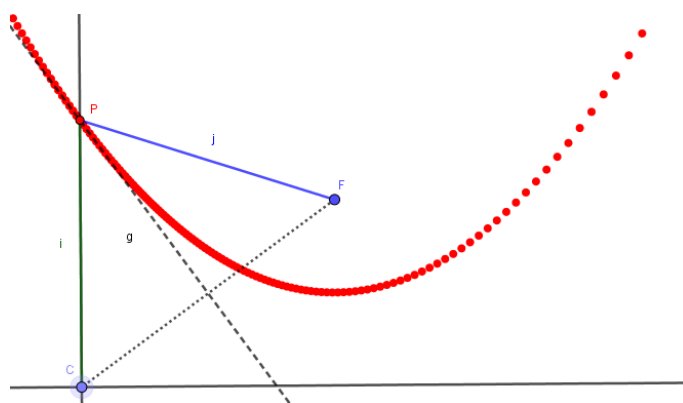


Fonte: Autor.

Observação 1 Note que o triângulo CFP é isósceles, isso explica o segmento $|FP| = |CP|$.

- i) Coloque o ponto C para animar. O rastro do ponto P é nossa parábola como mostra a Figura. 10

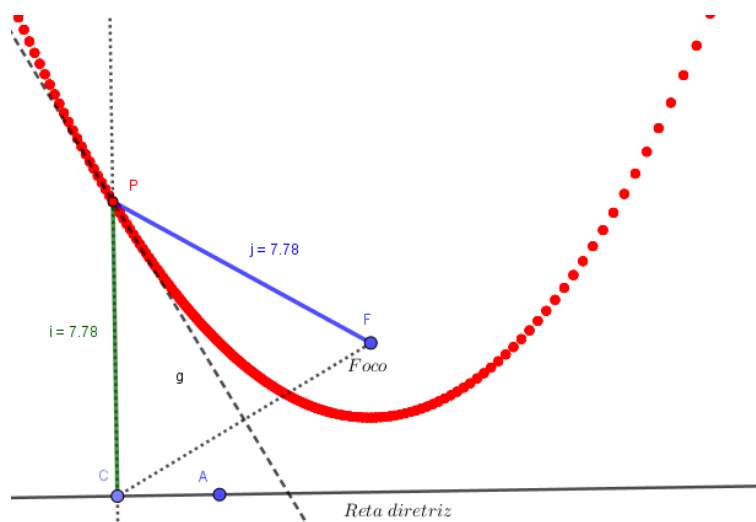
Figura 10 – Parábola.



Fonte: Autor.

- j) Leia novamente a definição de parábola. Usando a opção distância, comprimento e perímetro, verifique se os pontos da parábola são equidistante da reta diretriz e do foco (Figura 11).

Figura 11 – Pontos da parábola são equidistante da reta diretriz e do foco.



Fonte: Autor.

- k) Quais são os elementos da parábola?
- l) Observe e faça anotações sobre dúvidas e curiosidades

3.3 3º Encontro: elipse

Definição 2 *Elipse é o lugar geométrico dos pontos do plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos (focos), deste plano, é uma constante a .*

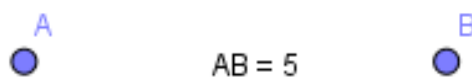
Observação 2 *Em geral, na maioria dos livros, a constante a da definição é chamada de $2a$. Aqui, por conveniência, será chamada de a .*

Objetivo: através da definição de elipse, fazer a construção geométrica no geogebra.

Orientações:

- a) Abrir o *software* GeoGebra na tela principal como na Figura 2.
- b) Marque os pontos A e B na janela de visualização (Figura 12). Coloque a distância entre esses dois pontos, igual a 5.

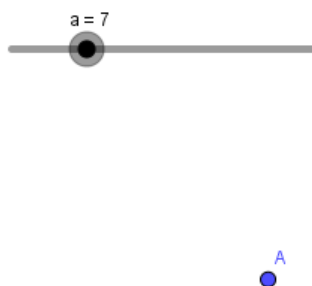
Figura 12 – Pontos A e B.



Fonte: Autor.

- c) Crie um controle deslizante com o nome “a” (Figura 13), onde o valor mínimo seja a distância entre os dois pontos citados anteriormente, valor máximo seja, por exemplo, 13 e o incremento seja 0,1. Coloque o valor do controle deslizante maior que 5.

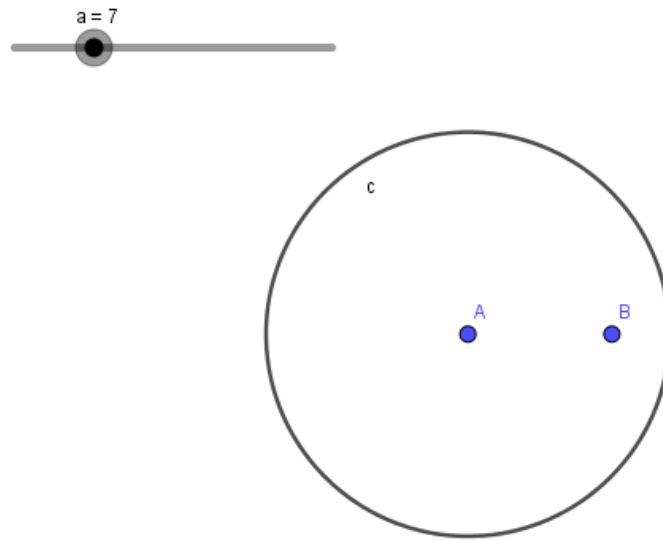
Figura 13 – Controle deslizante.



Fonte: Autor.

