



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

VITOR TAVARES MACHADO

**PRAÇA DOS GIRASSÓIS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO
DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO MÉDIO**

**Palmas
Junho / 2015**

VITOR TAVARES MACHADO

**PRAÇA DOS GIRASSÓIS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO
DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, *Campus* Palmas, como parte das exigências para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática, sob a orientação da Professora Dra. Cláudia Maria Alves Pegado e coorientação do Professor Me. Jamerson Montenegro Lima.

**Palmas
Junho / 2015**

Machado, Vitor Tavares.

Praça dos Girassóis como recurso didático para o ensino da Geometria Plana no Ensino Médio/ Vitor Tavares Machado. – Palmas, 2015.87f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação: Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação do Tocantins, Campus Palmas,2015.

Orientadora: Profª Dra. Cláudia Maria Alves Pegado
Coorientador: Profº. Me. Jamerson Montenegro Lima

1. Geometria Plana 2. Recursos Didáticos I. Título



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Praça dos girassóis como recurso didático para o ensino da Geometria Plana no ensino médio.

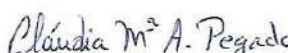
AUTOR: Vitor Tavares Machado.

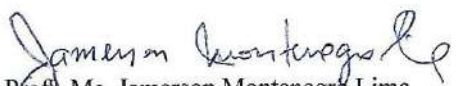
ORIENTADOR: Cláudia Maria Alves Pegado.

CO-ORIENTADOR: Jamerson Montenegro Lima

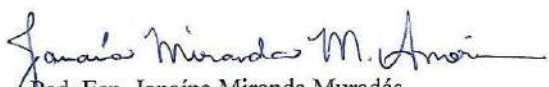
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, *campus* Palmas, como parte das exigências para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em 10/06/2015.


Prof.^a Dr.^a Cláudia Maria Alves Pegado
IFTO – Campus Palmas
Presidente/Orientadora


Prof.^a Me. Jamerson Montenegro Lima
IFTO – Campus Palmas
Co-orientador


Prof.^o Esp. Antônio Marcos A. Ferreira
IFTO – Campus Palmas
Avaliador


Ped. Esp. Janaína Miranda Muradás
Amorim
Reitoria/IFTO

Dedico esse Trabalho de Conclusão de Curso primeiramente a Deus que me fez forte nos momentos difíceis dessa formação acadêmica, a minha família e amigos que sempre me incentivaram a continuar e ser persistente no decorrer do curso, aos meus professores que me ajudaram a construir o conhecimento para minha jornada como docente.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, a minha família e também aos meus professores do curso de licenciatura em Matemática tanto da Universidade Federal de Goiás (UFG) quanto do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins (IFTO/ *campus* Palmas).

A minha mãe que me ajudou nas horas difíceis, nos momentos que tinha que ir pra faculdade, na nossa vida que foi tão complicada e no decorrer deste curso porque se não fosse assim não estaria aqui; e também ao meu pai que sempre auxiliou nos meus estudos e sempre me cobrou ser alguém melhor.

Em especial agradeço a minha orientadora professora Dra. Cláudia Maria Alves Pegado por exigir meu potencial no decorrer do meu trabalho de conclusão de curso e por me ajudar a melhorar as minhas dificuldades e minhas falhas durante suas aulas e também no decorrer deste projeto.

Ao meu coorientador professor Me. Jamerson Montenegro Lima por me auxiliar e enriquecer este trabalho de maneira prática, por me ajudar nas aulas de matemática e em meus conhecimentos, e por me ensinar como proceder com os alunos em relação à matemática e ao convívio.

A professora Me. Denise por nos ajudar nas normas e técnicas para a escrita do trabalho de conclusão de curso e no nosso aprendizado.

A minha amiga Kamila por me proporcionar momentos enriquecedores de estudo e de força de vontade na UFG. A minha amiga Camyla e aos meus amigos Rubens e Hebercley por me ajudarem nos momentos difíceis do curso no IFTO, agradeço ainda as minhas amigas Jaciara, Kátia, Rosivany e Joyce que me auxiliaram não só neste trabalho, mas também me incentivaram e fizeram a diferença na minha vida.

Agradeço ainda todas as pessoas que não mencionei, mas que de certa forma também tiveram grande contribuição no término desse curso e na conclusão desse projeto.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção” (Paulo Freire).

RESUMO

MACHADO, Vitor Tavares. Praça dos Girassóis como recurso didático para o ensino da Geometria Plana no Ensino Médio. 2015. 87f. Trabalho de Conclusão de Curso. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, *Campus* Palmas, Tocantins, 2015.

RESUMO: Este trabalho teve como objetivo verificar e analisar didaticamente os conteúdos da Geometria Plana que podem ser ensinados para discentes do 2º ano do Ensino Médio de Palmas - Tocantins a partir da Praça dos Girassóis localizada na capital do referido Estado. Foi realizada pesquisa bibliográfica, de campo e descritiva. A princípio, foram realizadas coletas de dados nos livros didáticos de matemática do 2º ano do ensino médio e também em sites oficiais do governo do Tocantins e do município de Palmas, para verificar respectivamente, onde existia a contemplação do conteúdo da Geometria Plana e informações inerentes sobre a Praça dos Girassóis. Foi realizado registro fotográfico de objetos e situações que poderiam abordar o conteúdo da Geometria Plana. Estes conteúdos foram encontrados nos livros didáticos de Matemática, Matemática: Contextos e Aplicações de Luiz Roberto Dante e Novo Olhar Matemática de Joamir Souza, adotados por duas escolas públicas denominadas A e B. Verificou-se também, que pode-se trabalhar com as situações encontradas e objetos de maneira contextualizada e com abordagem interdisciplinar a Geometria Plana. Resultado este que se encontra de acordo ao recomendado nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (bases legais; e na Parte III referente à área de conhecimento da matemática) quanto à relevância de se trabalhar no ensino da matemática a interdisciplinaridade e a contextualização. Vimos assim que 50% dos conteúdos são comuns aos livros x e y, sendo que desse quantitativo 68% das situações-problemas efetuadas podem ser abordadas a partir dos conteúdos abordados nos dois livros didáticos elencados. E finalizando o projeto foi elaborada uma cartilha educativa. Conclui-se que este projeto oportuniza conhecimentos científicos aos professores da disciplina de Matemática, sobre a utilização do uso dos recursos didáticos não convencionais para abordar a Geometria Plana com e sem enfoque interdisciplinar de maneira dinâmica, interativa e a partir de situações-problemas.

Palavras-chave: Geometria Plana; Praça dos Girassóis; Ensino Médio; Livros Didáticos.

ABSTRACT

MACHADO, Vitor Tavares. Square of sunflowers as a teaching resource for the teaching of plane geometry in high school. 2015. 87f. Work Course Conclusion. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, *Campus Palmas*, Palmas-TO, 2015.

ABSTRACT: This study aimed to verify and analyze didactically the plane geometry content that can be taught to students of 2nd year of high school in Palmas - Tocantins from the Square Sunflowers located in that State capital. Bibliographic research, field and descriptive was carried out. At first, data collection was carried out in textbooks of mathematics for the 2nd year of high school and also at official sites of the Tocantins government and the city of Palmas, to verify respectively, where there was contemplation of the plane geometry content and inherent information on the Square Sunflowers. It was conducted photographic record of objects and situations that could address the contents of the plane geometry. These contents were found in the textbooks of Mathematics, Mathematics: Contexts and Applications Luiz Roberto Dante and New Look Mathematics Joamir Souza, adopted by two public schools called A and B. There was also, it can instead work with the situations encountered and objects in context and interdisciplinary approach to plane geometry. This result is according to the recommended high school National Curriculum Parameters (legal bases; and Part III relating to the mathematical knowledge of the area) on the relevance of working in mathematics education interdisciplinarity and the contextualization. We have seen so 50% of the contents are common to x and y books, and, of that number 68% of all such situations-problems can be addressed from the content covered in the two listed textbooks. And finalizing the project an educational booklet was prepared. It is concluded that this project provides opportunities scientific knowledge to teachers of the subject of Mathematics on the use of the use of unconventional teaching resources to address the plane geometry with and without interdisciplinary approach dynamically, interactive and from problem situations.

Keywords: Plane Geometry; Square of sunflowers; Secondary School; Textbook.