- d) Clique na opção de círculo dado centro e raio, em seguida clique no ponto A (A será o centro), aparecerá um campo solicitando o valor do raio, preencha com o mesmo nome do controle deslizante “a” (Figura 14).

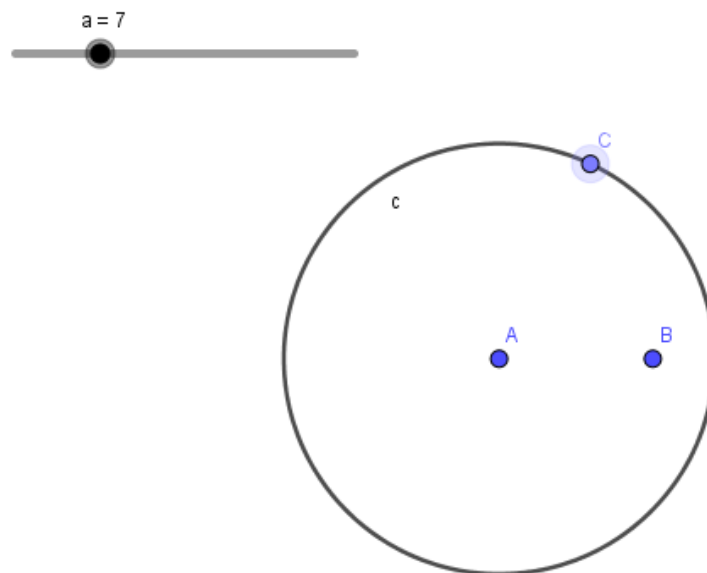
Figura 14 – Círculo de centro A e raio $a = 7$.



Fonte: Autor.

e) Crie um ponto pertencente ao círculo, chame-o de C (Figura 15).

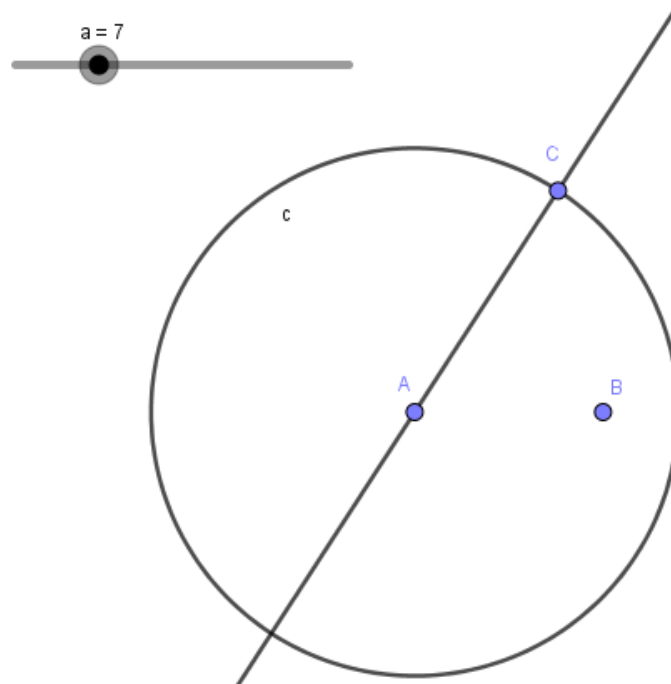
Figura 15 – Ponto pertencente ao círculo.



Fonte: Autor.

f) Faça uma reta que passe pelos pontos A e C (Figura 16).

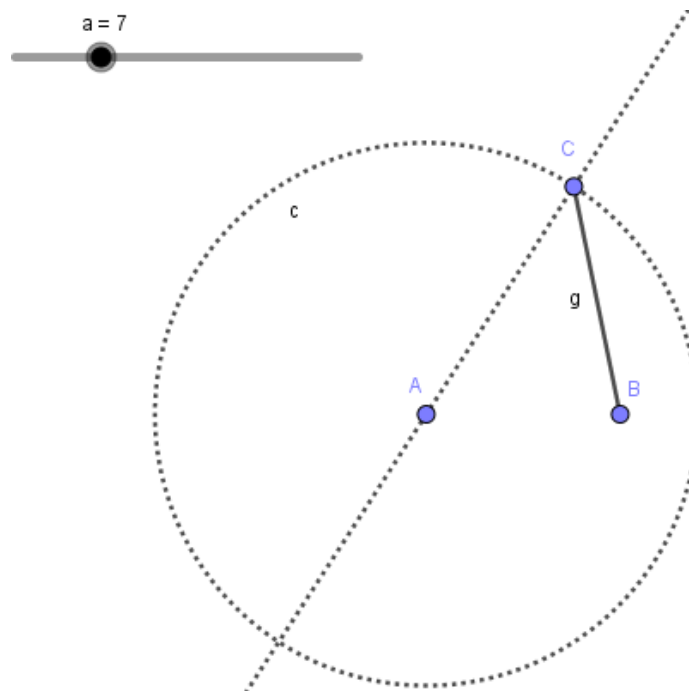
Figura 16 – Reta que passa pelos pontos A e C .



Fonte: Autor.

g) Faça um segmento de reta entre os pontos B e C , como exemplificado na Figura 17.