LISTA DE FLUXOGRAMA

Fluxograma 1 – Classificação de Recursos Didáticos segundo Piletti. 2015.	18
--	----

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – Como aprendemos em relação aos sentidos humanos. 2015.	19
GRÁFICO 2 – Como assimilamos o conhecimento a partir dos sentidos humanos. 2015	19
GRÁFICO 3 – Abordagem dos conteúdos da Geometria Plana nos livros didáticos. 2015.	30
GRÁFICO 4 – Abordagem dos conteúdos da Geometria Plana a partir da exemplificação nas situações-problema. 2015.....	32

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática. 2015. 21

QUADRO 2 – Conteúdos e habilidades propostos para Geometria Plana. 2015.....25

QUADRO 3 – Quadro demonstrativo dos livros adotados pelas escolas, A e B, para o ensino da Matemática no 2º Ano do Ensino Médio. 2015.30

QUADRO 4 – Quadro demonstrativo dos conteúdos da Geometria Plana contemplados pelos livros didáticos da Matemática adotados para o 2º Ano do Ensino Médio escolas, A e B. 2015..... 31

QUADRO 5 - Quadro demonstrativo dos conteúdos da Geometria Plana, exemplificação de conteúdo/competências do PCN que podem ser abordados na Praça dos Girassóis quanto ambientes e objetos por escolas (A e B) – Livro (Matemática: Contexto & Aplicações = livro x; Novo olhar Matemática = Livro y)33

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Ilustração aérea da Praça dos Girassóis, Palmas-TO.	38
Figura 2 – Ilustração aérea de parte da Praça dos Girassóis	39
Figura3 – Figura geométrica, quadrado, existente no piso da Praça dos Girassóis.....	39
Figura 4 – Figura Geométrica, retângulo, existente no piso da Praça dos Girassóis	40
Figura 5 – Figuras Geométricas, retângulo e círculo, existentes no piso da Praça dos Girassóis	40
Figura 6 – Figura Geométrica, triângulo, existente no piso da Praça dos Girassóis	41
Figura 7 – Figuras Geométricas, retângulos, existentes no piso da Praça dos Girassóis	42
Figura 8 – Figura Geométrica, círculo, existente no piso da Praça dos Girassóis	42
Figura 9 – Ilustração do Monumento à Bíblia, Praça dos Girassóis, Palmas-TO	43
Figura 10 – Figura Geométrica, círculo, existente no piso da Praça dos Girassóis ..	43
Figura 11 - Ilustração de uma lixeira presente na Praça dos Girassóis, Palmas-TO.....	44
Figura 12 – Ilustração do Monumento Súplica dos Pioneiros, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.	45
Figura 13 – Ilustração da placa do Monumento Súplica dos Pioneiros	45
Figura 14 – Figura Geométrica, trapézio, existente em um prédio da Praça dos Girassóis	45
Figura 15 – Figura Geométrica, trapézio, existente em um prédio da Praça dos Girassóis	46
Figura 16 – Ilustração do Monumento 18 do forte, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.	47
Figura 17 – Ilustração da cúpula do Monumento Memorial Prestes, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.	47
Figura 18 – Figura Geométrica, triângulo, existente no piso da Praça dos Girassóis ...	48
Figura 19 – Ilustração de uma piscina no Monumento Memorial Prestes, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.	48
Figura 20 – Ilustração da estátua de Luís Carlos Prestes no Monumento Memorial Prestes, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.	49
Figura 21 – Figura Geométrica, trapézio, existente no piso da Praça dos Girassóis. ...	49

Figura 22 - Ilustração de uma Palmeira presente na Praça dos Girassóis, Palmas-TO	50
Figura 23 – Ilustrações da placa com nome científico da Palmeira presente na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.....	50
Figura 24– Ilustração de um Coqueiro presente na Praça dos Girassóis, Palmas - TO	50
Figura 25 – Ilustrações da placa com nome científico do Coqueiro presente na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.....	50
Figura 26 - Ilustração do Monumento à Bíblia, Praça dos Girassóis, Palmas-TO	51
Figura 27 - Ilustração de um Coqueiro presente na Praça dos Girassóis, Palmas - TO	51
Figura 28 – Ilustrações da placa com nome científico da Cariota presente na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.....	51
Figura 29 - Ilustrações da placa com nome científico da Palmeira presente na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.....	52
Figura 30 - Ilustrações da placa com nome científico do Coqueiro presente na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.....	52

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
CAPÍTULO I – REVISÃO DE LITERATURA	177
1.1. Processo de Ensino Aprendizagem.....	17
1.2. Recursos Didáticos	18
1.3. A Matemática nos Parâmetros curriculares Nacionais do Ensino Médio	20
1.4. Ensino da Geometria no Ensino Médio	23
1.4.1. Ensino da Geometria Plana no Ensino Médio.....	24
1.4.1.1. Conceitos Elementares da Geometria Plana.....	26
1.5. Interdisciplinaridade e Contextualização	27
CAPÍTULO II – MATERIAIS E MÉTODOS	28
CAPÍTULO III – RESULTADOS E DISCUSSÃO	29
CAPÍTULO IV - CONCLUSÕES	54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	54
APÊNDICE	57
ANEXO	86

INTRODUÇÃO

O professor por ser o principal responsável do processo de ensino e aprendizagem e no cumprimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), deve buscar mecanismos como um recurso didático adequado para possibilitar que suas aulas sejam mais interessantes. Este deve ser pesquisador, facilitador do conhecimento, inovador e comprometido com a realidade dos seus alunos. Como afirma Veiga (2001, p.35), “o professor criativo, de espírito transformador, está sempre buscando inovar sua prática e um dos caminhos para tal fim seria dinamizar as atividades desenvolvidas em sala de aula”.

Assim, o sistema de ensino requer professores esforçados, organizados, didáticos, diferenciados do habitual. Cabe a nós professores, ensinar de maneira contextualizada e quando possível realizar a abordagem interdisciplinar para que alunos, que são o futuro da nossa nação, não fiquem prejudicados, e sem deixá-los aquém quanto a conteúdos essenciais para a sua formação, no caso específico da Geometria Plana.

Para tanto, escolheu-se a Geometria Plana para ser trabalhada no presente estudo, por ser uma parte da Matemática muitas vezes esquecida ou não mencionada, e porque esta ciência requer um maior entendimento tanto por parte dos alunos como também de professores de Matemática. E muitas vezes, os professores esquecem que existem recursos inovadores para o ensino da Matemática e como proceder com os conteúdos a serem ensinados.

Com isso, a proposta desse trabalho foi verificar e analisar os conteúdos da Geometria Plana que podem ser ensinados para discentes do Ensino Médio com o intuito de favorecer e auxiliar o professor no processo de ensino bem como: tornar o processo de ensino-aprendizagem enriquecedor. Para tanto, os objetivos específicos desse trabalho foram:

- * Listar os livros didáticos da Matemática adotados pelos docentes da escola A e da escola B para o ensino da Geometria Plana para o 2º Ano do Ensino Médio, ambas localizadas em Palmas, Tocantins;

- * Levantar e relacionar os conteúdos da Geometria Plana para o 2º Ano do Ensino Médio que são abordados em livros da Matemática adotados pelos docentes da escola A e da escola B;

* Identificar, relacionar e quantificar objetos e ambientes ao ar livre da Praça dos Girassóis que podem possibilitar o ensino dos conteúdos da Geometria Plana para o segundo ano do Ensino Médio abordados em livros da Matemática adotados pelos docentes da escola A e pela escola B, localizados em Palmas, Tocantins;

* Realizar registro fotográfico de objetos e ambientes ao ar livre da Praça dos Girassóis que podem possibilitar o ensino de conteúdos da Geometria Plana para o 2º Ano do Ensino Médio abordados em livros da Matemática adotados pelos docentes da escola A e pela escola B, localizados em Palmas, Tocantins;

* Classificar a exemplificação de abordagem de conteúdo por competências apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2000a; BRASIL, 2000b; BRASIL, 2002);

* Produzir uma cartilha educativa apresentando os dados obtidos da pesquisa.

Nessa perspectiva, este trabalho foi estruturado em quatro capítulos.

No primeiro capítulo foi abordada a revisão de literatura, evidenciando os seguintes pressupostos: o processo de ensino aprendizagem, os recursos didáticos, a matemática nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, o ensino da Geometria Plana no Ensino Médio, Interdisciplinaridade e Contextualização.

No segundo capítulo constam-se os Materiais e Métodos utilizados na pesquisa, abordando o tipo de pesquisa utilizado, como foi desenvolvido o trabalho, os instrumentos de pesquisa utilizados e como foram utilizados, bem como a caracterização de todo o processo da pesquisa e sua descrição.

No terceiro capítulo apresentam-se os resultados e discussão obtidos após aplicar os procedimentos metodológicos estabelecidos.

No quarto capítulo relatam-se as conclusões obtidas neste trabalho.

CAPÍTULO I – REVISÃO DE LITERATURA

1.1. Processo de Ensino Aprendizagem

Quanto o processo de ensino e aprendizagem, Mizukami (2011, p.30) argumenta que

o ato de ensinar consiste, num arranjo e planejamento de várias estratégias, sob as quais os alunos aprendem, sendo responsabilidade do professor assegurar a construção do conhecimento científico, as quais por sua vez, objetivam mudanças comportamentais e de aprendizagem.

Colaborando com o posicionamento acima Libâneo (1994) afirma que o “processo de ensino aprendizagem é uma atividade conjunta de professores e alunos para assimilar o conhecimento e aprimorar o desenvolvimento de habilidades, e assim conseguir capacidades cognitivas tendo como finalidade prover condições aos alunos na obtenção de conhecimentos inerentes para sua vida e seu cotidiano”.

A aquisição dessas habilidades básicas e o domínio do conteúdo, assim como a busca de estratégias que viabilizam a aprendizagem só tem significado quando é contextualizada e as variáveis processuais tratadas em íntima interação com as variáveis contextuais (CANDAU, 2001, p. 15).

Libâneo (1994, p.54) relata que

Quando mencionamos que a finalidade do processo de ensino é proporcionar aos alunos os meios para que assimilem ativamente os conhecimentos é porque a natureza do trabalho docente é a mediação da relação cognoscitiva entre o aluno e as matérias de ensino. Isto quer dizer que o ensino não é só transmissão de informações, mas também o meio de organizar a atividade de estudo dos alunos. O ensino somente é bem-sucedido quando os objetivos do professor coincidem com os objetivos de estudo do aluno e é praticado tendo em vista o desenvolvimento das suas forças intelectuais.

Quando se fala em aprender, segundo Masetto (1997, p.45) entende-se como “buscar informações, rever a própria experiência, adquirir conhecimentos, desenvolver habilidades, adaptar-se a mudanças, mudar comportamentos, descobrir o sentido das coisas, dos fatos, dos acontecimentos...”. O mesmo autor descreve quanto ao papel do professor que “[...] o significado de ensinar diz respeito a: instruir, fazer saber, comunicar conhecimentos, mostrar, guiar, orientar, dirigir, desenvolver habilidades [...]”.

Para tanto, o professor deve envolver-se no processo de ensino aprendizagem se ele desejar avançar, num jogo de risco e segurança, de ousadia e

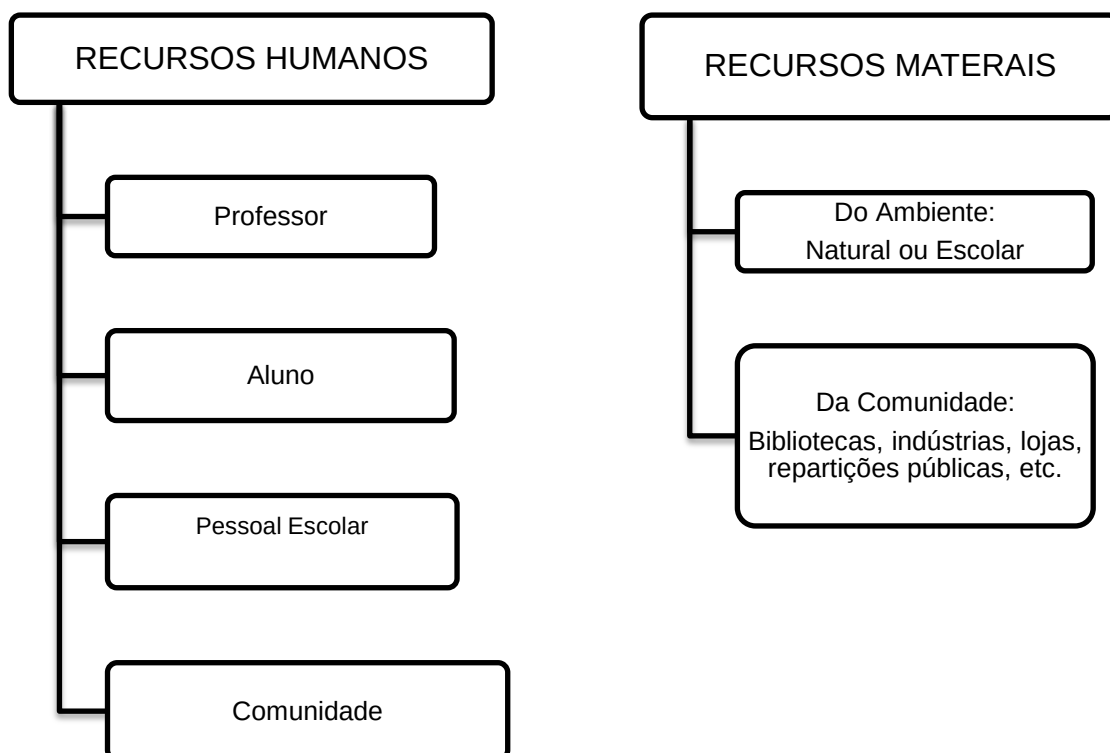
de medo, deve arriscar sua prática sem ter medo de errar e aprender junto para se tornar um professor criativo e que ousa na sala de aula (FREIRE; SHOR, 2008).

1.2. Recursos Didáticos

Na concepção de Souza (2007, p. 111), “recursos didáticos é todo material utilizado como auxílio no ensino-aprendizagem do conteúdo proposto para ser aplicado pelo professor aos seus alunos”.

Neste contexto, Piletti (2004, p.151, grifo do autor) afirma que “precisamos ter uma visão tão ampla que nos faça ‘ir além das paredes da sala de aula’”. Do mesmo modo, colaborando com este pensamento, Veiga (1991, p.35) diz que “uma alternativa para a dinamização seria a variação das técnicas de ensino utilizadas; outra seria a introdução de inovações nas técnicas já amplamente conhecidas e empregadas”.

Quanto aos recursos de ensino, Piletti (2004, p.151) declara que “não há uma classificação de recursos universalmente aceita”. No entanto Piletti classifica os recursos didáticos da seguinte maneira:



Fluxograma 1 – Classificação de Recursos Didáticos segundo Piletti. 2015.

Com isso, Piletti (2004, p. 156) atribui ao professor “orientar a aprendizagem dos alunos no sentido de capacitá-los para criticar as informações recebidas”. Diz também que pesquisas revelam, conforme os gráficos 1 e 2, que aprendemos através:

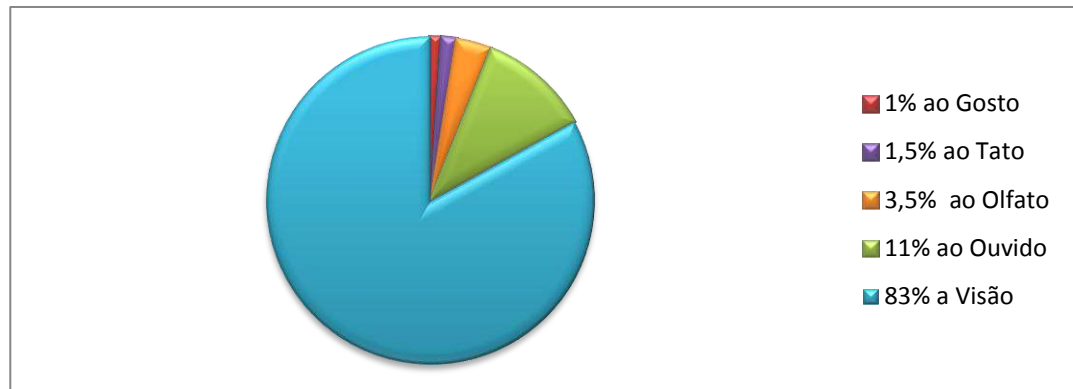


Gráfico 1 – Como aprendemos em relação aos sentidos humanos. 2015.

E o que retemos:

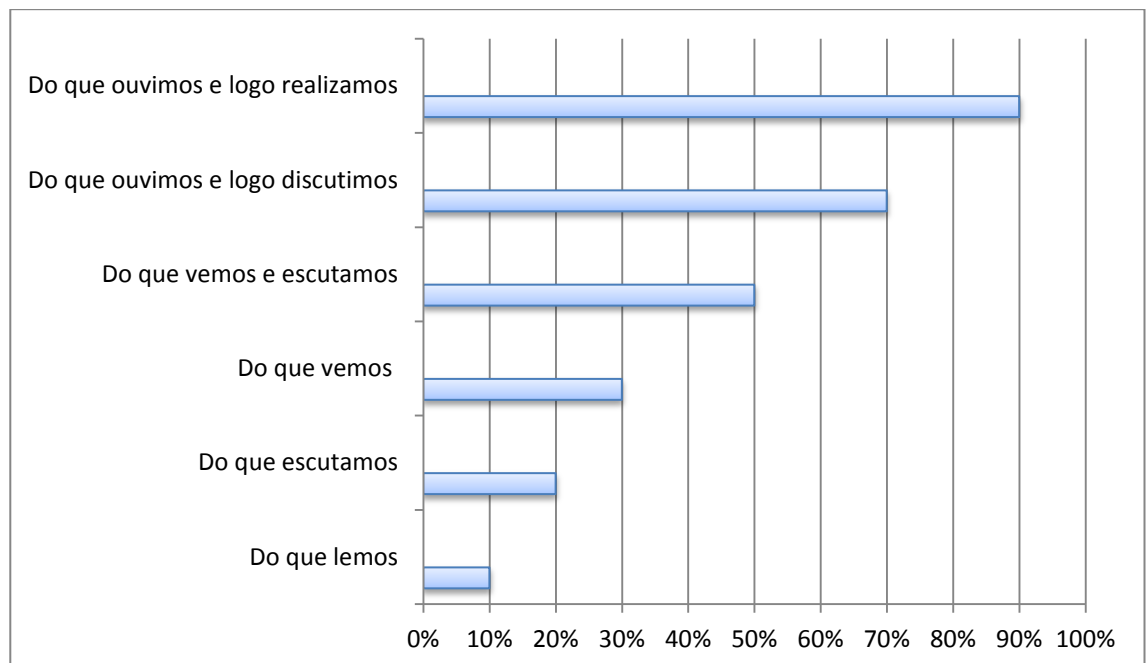


Gráfico 2 – Como assimilamos o conhecimento a partir dos sentidos. 2015.