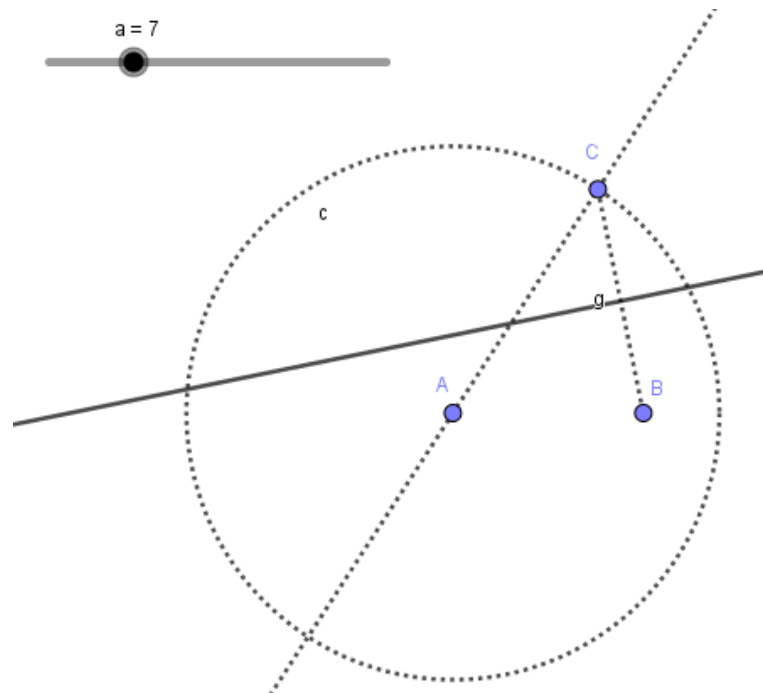
Figura 17 – Segmento de reta entre os pontos B e C .



Fonte: Autor.

h) Trace a mediatriz do segmento BC (Figura 18).

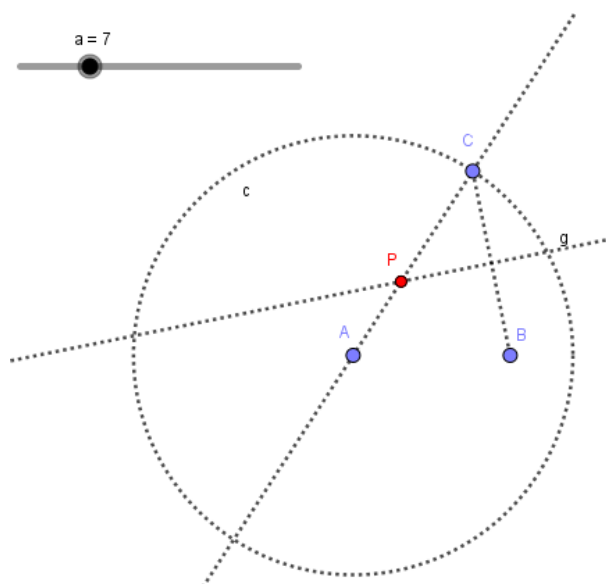
Figura 18 – Mediatriz do segmento BC .



Fonte: Autor.

- i) Marque o ponto de interseção entre a reta mediatriz e o segmento de reta AC . Chame-o de P e habilite a função rastro (Figura 19).

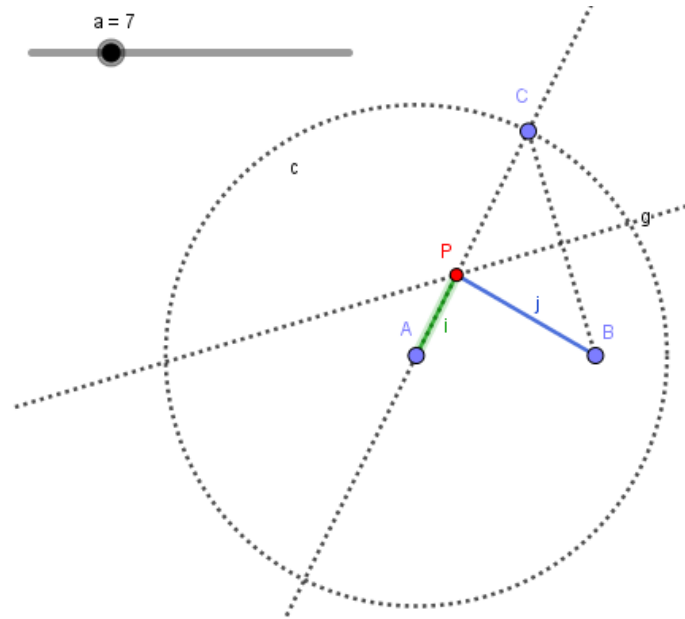
Figura 19 – Interseção entre a reta mediatriz e o segmento de reta AC .



Fonte: Autor.

- j) Marque os segmentos de reta AP e BP (Figura 20).

Figura 20 – Segmentos de reta AP e BP .

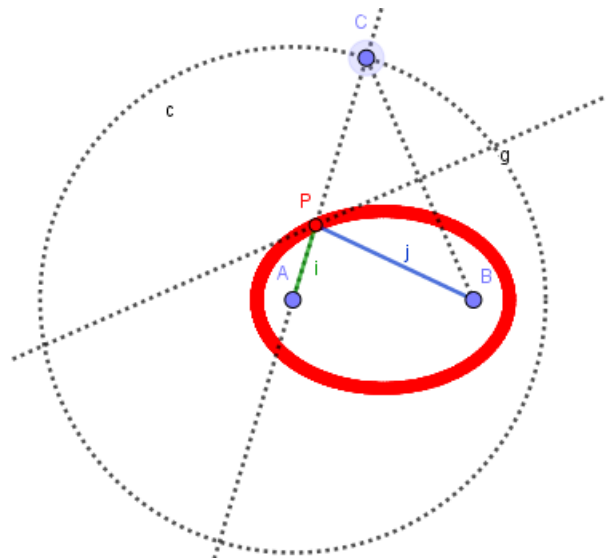


Fonte: Autor.

Observação 3 Note, da Figura 20, que o triângulo BPC é isósceles e, portanto, a medida dos lados BP e PC são iguais. Por outro lado, nota-se que $|AC| = |AP| + |PC| = a$, e como $|PC| = |PB|$, tem-se que $|AC| = |AP| + |PB| = a$. Mostrando, portanto, que a construção satisfaz a Definição 2.