Concluindo assim, que cada sentido tem sua importância e de maneira diferenciada (PILETTI, 2004, p.156).

Na mesma linha de pensamento, Masetto (1997) faz algumas considerações importantes dizendo que o conhecimento não deve ser construído

somente no âmbito e no contexto escolar, pois a escola se torna desinteressante e parada no tempo; a escola deve investir em equipamentos e em treinamento dos professores para que estes consigam desenvolver e utilizar os recursos tecnológicos disponíveis na escola; a escola deve investir em atividades culturais, artísticas e em conhecimentos tecnológicos.

Quando o recurso é utilizado de maneira adequada motiva e desperta o interesse dos alunos, favorece o desenvolvimento da capacidade de observação, aproxima o aluno da realidade, visualiza ou concretiza os conteúdos da aprendizagem, oferece informações e dados, permite a fixação da aprendizagem, ilustra noções mais abstratas e desenvolve a experimentação concreta (PILETTI, 2004).

Para que os recursos (quando forem utilizados) colaborem no sentido de melhorar a aprendizagem devem ser observados os seguintes critérios e princípios: deve-se ter um objetivo em vista a ser alcançado, nunca utilizar um recurso que não tenha conhecimento adequado, a eficácia do recurso depende da interação dele e dos alunos tanto na percepção e atenção quanto na participação ativa e também depende das características dos recursos em relação ao que será empregado, deve-se ficar atento à escolha do recurso, as condições ambientais do trabalho e do tempo estabelecido (PILETTI, 2004).

1.3. A Matemática nos Parâmetros curriculares Nacionais do Ensino Médio

Segundo Brasil (2002, p.111) “o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento pra lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda como forma de desenvolver habilidades de pensamento”.

Sendo assim, a área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias organizadas conforme Brasil (2002, p. 113), em três grandes competências:

- Representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;
- Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;
- Contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem

ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

E como não poderiam faltar, as finalidades do ensino de matemática no ensino médio requerem alguns objetivos aos alunos, que segundo Brasil (2000b, p. 42) são:

- [...] Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade [...];

Bem como, segundo Brasil (2002, p.110) o aluno deve “aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos [...]” e para o “desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras”. Isso acarretará ao aluno, de acordo com Brasil (2002, p.111), a capacidade “para compreender e interpretar situações para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação”.

Para tanto, de acordo com Brasil (2000b, p.46), as competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática são segundo os critérios representados no quadro 1.

Quadro 1 - Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática. 2015.

<i>Representação e Comunicação</i>	• Ler e interpretar textos de Matemática; • Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc.) • Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, etc.) e vice-versa. • Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, utilizando
---	--

	a terminologia correta; • Produzir textos matemáticos adequados; • Utilizar adequadamente recursos tecnológicos como instrumentos de produção e comunicação; • Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho.
<i>Investigação e Compreensão</i>	• Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc.); • Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; • Formular hipóteses e prever resultados; • Selecionar estratégias de resolução de problemas; • Interpretar e criticar resultados numa situação concreta; • Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos; • Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades; • Discutir idéias e produzir argumentos convincentes;
<i>Contextualização Sócio-Cultural</i>	• Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real; • Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento; • Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade; • Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades;

Diante destas informações, “cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos

necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo (BRASIL, 2000b, p.41)”.

1.4. Ensino da Geometria no Ensino Médio

Segundo Lorenzato (2008, p.57) “a geometria constitui-se no estudo de curvas e de figuras planas e espaciais, isto é, das formas”. Neste mesmo sentido, Brasil (2002, p. 123) afirma que a geometria que está “[...]presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços”.

Pavanello (1993, p. 7) diz que “o abandono do ensino da geometria, verificado nestas últimas décadas, no Brasil, é um fato que tem preocupado bastante os educadores matemáticos brasileiros e [...] é mais evidente nas escolas públicas, principalmente após a promulgação da Lei 5692/71”.

Por sua vez, Oliveira e Velasco (2007) mencionam que

a ausência ou quase ausência do ensino da geometria, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com as outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com as outras partes da própria matemática, é uma lacuna a ser preenchida na prática pedagógica de professores e outros profissionais envolvidos com a área.

Colaborando com este pensamento, Lorenzato (2008, p.70) diz que

[...] por várias razões a geometria não tem ocupado o seu devido lugar no ensino da matemática. Porém, é possível, desejável e necessário que o ensino dessa parte importante de matemática seja fortemente enfatizado, porque, como já vimos sem experiência geométrica não se consegue raciocinar geometricamente e, por consequência, se constrói uma visão capenga, falaciosa e incompleta da matemática.

Pavanello (1993, p. 8) relata que

os conteúdos de Matemática (aritmética, álgebra, geometria, etc.) são ensinados separadamente e por professores diferentes. O tratamento dado a eles é puramente abstrato, sem qualquer preocupação com as aplicações práticas. Os livros utilizados também desenvolvem cada assunto progressiva e sistematicamente como um todo sem procurar estabelecer qualquer relação entre os diferentes ramos da Matemática.

Acrescentando essas informações quanto os procedimentos metodológicos de ensino Sá e Jucá (2014) afirmam que nas escolas de nosso país,

verificam-se características do ensino tradicional e isso tem acarretado dificuldades na aprendizagem dos conceitos de geometria.

Silva (2013) relata em seu trabalho “foram utilizados materiais concretos, do software educacional Wingeon e o software de jogo Gemp [...] proposta [de] ensino da Geometria [...] que possa ser realizado de forma diferenciada e motivadora propiciando um melhor entendimento por parte do discente”, favorecendo a utilização dos recursos didáticos em sala de aula.

Oliveira (2013) propôs “a utilização do software educacional [...] um recurso didático que complementa o livro didático e visa tornar o ensino da Geometria mais dinâmico e atraente para docentes e discentes”.

“Em relação ao ensino da Geometria, propõe que ele se inicie pelas explorações intuitivas, a partir das quais se estabelecerão os conhecimentos indispensáveis à construção de uma sistematização, que deverá atingir a exposição formal” (PAVANELLO, 1993, p.10)

Assim, percebe-se que a utilização das figuras, formas e propriedades geométricas, adquiridas a partir das habilidades de visualização, desenho, argumentação e representação permitem a resolução de problemas com uma perspectiva adequada do conteúdo da Geometria e tem a finalidade de expressar os conteúdos de dimensão, volume e área (BRASIL, 2000b, p. 44; SANTOS, ALBUQUERQUE, SILVA, 2012, p.263).

1.4. 1. Ensino da Geometria Plana no Ensino Médio

SANTOS (2009) em sua investigação “[...] mostra a importância da visualização no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Plana e Espacial [...] busca-se [...] refletir o papel da visualização no desenvolvimento do conhecimento geométrico” e ainda “propõe-se demonstrar que a visualização torna-se ferramenta importantíssima para ampliar as capacidades intuitivas de percepção e representação, e contribui para a solução de problemas matemáticos e de outras naturezas”.

Os conteúdos e habilidades propostos por Brasil (2002, p.125) para Geometria Plana são segundo o quadro 2:

Quadro 2 - Conteúdos e habilidades propostos para Geometria Plana. 2015.

Conteúdos	Habilidades
1. Semelhança e Congruência; 2. Representações de Figuras;	• Identificar dados e relações geométricas relevantes na resolução de problemas; • Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios, etc. • Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real; • Utilizar as propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras; • Fazer uso de escalas em representações planas;
1. Áreas; 2. Estimativas; 3. Valor exato e aproximado;	• Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos; • Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimento e área em situações reais relativas, por exemplo, recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos; • Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro.

Em um estudo sobre Geometria Plana pretendeu-se analisar as propostas das atividades da Geometria Plana com o uso de softwares dinâmicos para o primeiro ano do Ensino Médio nos cadernos de professor de matemática, publicados em 2008 pela Secretaria Estadual de Educação do Estado de São Paulo, verificando como o uso dos softwares pode ser inserido nesse contexto permitindo ao aluno

repensar em atividades elaboradas com a utilização dos mesmos (PROCÓPIO, BROLEZZI, 2011).

Outra proposta sobre a Geometria Plana refere-se a desenvolver conteúdos da Geometria Plana relacionado às pipas usando como referencial teórico a Engenharia Didática que permite o controle no processo de ensino-aprendizagem (MOTINAGA, 2013)

Com o intuito de mudar a visão que muitos possuem da Geometria Plana, buscou-se inserir em sala de aula novas ferramentas de ensino como: materiais manipuláveis, aplicativos educativos, provas e demonstrações no intuito de explorar métodos e ferramentas tecnológicas que auxiliem o ensino da Geometria Plana no Ensino Médio (LIMA, 2013).

1.4.1.1 Conceitos elementares da Geometria Plana

Caldeira (2009, 130) preocupa-se com os conceitos da Geometria afirmando que “em relação ao ensino, há certa tendência por parte dos professores a ensinar conceitos somente por meio de exemplos, omitindo-se os não exemplos. Quando isso acontece, os alunos podem formar conceitos de forma equivocada”.

Portanto, conforme Brasil (2000b, p. 40-41) afirma “é importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos [pois estes] têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas”.

Para tanto, Dante (2013, p. 137) estabelece algumas definições: “usamos para o comprimento da circunferência a fórmula $C = 2\pi r$ ” e ainda completa “o comprimento [...] de um arco pode ser calculado de forma proporcional ao comprimento da circunferência [...] podemos escrever: $\frac{\alpha}{2\pi} =$ fração da circunferência ocupada pelo arco”.

Souza (2013, p.185-199) diz que

- [...] podemos calcular a área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento (a) pela medida de sua largura (b) ($A = a \cdot b$);
- para calcular a área do quadrado [...] multiplicamos a medida de seus lados ($A = a \cdot a = a^2$);

- [...] podemos calcular a área de um trapézio adicionando a medida da base maior com a da base menor, multiplicando a soma obtida pela medida da altura e dividindo o resultado por dois ($A = \frac{(B+b).h}{2}$);
- [...] podemos calcular a área do triângulo multiplicando a medida da base pela medida da altura e dividindo o resultado por dois ($A = \frac{b.h}{2}$) [e] também podemos calcular a área de um triângulo conhecendo apenas as medidas de seus três lados, pela fórmula de Herão ($A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$);
- [...] podemos calcular a área de um círculo de raio r utilizando a fórmula $A = \pi r^2$.

Apesar dos professores indicarem a geometria como um conteúdo necessário, não há organização e nem uma seleção dos conteúdos a serem ensinados no ensino médio e dessa forma não podemos esperar que os alunos construam conceitos geométricos (ALMOULOUD, 2004, p.94).

1.5. Interdisciplinaridade e Contextualização

Interdisciplinaridade e Contextualização segundo Brasil (2000a, p. 84) são recursos complementares para ampliar as inúmeras possibilidades de interação entre disciplinas e entre as áreas nas quais disciplinas venham a ser agrupadas. Para Dante (2013, p. 331) [...] a contextualização ajuda a desenvolver no aluno a capacidade de relacionar o aprendido com o observado e a teoria com suas consequências e aplicações práticas.

A partir da aplicação de uma metodologia interdisciplinar unindo Geografia, Física e Matemática utilizando um teodolito (recurso didático) tornaram aulas dessas disciplinas mais interessantes no nível Médio despertando a percepção do educando, para a visualização das formas e feições associando a representação destas, às figuras geométricas (SANTOS, ALBUQUERQUE, SILVA, 2012).

Dante (2013, p.331) afirma que:

tratar os conteúdos de ensino de forma contextualizada significa aproveitar ao máximo as relações existentes entre esses conteúdos e o contexto pessoal ou social do aluno, dando significado ao que está sendo aprendido, levando-se em

conta que todo conhecimento envolve uma relação ativa entre o sujeito e o objeto do conhecimento (2013, p. 331).

Para Brasil (2002, p. 111) “aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras [...]”.

Já com relação à interdisciplinaridade existem várias definições e abordagens. Entre estas abordagens temos a de Ferreira (2010, p. 14) onde afirma que:

a interdisciplinaridade se efetiva como uma forma de sentir e perceber o mundo e estimula o sujeito do conhecimento a aceitar o desafio de sair de uma ‘zona de conforto protegida pela redoma do conteúdo das disciplinas e retomar o encanto da descoberta e da revelação do novo e complexo processo de construção do saber.

Quanto a esse enfoque, Brasil (2000a, p. 21), relata que “a interdisciplinaridade deve ser compreendida a partir de uma abordagem relacional, em que se propõe que, por meio da prática escolar, sejam estabelecidas interconexões e passagens entre os conhecimentos através de relações de complementaridade, convergência ou divergência”.

Com a interdisciplinaridade segundo Ferreira (2010, p. 11) vive-se aprendendo pelo trabalho reflexivo sobre as dimensões da prática real e contextualizada, tendo em conta uma articulação conscientemente elaborada entre atividade, sensibilidade, afetividade e ideação para as experiências formadoras da própria prática e da vida interdisciplinar.

CAPÍTULO II – MATERIAIS E MÉTODOS

Neste estudo, foram realizadas as pesquisas: bibliográfica, de campo e pesquisa descritiva. Para tanto, segundo Gil (2010, p. 29) pesquisa bibliográfica é “desenvolvido a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Já pesquisa de campo para Lakatos e Marconi (2002, p. 83) “é aquela utilizada com o objetivo de conseguir informações e/ou conhecimentos acerca de um problema para o qual se procura uma resposta, ou de uma hipótese que se queira comprovar, ou ainda, descobrir novos fenômenos ou a relação entre eles”. E por pesquisa descritiva, segundo Prestes (2005, p.26), “é aquela onde se

observam, registram, analisam, classificam e interpretam os fatos, sem que o pesquisador lhes faça qualquer interferência. Assim, o pesquisador estuda os fenômenos do mundo humano e físico, mas não os manipula”.

Para atingir os objetivos pré-estabelecidos e para obtenção dos dados, realizou-se visitas a escola A e B para adquirir os livros da matemática que são adotados para o segundo ano do ensino médio; realizaram-se observações (MARCONI; LAKATOS, 2010) ao acaso da praça dos girassóis para registrar objetos e/ou ambientes que poderiam ser utilizados para o ensino da geometria plana para do segundo ano do ensino médio; analisaram-se os conteúdos possíveis de serem trabalhados de Geometria Plana por professores no Ensino Médio; e por fim foi produzida uma cartilha educativa apresentando os dados obtidos da pesquisa.

Após a coleta e tabulação dos dados foi realizada a análise do teor das observações e registros fotográficos e não fotográficos (recursos utilizados: câmera digital e fita métrica), bem como se realizou as correlações destes dados com os livros didáticos adotados; com a literatura científica especializada tais como a apresentada nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2000a; BRASIL, 2000b; BRASIL, 2002); e em estudos realizados e publicados referentes à temática em questão. E assim, realizou-se a descrição dos dados qualitativos e apresentação dos dados quantitativos em porcentagem.

Para tanto, verificou-se como o problema da pesquisa é abordado, vimos que é do tipo quali-quantitativa, porque esta pesquisa requer uma coleta de dados, coleta de informações e de histórico, uma análise e permite atribuições que o professor pode inserir em suas aulas de Geometria Plana, assim além de coletar todas as informações e analisá-las serão “feitas interpretações dos fenômenos e atribuição dos significados” (GIL, 1991).

CAPÍTULO III – RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da pesquisa bibliográfica nos dois livros de matemática adotados para o 2º ano do ensino médio pelas escolas públicas selecionadas (denominadas A e B) do município de Palmas, Tocantins foi possível relacionar os conteúdos de geometria plana que constam nos livros (Quadro 3). Que por sua vez, a geometria plana é uma das temáticas a ser desenvolvida no estudo da geometria. Onde “a

geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços” (BRASIL,2002, p.123).

Quadro 3 – Quadro demonstrativo dos livros adotados pelas escolas, A e B, para o ensino da matemática no 2º Ano do Ensino Médio. 2015.

ESCOLA	LIVRO DIDÁTICO PARA 2015	AUTORES
A	Matemática: Contexto & Aplicações	DANTE, Luiz Roberto
B	Novo olhar matemática	SOUZA, Joamir

Quanto aos conteúdos da Geometria Plana presentes nos livros x (Dante,2013) e livro y (Souza,2013) foram constatados em um total de 22 conteúdos que: 21 desses conteúdos referentes à Geometria Plana estão presentes no livro x; 12 estão presentes no livro y; e 11 conteúdos são comuns aos livros x e y. Observa-se no gráfico 3 o percentual relacionado à abordagem dos conteúdos da Geometria Plana nos livros x e y:

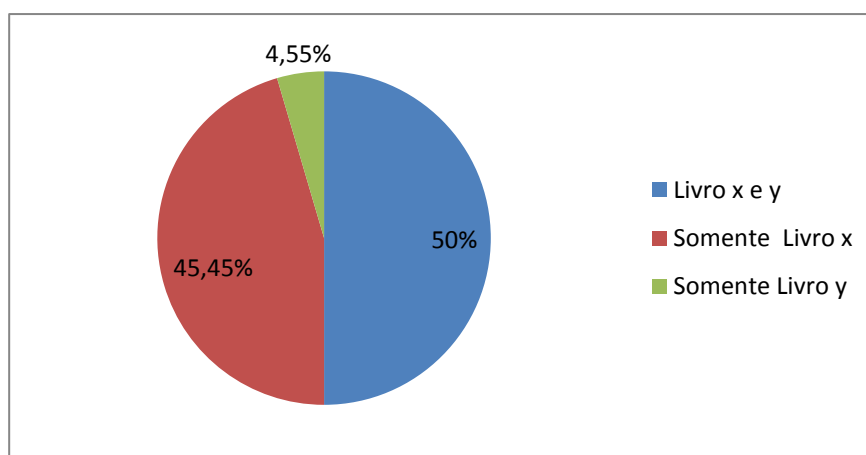


GRÁFICO 3 – Percentual dos Conteúdos da Geometria Plana nos livros didáticos. 2015.