- k) Coloque o ponto C para animar. O rastro do ponto P é a elipse desejada, como mostra a Figura 21.

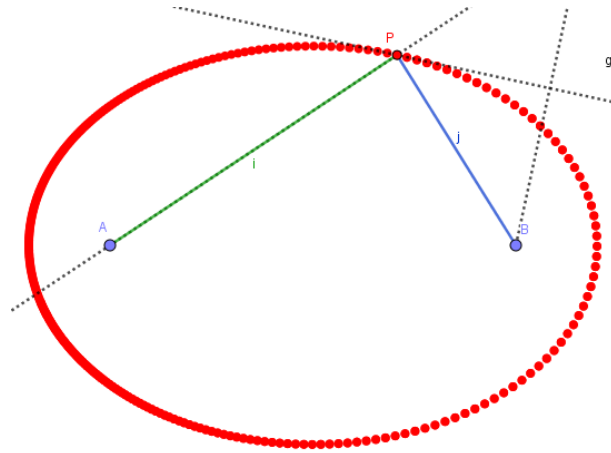
Figura 21 – Elipse.



Fonte: Autor.

- l) Aumente o zoom da janela de visualização enquanto a função animação para o ponto C estiver ativa (Figura 22).

Figura 22 – Elipse com zoom na imagem.

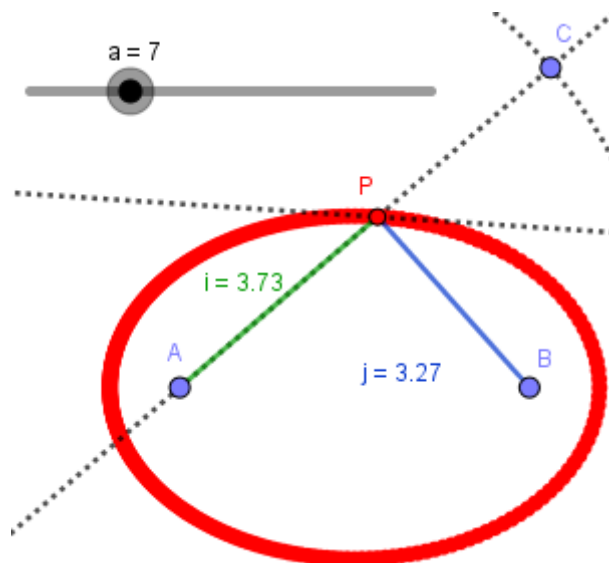


Fonte: Autor.

- m) O que acontece ao alterar o valor do controle deslizante para o menor valor possível (5) ou maior (13)?
- n) Usando a opção de distância, comprimento e perímetro verifique que a soma das distâncias de AP e BP é constante como mostra a Figura 23. Ou seja,

$$d(A, P) + d(B, P) = a$$

Figura 23 – Soma das distâncias de AP e BP é constante.



Fonte: Autor.

- o) Quais são os elementos da elipse?
- p) Observe e faça anotações sobre dúvidas e curiosidades

3.4 4º Encontro: hipérbole

Definição 3 *Hipérbole é o lugar geométrico dos pontos do plano cuja diferença das distâncias, em módulo, a dois pontos fixos (focos) deste plano, é uma constante a .*

Observação 4 *Como observado na elipse, em geral, na maioria dos livros, a constante a da definição é chamada de $2a$. Aqui, por conveniência, será chamada de a .*

Objetivo: utilizar o *software* GeoGebra para construir uma hipérbole sendo dada apenas a sua definição.

Orientações:

- a) Abrir o *software* GeoGebra na tela principal como na Figura 2.
- b) Marque os pontos A e B na janela de visualização (Figura 24). Coloque a distância entre eles igual a 5.

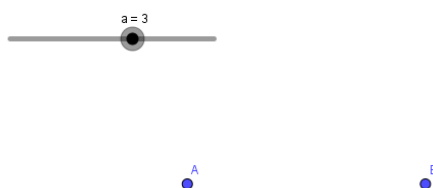
Figura 24 – Pontos A e B.



Fonte: Autor.

- c) Crie um controle deslizante com o nome “a” (Figura 25), onde o valor mínimo seja 0, o valor máximo seja 5 e o incremento seja 0,1. Coloque o valor do controle deslizante menor que 5.

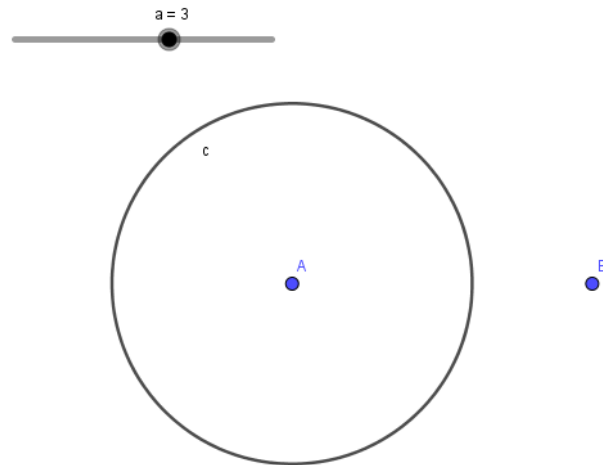
Figura 25 – Controle deslizante.



Fonte: Autor.

- d) Clique na opção de círculo dado centro e raio e, em seguida, clique no ponto A (A será o centro) e preencha a opção valor do raio com a letra “a”, ou seja, o raio tem a mesma medida do controle deslizante “a” (Figura 26).