Pelo gráfico 3 podemos observar ainda, que somente 50% do total de conteúdos da Geometria Plana estão de acordo em ambos os livros didáticos. No livro y verificam-se apenas 54,55% do total dos conteúdos da Geometria Plana presentes nos livros didáticos, enquanto no livro x esse total chega a 95,45%. Vale lembrar que muitos conteúdos básicos não são retomados no Ensino Médio e que o conteúdo da Geometria Plana só é contemplado no 2º Ano do Ensino Médio.

Com a variedade de conteúdos que constam nos livros em questão (Quadro 4), caso o professor desejar, existe a possibilidade de aprofundar os conhecimentos geométricos com uso dos diversos recursos didáticos existentes, a exemplo, uma praça pública como a praça dos girassóis. Recursos esses, que na concepção de Souza (2007, p. 111), “é todo material utilizado como auxílio no ensino-aprendizagem do conteúdo proposto para ser aplicado pelo professor aos seus alunos”.

Quadro 4 – Quadro demonstrativo dos conteúdos da Geometria Plana contemplados pelos livros didáticos da Matemática adotados para o 2º Ano do Ensino Médio escolas, A e B. 2015.

Escola	Livro didático para 2015	Conteúdos da Geometria Plana
A	Matemática: Contexto & Aplicações	*Polígonos regulares inscritos na circunferência; *Cálculo da medida do lado e do apótema; *Quadrado inscrito em uma circunferência; * Hexágono regular inscrito em uma circunferência; *Triângulo equilátero inscrito em uma circunferência; *Comprimento da circunferência; *Comprimento do arco; *Área (ideia intuitiva); *Região quadrada unitária; *Área da região quadrada; *Área da região retangular; *Área da região limitada por um paralelogramo; *Área da região triangular; *Área da região limitada por um trapézio; *Área da região limitada por um losango; *Área da região limitada por um hexágono regular; *Área da região limitada por um polígono regular;

		*Área do círculo; *Área do setor circular; *Cálculo aproximado de áreas; *Razão de semelhança para áreas;
B	Novo olhar matemática	*Área de figuras planas (ideia intuitiva); *Área do Quadrado; *Área do retângulo; *Área do paralelogramo; *Área do losango; *Área do trapézio; *Área do triângulo; *Área de polígonos regulares; *Razão entre área de figuras planas; *Área do círculo; *Área da coroa circular; *Área do setor circular;

No entanto, baseado nos pensamentos de Lorenzato (2008), Oliveira e Velasco (2007), Sá e Jucá (2014) pode ser afirmado que a Geometria Plana não tem sido inserida em sala de aula, e quando é ensinada não tem sido dada sua devida importância, sendo de forma mecânica e tradicional, e conseqüentemente, trazendo dificuldades aos alunos no momento da compreensão e na forma de aprimorar os conceitos geométricos.

Já no gráfico 4, verifica-se o percentual dos conteúdos da Geometria plana a partir das situações problemas elaboradas nessa pesquisa:

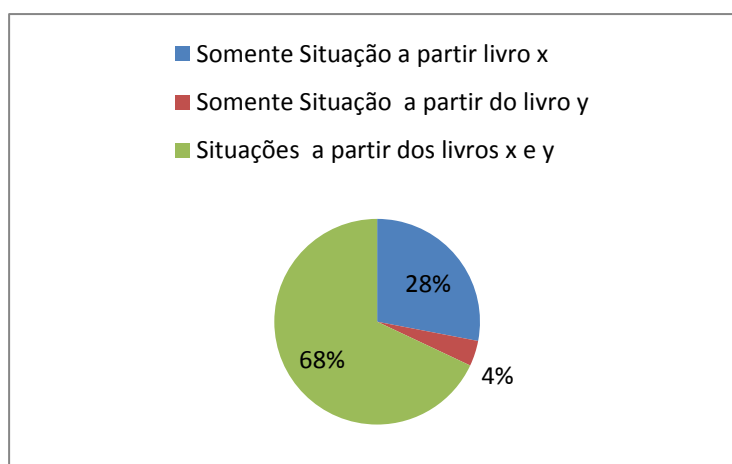


Gráfico 4 – Percentual da Abordagem dos conteúdos da Geometria Plana a partir da exemplificação nas situações-problema. 2015.

Pelo gráfico 4, observa-se que 68% das situações problemas podem ser abordadas pelos livros x e y, 28% apenas pelo livro x e 4% apenas pelo livro y. Nessa perspectiva, verifica-se que a maior parte das situações-problemas (exemplificações) podem ser abordados com ambos os livros.

Observa-se no quadro 5, que existem sim, alternativas de situações e objetos da Praça dos Girassóis pertinentes, viáveis e acessíveis, para professores tornarem o processo de ensino da Geometria Plana de maneira mais dinâmica e motivadora, apontando que é possível este conhecimento matemático deixar de ser algo abstrato e um “bicho papão” como muitos estudantes relatam e levar estes alunos a aprendizagem significativa. Bem como, foi verificado que os conteúdos referentes à Geometria Plana sugeridos a serem abordados a partir dos ambientes e objetos da praça estão de acordo com os propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais: Semelhança e Congruência; Representações de Figuras; Áreas; Estimativas; Valor exato e aproximado, conteúdos estes abordados na Geometria Plana (BRASIL, 2002, p.125). E também com as competências recomendadas nos Parâmetros (BRASIL, 2000b, p.46; BRASIL, 2002, p.125).

Quadro 5 – Quadro demonstrativo dos conteúdos da Geometria Plana por escolas (A e B) e exemplificação de conteúdo/competências do PCNs (BRASIL, 2000b, p.46; BRASIL, 2002, p.125) que podem ser abordados na Praça dos Girassóis quanto ambientes e objetos. 2015.

Conteúdo/Escola	Exemplificação de abordagem de conteúdo por competências (BRASIL, 2000b, p.46; BRASIL, 2002, p.125)	Ambiente da Praça e/ou Objeto*
Área de figuras planas, razão entre áreas/ A e B	* Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumento de produção e de comunicação (BRASIL, 2000b, p.46); * Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2000b, p.46);	Praça toda (questão 1);
Comprimento da circunferência, área do círculo e comprimento do arco da circunferência/ A	*Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho (BRASIL, 2000b, p.46) [aula campo]; *Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos (BRASIL, 2000b, p.46);	Rotatórias presentes na praça e nas aproximações dela (questão 2);
	*Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimento e	

Área do quadrado, retângulo, círculo e triângulo/ A e B	área em situações reais relativas, por exemplo, recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos (BRASIL, 2002, p.125); *Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46);	Figuras geométricas presentes na praça (questões 3, 4, 5, 6 e 7);
Comprimento da Circunferência e área do Círculo/ A	*Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46);	Circunferência e Círculo presentes na praça (questão 8);
Área e proporcionalidade do quadrado/ A	*Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2000b, p.46); *Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios, etc. (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46); *Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumento de produção e de comunicação (BRASIL, 2000b, p.46);	Monumento à Bíblia (questão 9);
Área do quadrado, triângulo e Círculo / A e B	*Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimento e área em situações reais relativas, por exemplo, recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos (BRASIL, 2002, p.125); *Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46);	Figuras geométricas presentes na praça (questão 10);
Cálculo de área aproximado/ A	*Interpretar e criticar resultados numa situação concreta (BRASIL, 2000b, p.46); *Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos (BRASIL, 2000b, p.46); *Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades (BRASIL, 2000b, p.46); *Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2000b, p.46); *Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (BRASIL, 2002, p.125);	Lixeira (questão 11);
Área do triângulo equilátero/ A e B	*Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2000b, p.46); *Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (BRASIL, 2002, p.125);	Monumento Súplica dos pioneiros (questão 12);

	*Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades (BRASIL, 2000b, p.46);	
Área do trapézio, triângulo e retângulo/A e B	*Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimento e área em situações reais relativas, por exemplo, recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos (BRASIL, 2002, p.125); *Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46);	Figuras geométricas presentes na praça (questões 13 e 14);
Área do quadrado/A e B	*Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2000b, p.46); *Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios, etc. (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46); *Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumento de produção e de comunicação (BRASIL, 2000b, p.46);	Monumento Revolta dos 18 do Forte (questão 15);
Comprimento da circunferência e área do círculo/A	*Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2000b, p.46); *Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios, etc. (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46); *Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumento de produção e de comunicação (BRASIL, 2000b, p.46);	Monumento Memorial Prestes (questões 16 e 18);
Área do triângulo utilizando a fórmula de Heron/A e B	*Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimento e área em situações reais relativas, por exemplo, recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos (BRASIL, 2002, p.125); *Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46); *Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos (BRASIL, 2000b, p.46); *Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades (BRASIL, 2000b, p.46);	Figura geométrica presente na praça (questão 17);
	*Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real	

Área do círculo e área da coroa circular/ B	(BRASIL, 2000b, p.46); *Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios, etc. (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46); *Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumento de produção e de comunicação (BRASIL, 2000b, p.46);	Monumento Memorial Prestes (questão 19);
Área do Trapézio / A e B	*Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimento e área em situações reais relativas, por exemplo, recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos (BRASIL, 2002, p.125); *Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46);	Figura geométrica presente na praça (questão 20);
Área do círculo com abordagem de interdisciplinaridade e contextualização / A e B	*Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2000b, p.46); *Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro (BRASIL, 2002, p.125). *Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios, etc. (BRASIL, 2002, p.125); *Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real (BRASIL, 2002, p.125);	Árvores presentes na praça (questões 21 e 22);
Razão entre áreas de figuras planas/ A e B	*Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2000b, p.46); *Utilizar instrumentos de medição e de desenho (BRASIL, 2000b, p.46); *Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (BRASIL, 2002, p.125);	Monumento à Bíblia (questão 23);
Área do retângulo / A e B	*Identificar e fazer uso de diferentes formas para realizar medidas e cálculos (BRASIL, 2002, p.125); *Utilizar corretamente instrumentos de medição e desenho (BRASIL, 2000b, p.46); *Utilizar propriedades geométricas para medir, quantificar e fazer estimativas de comprimento e área em situações reais relativas, por exemplo, recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos (BRASIL, 2002, p.125);	Placas com nome científico da árvore (questão 24);
	*Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2000b, p.46);	

Comprimento da circunferência e área do círculo; com abordagem de interdisciplinaridade e contextualização/A	*Efetuar medições, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro (BRASIL, 2002, p.125). *Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas, como desenhos, mapas, plantas de edifícios, etc. (BRASIL, 2002, p.125); *Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real (BRASIL, 2002, p.125);	Árvore presente na praça (questão 25)
--	--	---------------------------------------

Fonte: Dados da pesquisa.

* Todas as questões com resoluções se encontram no apêndice na cartilha educativa.

Verifica-se ainda, no quadro 5, que existe a possibilidade da abordagem dos conteúdos área do triângulo, quadrado, retângulo, trapézio, círculo; comprimento da circunferência e do arco, cálculo de área aproximado, razão de semelhança de área, da Geometria Plana com o recurso didático, Praça dos Girassóis. Recurso este, que de acordo com a classificação de Pilletti é recurso material da comunidade e esse mesmo autor afirma que os recursos colaboram para:

“motivar e despertar o interesse para o aluno, favorecer o desenvolvimento e capacidade de observação, aproximar o aluno da realidade, visualizar ou concretizar os conteúdos da aprendizagem, oferecer informações e dados, permitir a fixação da aprendizagem, ilustrar noções mais abstratas e desenvolver a experimentação concreta” (PILLETI, 2010, p.152).

E Ramos (2004, p.41) afirma sobre o mesmo assunto que:

“Não devemos esquecer que o recurso didático é mais um instrumento que pode e precisa ser utilizado pelo professor, mas não o substitui e, quando utilizado de forma coerente, ajuda a motivar os alunos, auxilia na apresentação da matéria, propicia a fixação do conteúdo e uma possível referência para verificação do aprendizado”.

Com análise e levantamento da praça dos girassóis verificou-se que pode sim, trabalhar com as situações encontradas e objetos de maneira contextualizada e com abordagem interdisciplinar a geometria plana. Resultado este que favorece ao que se encontra recomendado nos PCN de ensino médio (BRASIL, 2000a; BRASIL, 2000b; BRASIL, 2002). É possível abordar a matemática com a história; com a geografia e com a área ambiental fazendo visita de campo a um espaço natural e relevante como a praça dos girassóis, Palmas/TO.

Neste contexto, segundo Brasil (2000a, p.84), a interdisciplinaridade e contextualização são recursos complementares para ampliar as inúmeras

possibilidades de interação entre disciplinas e entre as áreas nas quais disciplinas venham a ser agrupadas.

Com respeito a essa proposta, percebe-se que ser professor requer aprimorar seus conhecimentos adquiridos e transmitir esses conhecimentos de maneira criativa e motivadora para ser alcançada a aprendizagem significativa dos estudantes. Para tanto, nesse trabalho, foram identificados, registrados, analisados e elaborados ambientes-situações e objetos para servirem de exemplificações possíveis de abordagem da geometria plana a partir da praça dos girassóis. Exemplificações estas apresentadas a partir de registros fotográficos e questões elaboradas a seguir (questões com resoluções se encontram no apêndice na cartilha educativa):

Figura e Questão 1. Abordagem do conteúdo Área de Superfícies – Área da região retangular a partir da ilustração aérea da praça dos Girassóis.



FIGURA 1. Ilustração aérea da Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: <http://www.arqplant.com/Planejamento%20Ambiental%20Urbano/PALMAS.htm>.

Questão 1. A Praça dos Girassóis, considerada uma das maiores da América Latina, situada na cidade de Palmas Tocantins, há dimensões territoriais de aproximadamente, 802m a 833m (DE COMPRIMENTO) por 643m a 718m (DE LARGURA), aproximadamente. Sabendo dessas informações, calcule:

- A área mínima da Praça dos Girassóis, sabendo que é o produto das menores medidas das dimensões da praça.
- A área máxima da Praça dos Girassóis, sabendo que é o produto das maiores dimensões da praça.
- A área média aproximada da Praça dos Girassóis, sabendo que é o produto das médias das dimensões da praça.

Figura e Questão 2 – Abordagem do conteúdo comprimento e raio da circunferência; área do círculo e comprimento do arco da circunferência.

Questão 2. Existem muitas rotatórias em forma de circunferência na praça e em torno da Praça dos Girassóis como vemos em destaque na figura. Sabendo que o comprimento aproximado da circunferência menor é 61,23 m e o raio é 9,75 m e o comprimento aproximado da circunferência maior é 242,72 m e o raio é 38,65m aproximadamente. Com esses dados responda:

- Verifique se o valor de π é aproximadamente 3,14 conforme a circunferência menor.
- Calcule a área desses círculos;
- Calcule o comprimento da metade (180°) do arco dessas circunferências.



FIGURA 2. Ilustração aérea de parte da Praça dos Girassóis.

Fonte: <https://imagesapt-a.akamaihd.net/fit-in/640x480/c13318ddfe1f4560a5cf3c9f2f41c628/praca-dos-girassois-20426360206881355.jpg>.

Figura e Questão 3. Abordagem do conteúdo área do quadrado a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



FIGURA 3. Figura geométrica, quadrado, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 3. Um professor de Matemática ao observar com seus alunos de matemática a Praça dos Girassóis verificou que havia um quadrado com dimensões (lados) de 119 cm por 119 cm. Com base nessas informações, responda:

- Calcule a área desse quadrado.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realize devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica, seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 4- Abordagem do conteúdo área do retângulo a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 4. A Praça dos Girassóis possui muitas figuras geométricas em vários locais e de diversos tipos. Em uma verificação nessa praça encontramos um retângulo que tem largura igual a 39 cm e comprimento igual a 159 cm. Calcule a área dessa figura geométrica.

FIGURA 4. Figura Geométrica, retângulo, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realize devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica, seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 5- Abordagem dos conteúdos: área do retângulo e área do círculo a partir das figuras geométricas existentes no piso da Praça dos Girassóis.



FIGURA 5. Figuras Geométricas, retângulo e círculo, existentes no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 5. Os alunos do 2º Ano do Ensino Médio em uma visita técnica a Praça dos Girassóis encontraram uma circunferência dentro de um retângulo. O retângulo possui a largura de 41,5cm e o comprimento de 57 cm e já a circunferência possui raio igual a 14,8 cm. Por meio dessas informações, calcule:

- (a) A área do retângulo.
- (b) A área do círculo.
- (c) A área que não foi preenchida pela circunferência.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica, seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 6- Abordagem do conteúdo área do triângulo a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



FIGURA 6. Figura Geométrica, triângulo, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 6. Um estudante de matemática, utilizando uma trena, verificou que na Praça dos Girassóis havia um triângulo com altura de 1,07 m e base de 5,07m. Calcule a área desse triângulo.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 7- Abordagem do conteúdo área do retângulo a partir das figuras geométricas existente no piso da Praça dos Girassóis.