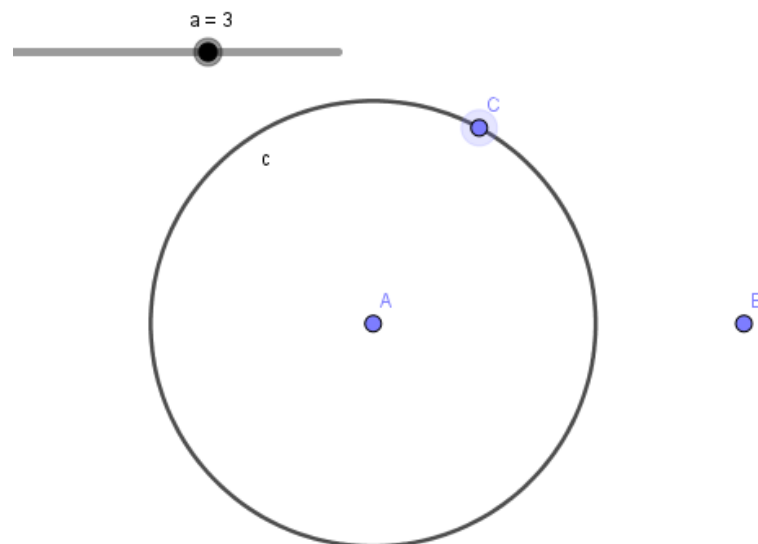
Figura 26 – Círculo: dado centro e raio.



Fonte: Autor.

- e) Crie um ponto pertencente ao círculo, chame-o de C (Figura 27).

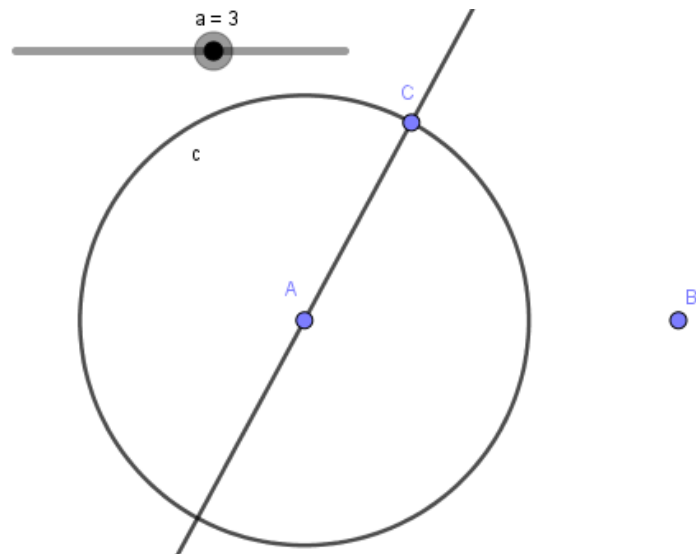
Figura 27 – Ponto pertencente ao círculo.



Fonte: Autor.

- f) Faça uma reta que passe pelos pontos A e C (Figura 28).

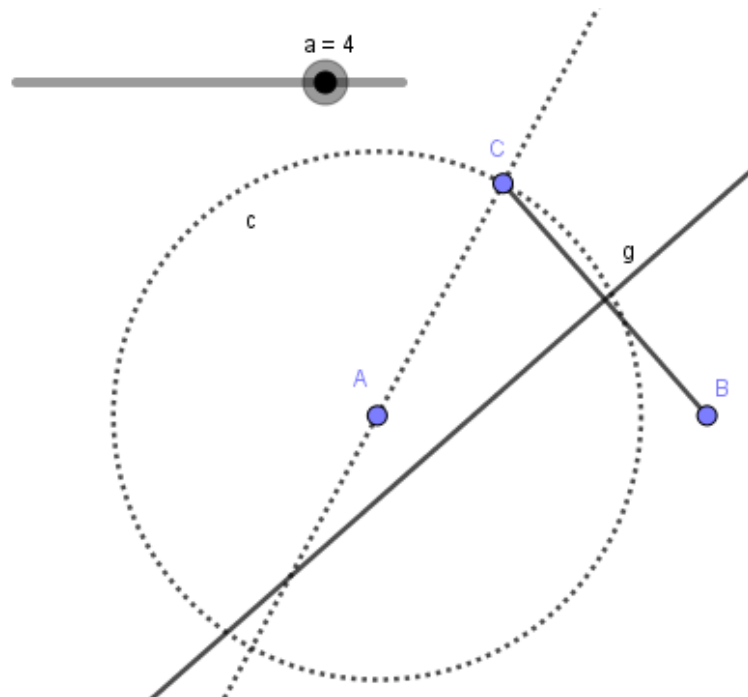
Figura 28 – Reta que passa pelos pontos A e C .



Fonte: Autor.

- g) Fixe o valor do controle deslizante igual a 4, trace o segmento de reta BC e faça a reta mediatriz do segmento BC (Figura 29).

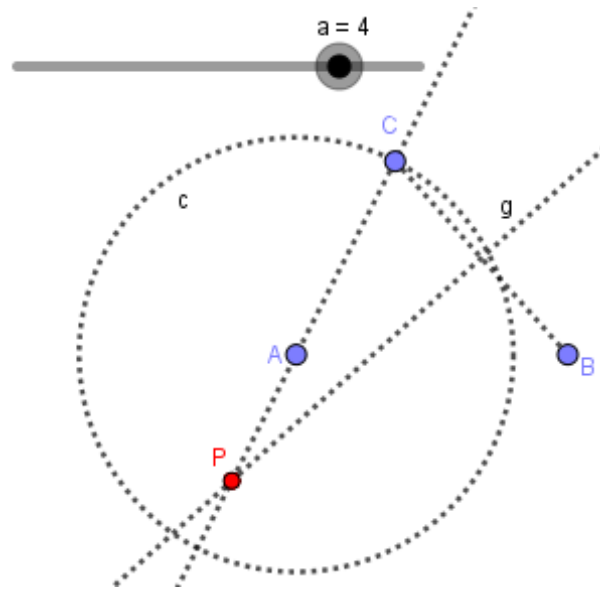
Figura 29 – Segmento de reta BC e Mediatriz do segmento BC .



Fonte: Autor.

- h) Marque o ponto de interseção entre a reta mediatriz de BC e a reta que passa pelos pontos A e C . Chame-o de P e habilite o a função rastro (Figura 30).

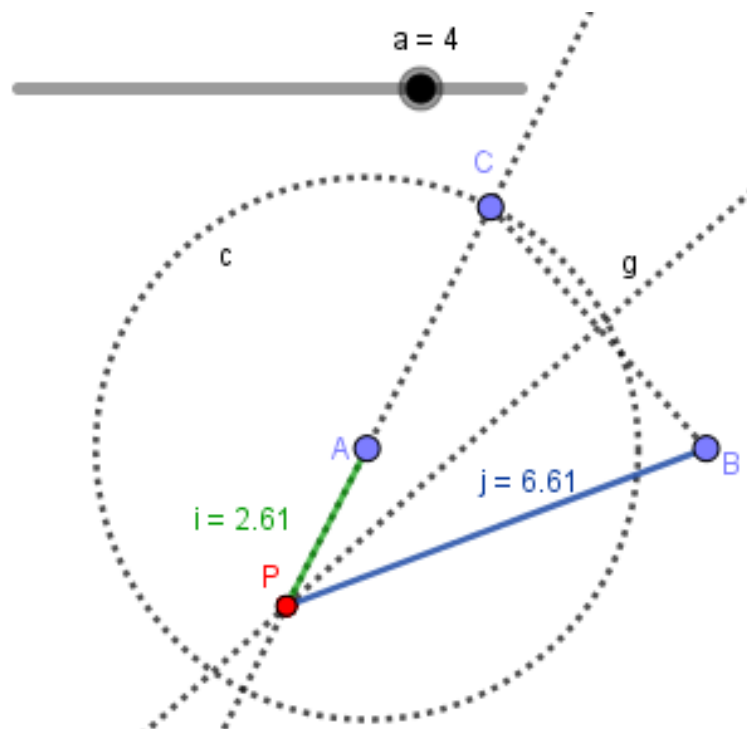
Figura 30 – Interseção da reta mediatriz de BC e a reta que passa pelos pontos A e C .



Fonte: Autor.

- i) Marque os segmentos de reta AP e BP (Figura 31).

Figura 31 – Segmentos de reta AP e BP .

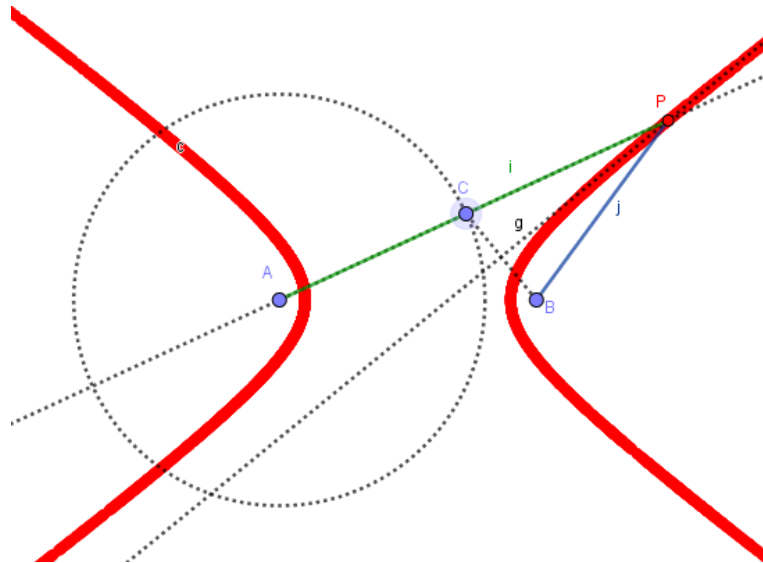


Fonte: Autor.

Observação 5 Note, da Figura 31, que o triângulo BPC é isósceles e, portanto, a medida dos lados PB e CP são iguais. Por outro lado, nota-se que $|AP| = |AC| + |CP|$, e como $|CP| = |PB|$, tem-se que $|AC| = |AP| - |CP| = |AP| - |PB| = a$. Mostrando, portanto, que a construção satisfaz a Definição 3.

- j) Coloque o ponto C para animar. O rastro do ponto P formará a hipérbole como mostra a (Figura 32).

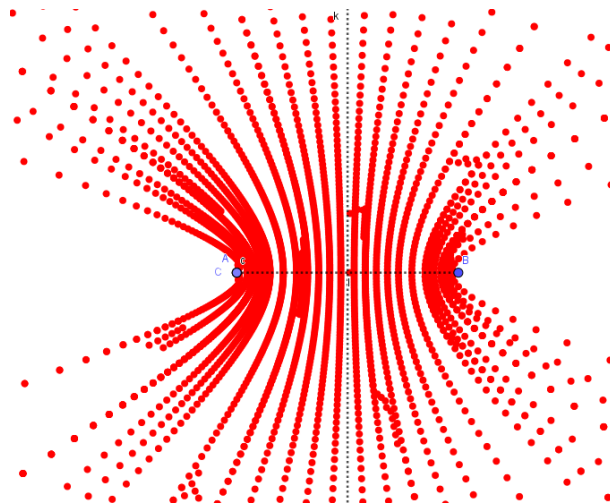
Figura 32 – Hipérbole.



Fonte: Autor.

- k) Altere suavemente o valor do controle deslizante, enquanto a função animação para o ponto C estiver ativa (Figura 33).

Figura 33 – Alterando o valor do controle deslizante .

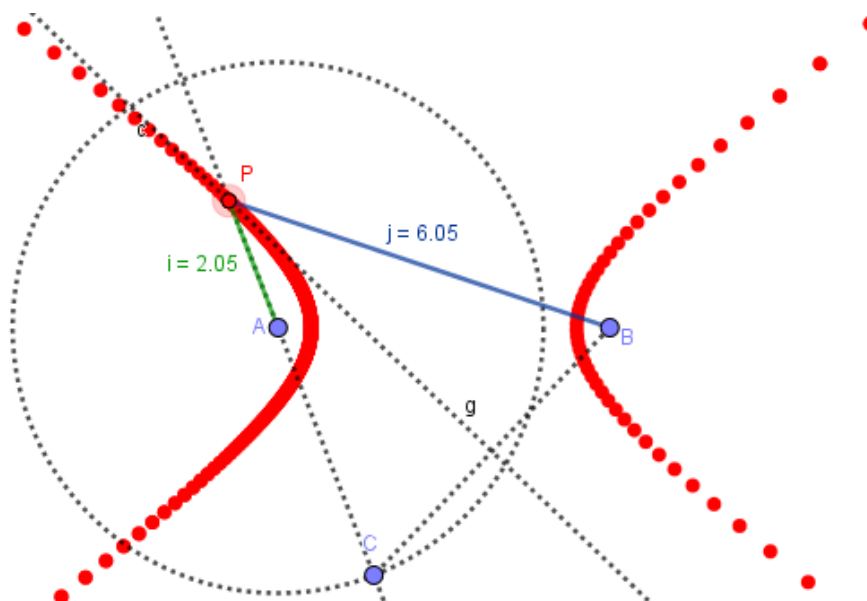


Fonte: Autor.

- l) Verifique que a diferença das distâncias, em valor absoluto, a dois pontos fixos desse plano é constante como mostra a Figura 34 (observe que $2a$ da definição vai assumir o valor do controle deslizante a), ou seja,

$$|d(A, P) - d(B, P)| = 2a$$

Figura 34 – Diferença das distâncias de AP e BP é constante.



Fonte: Autor.

- n) O que acontece quando o valor do controle deslizante é exatamente igual a distância dos focos da hipérbole?
- o) Quais são os elementos da hipérbole?
- p) Observe e faça anotações sobre dúvidas e curiosidades

3.5 5º Encontro: socialização

Objetivos: fazer uma coleta de dados para saber se a sequência didática foi satisfatória. A avaliação dos estudantes será realizada com perguntas sobre o conteúdo ensinado e análise da socialização.

Orientações:

No quinto encontro a sugestão é organizar os estudantes em círculo, e fazer alguns questionamentos sobre a metodologia adotada.

- a) Se já conheciam o uso da sequência didática;

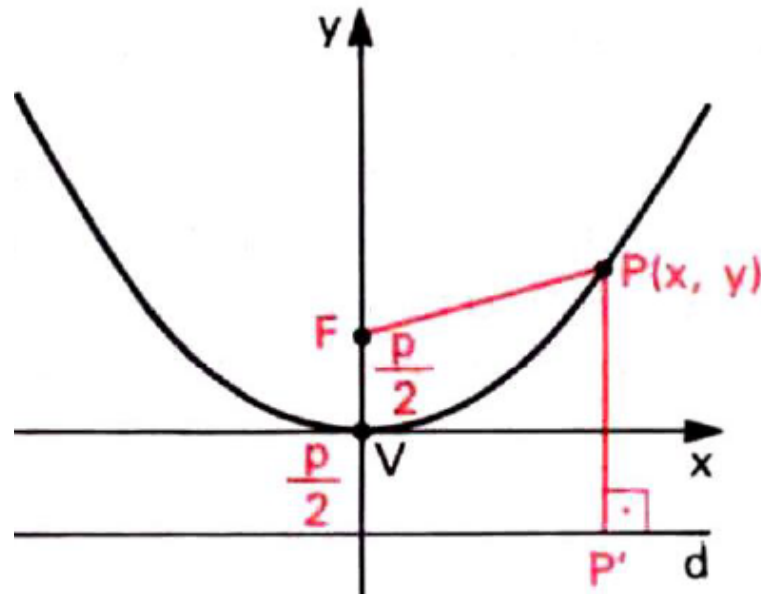
- b) Se avaliam o método como satisfatório ou não;
- c) Se existiu alguma dificuldade na realização das tarefas;
- d) Se os estudantes sabem o que são cônicas, quais características têm a parábola, a elipse e a hipérbole;
- e) Como surgiu o estudo das cônicas;
- f) Se conseguem encontrar exemplos no cotidiano de parábola, elipse, e hipérbole;
- g) Quais os elementos da parábola, elipse e hipérbole;
- h) Se existe curiosidades e questionamentos sobre as atividades realizadas.

Durante a socialização o professor fará o papel de mediador, fomentando a discussão, orientando, avaliando se os objetivos da sequência didática foram alcançados. O professor pode optar por outras maneiras de avaliar se os objetivos foram alcançados.

Ao realizar as construções da parábola, elipse, e hipérbole, espera-se que o estudante tenha uma compreensão significativa do que são as cônicas. O diferencial de estudar com um material como o livro didático e a construção em *software*, é a capacidade de, além de fazer parte do processo de aprendizagem, poder ter a oportunidade de ver a definição sendo realizada, ou seja, elas acontecerem. Uma das maiores dificuldades dos estudantes é compreender as definições, normalmente se ler as definições de cônicas e mesmo sem entender o que são, passa-se para os exercícios e começa a resolver listas de exercícios de maneira mecânica, apenas decorando passos.

Outro problema é a dúvida: o que se afirma na definição, realmente acontece. Como exemplificação usaremos a definição da parábola. Sendo assim, dados uma reta d e um ponto fixo F , ambos pertencentes ao plano π , com F não pertencente a reta d . Sabendo que a parábola é o conjunto de todos os pontos do plano π equidistante (mesma distância) do ponto fixo F e da reta d . Será utilizado um exemplo (Figura 35) geométrico da parábola de um livro muito utilizado e conhecido da coleção fundamentos de matemática elementar: geometria analítica, volume 7 do autor Iezzi.

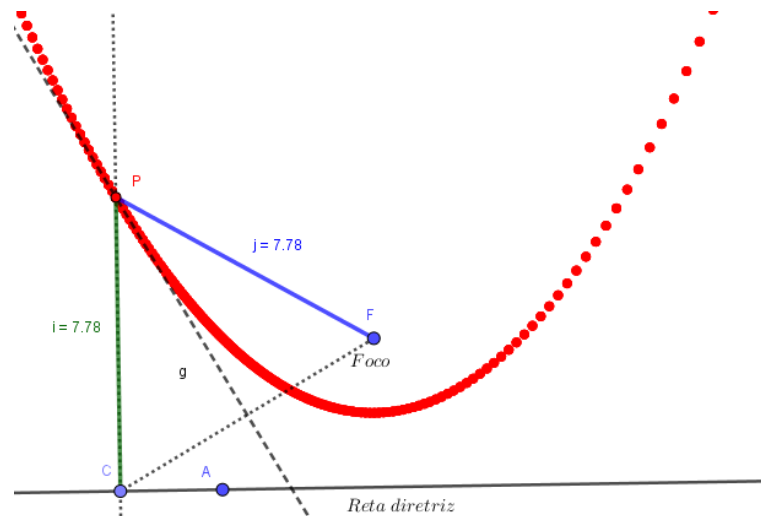
Figura 35 – Exemplo do livro (Pontos da parábola são equidistante da reta diretriz e do foco).



Fonte: (IEZZI, 2005, p. 180).

Nota-se na figura que P é ponto da parábola, porém só olhando não temos certeza se ponto P satisfaz a definição de parábola. Usando a mesma construção do *software* GeoGebra na Figura 36, o estudante pode usar o recurso de medir comprimento e verificar que, realmente, o ponto P é equidistante do ponto fixo F e da reta d . Assim, a utilização do GeoGebra pode contribuir para compreensão do conteúdo de cônicas, como proposto no nosso objetivo.

Figura 36 – Pontos da parábola são equidistante da reta diretriz e do foco.



Fonte: Autor.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É importante que, ao ensinar matemática, não percamos a essência para a qual ela foi criada. A matemática nasceu da necessidade humana de resolver problemas do seu cotidiano, e na atualidade é indispensável. Logo, é necessário promover atividades que coloquem os estudantes no centro da aprendizagem, que sejam provocados a pensar sobre o fazer e sobre o feito. Assim, destacamos que tanto o professor quanto os estudantes devem ser colocados como agentes e atores ativos no processo de ensinar e aprender, de modo a romper com as concepções que insistem na repetição mecânica de atividades, na maioria das vezes prescritas nos livros didáticos.

O uso de uma metodologia diferenciada e tecnológica no ensino, não signifique êxito nos objetivos propostos. Levando em consideração que existem muitas variáveis que influenciam no espaço de aprendizagem. Nenhuma metodologia tem o papel de fazer milagres no ensino, porém precisa-se buscar diversificar o processo de ensinar e aprender.

A educação é uma ferramenta fundamental para a transformação dos indivíduos no meio social. Logo, é interessante que já na graduação pensemos em meios de criar condições que facilite o ensino aprendido. A ideia de trabalhar uma proposta de sequência didática, usando um *software* GeoGebra no ensino de cônicas, busca trazer um aprendizado significativo para o estudante. Nesse sentido, apresentamos um recorte desse trabalho como artigo científico na X Jornada de Iniciação Científica e de Extensão do IFTO. Entendemos que unir um método investigativo, com uma sequência de atividades direcionada, um *software* dinâmico e um professor que conduza essas aulas como mediador possa trazer bons resultados.

Referências

- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 19 dez. 2019.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>>. Acesso em: 19 dez. 2019.
- CABRAL, N. F. *Sequências didáticas: estrutura e elaboração*. Belém: SBEM, 2017.
- IEZZI, G. *Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria analítica*. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005. v. 7.
- MELO, R. de J. S. O ensino das cônicas com o auxílio do software geogebra. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. *Anais...* São Paulo: ENEM, 2016. XII, p. 1 – 8.
- TOCANTINS, I. F. do. *Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática*. Tocantins, 2015. Disponível em: <<http://www.ifto.edu.br/ifto/collegiados/consup/documentos-aprovados/ppc/campus-palmas/licenciatura-em-matematica/projeto-pedagogico-do-curso-superior-de-licenciatura-em-matematica.pdf/file>>. Acesso em: 19 dez. 2019.
- VAZ, D. A. de F.; JESUS, P. C. C. de. Uma sequência didática para o ensino da matemática com o software geogebra. *Revista EVS - Revista de Ciências Ambientais e Saúde*, p. 59–75, 2014.
- WINTERLE, P. *Vetores e Geometria Analítica*. São Paulo: Makron Books, 2000.
- ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar: A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998.