FIGURA 7. Figuras Geométricas, retângulos, existentes no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 7. Uma empresa de telefonia queria instalar seus equipamentos no retângulo maior de comprimentos 31,5cm X 52 cm, que está localizado na Praça dos Girassóis. Porém, verificou-se na figura que o espaço para a instalação do equipamento foi de apenas 23 cm X 43,5 cm. Com essas informações responda:

- Calcule as áreas do retângulo menor e maior.
- Qual foi a área que a empresa de equipamentos não utilizou.
- Verifique se esses retângulos são proporcionais.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 8 - Abordagem dos conteúdos: comprimento da circunferência e área do círculo a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



FIGURA 8. Figura Geométrica, círculo, existente no piso da Praça dos

Questão 8. Sabendo que esta circunferência observada na Praça dos Girassóis possui o diâmetro igual a 6,88m. Calcule:

- O raio dessa circunferência.
- O comprimento dessa circunferência.
- A área do círculo.

Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 9- Abordagem dos conteúdos área e proporcionalidade do quadrado a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 9. Ilustração do Monumento à Bíblia, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 9. Em uma observação na Praça dos Girassóis verificou-se o monumento à Bíblia, em homenagem à liberdade de cultos e credos. Nesse monumento estão presentes várias figuras planas como os quadrados com dimensões: 4,96 m , 5,51m; 6,12m , respectivamente. E ainda a estátua segura um retângulo de largura 0,96 m e comprimento 1,27 m. Responda:

- (a) Qual é a medida da área do retângulo?
- (b) Dê a razão (divisão) entre o comprimento do maior quadrado e do quadrado médio.
- (c) Dê a razão (divisão) entre o comprimento do médio e do quadrado menor.
- (d) O que você pôde concluir com as alternativas (b) e (c). Justifique.

Figura e Questão 10 – Abordagem dos conteúdos: área do quadrado, área do triângulo e área do círculo a partir das figuras geométricas existentes no piso da Praça dos Girassóis.



FIGURA 10. Figuras Geométricas, quadrado, círculo e triângulo, existentes no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 10. Foram observados as seguintes figuras planas na Praça dos Girassóis:

- Quadrado com 5 m de lado.
- Triângulo com base de 2,83 m e altura de 0,54m.
- Círculo com 1,875 m de raio.

De acordo com esses dados, responda:

- (a) Qual a figura com maior área? Justifique.
- (b) Qual é a área não ocupada pelo triângulo no Círculo?
- (c) Qual é a área não ocupada pelo triângulo no quadrado?
- (d) Qual é a área não ocupada pelo círculo no quadrado?

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 11- Abordagem do conteúdo cálculo de área aproximado a partir de um objeto existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 11. Ilustração de uma lixeira presente na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.

FONTE: Dados da Pesquisa.

Questão 11. Para manter a Praça dos Girassóis limpa a prefeitura de Palmas implantou lixeiras nessa praça. Utilizando um objeto de medida, um aluno descobriu que a altura da lixeira é de aproximadamente 1,07m e a largura dela é de aproximadamente 0,47m. Faça o cálculo aproximado da área ocupada pela lixeira na foto ao lado.

Figuras 12 e 13, Questão 12- Abordagem do conteúdo área do triângulo equilátero a partir de um monumento e de uma placa existentes na Praça dos Girassóis.



FIGURA 12. Ilustração do Monumento Súplica dos Pioneiros, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.



FIGURA 13. Ilustração da placa do Monumento Súplica dos Pioneiros.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 12. O Monumento, Súplica dos Pioneiros, possui um triângulo equilátero cuja medida dos lados é 11,8m. Calcule a altura e a área do triângulo equilátero.

Figura 14 e Questão 13- Abordagem dos conteúdos: área do trapézio, área do triângulo e área do retângulo a partir da figura geométrica existente em um prédio da Praça dos Girassóis.

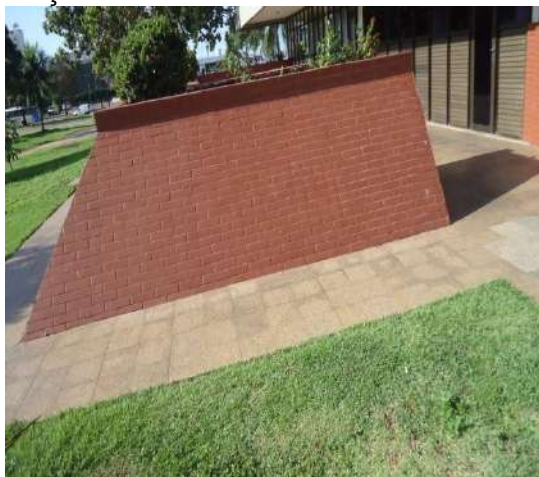


FIGURA 14. Figura Geométrica, trapézio, existente em um prédio da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 13. Na Praça dos Girassóis há muitos trapézios. Entre eles está este da figura que tem base menor de 4,06m, base maior de 4,92m e altura de 1,47m. Sabendo dessas informações, responda:

- Calcule a área do trapézio.
- Se dividir o trapézio em duas partes: um triângulo e um retângulo, qual será a área dessas figuras geométricas encontradas?
- A soma das áreas dessas figuras encontradas é igual à área do trapézio? Justifique.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam

necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura 15 e Questão 14 - Abordagem do conteúdo área do trapézio a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



FIGURA 15. Figura Geométrica, trapézio, existente em um prédio da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 14. Dois alunos em uma visita à Praça dos Girassóis decidiram tirar uma foto do espaço onde havia um trapézio cuja base menor era de 1,28m, a base maior era de 2,12m e a altura de 1,19m. Calcule a área desse trapézio observado.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura 16 e Questão 15- Abordagem do conteúdo área do quadrado a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 16. Ilustração do Monumento 18 do forte, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa

Questão 15. Em 5 de Julho de 1922, a revolta dos 18 do forte aconteceu em Copacabana no bairro do Rio de Janeiro e foi feita pelos tenentes depois de acusações, críticas e oposição ao Governo. Só 2 tenentes sobreviveram a essa revolta Siqueira Campos e Eduardo Gomes que tiveram graves ferimentos. Por meio do monumento fixado na Praça dos Girassóis existem dois quadrados fixados um no centro da figura e outro coberto por água, com comprimentos de lados de 21,13m e 25,85m, respectivamente. Calcule:

- A área do quadrado central.
- A área do quadrado coberto de

água.

Figura 17 e Questão 16- Abordagem dos conteúdos: comprimento da circunferência e área do círculo a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 17. Ilustração da cúpula do Monumento Memorial Prestes, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.
FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 16. Entre os monumentos presentes na Praça dos Girassóis está presente uma cúpula do Memorial Prestes. Sabendo que a semicircunferência aproximada dessa cúpula possui raio de 6m. Calcule:

- (a) O comprimento dessa circunferência.
- (b) A área desse círculo.

Figura 18 e Questão 17 - Abordagem do conteúdo área do triângulo utilizando a fórmula de Heron a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 17. O triângulo dessa figura possui três lados diferentes com as seguintes medidas: 0,75m; 0,95m e 1,27m. Calcule a área desse triângulo utilizando a fórmula de Heron.

FIGURA 18. Figura Geométrica, triângulo, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Figura 19 e Questão 18- Abordagem dos conteúdos: comprimento da circunferência e área do círculo a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 19. Ilustração de uma piscina no Monumento Memorial Prestes, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa

Questão 18. Próximo ao monumento do Memorial Prestes há uma circunferência com água que tem diâmetro de 4 m, aproximadamente. Calcule a área do círculo e o comprimento dessa circunferência.

Figura 20 e Questão 19- Abordagem dos conteúdos: área do círculo e área da coroa circular a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 19. Na estátua de Luís Carlos Prestes existem muitos círculos. O diâmetro da circunferência menor é de 0,8m aproximadamente enquanto o diâmetro da circunferência maior é de 1,60m aproximadamente. Calcule:

- (a) A área do círculo menor.
- (b) A área do círculo maior.
- (c) A área da coroa circular.

FIGURA 20. Ilustração da estátua de Prestes no Monumento Memorial Prestes, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Figura 21 e Questão 20- Abordagem do conteúdo área do trapézio a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 20. Um trapézio foi observado pelos alunos do Ensino Médio na Praça dos girassóis. Utilizando uma fita métrica eles conseguiram as seguintes medidas:

- Base menor = 3,43m;
- Base maior = 4,43m;
- Altura = 1,95m;

Com base nesses dados encontrados por esses alunos, calcule a área do trapézio da figura ao lado.

FIGURA 21. Figura Geométrica, trapézio, existente no piso da Praça dos Girassóis;

FONTE: Dados da pesquisa

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realize devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura 22 e 23, Questão 21- Abordagem do conteúdo área do círculo a partir de uma árvore existente na Praça dos Girassóis.



Questão 21. O nome da cidade de Palmas foi escolhido em homenagem à comarca de São João da Palma, sede do primeiro movimento separatista do norte goiano e também pela existência de palmeiras presentes na cidade. Atualmente, na praça encontramos por exemplo, a Palmeira Imperial (*Roystonea oleracea* (Jacq.) O. F. Cook) ilustrada na figura ao lado. Para tanto, sabendo que o comprimento (médio) da circunferência do tronco dessa palmeira é de 1,47m, responda:

- (a) Calcule o raio do círculo.
- (b) Calcule a área do círculo.
- (c) Faça um paralelo entre a criação de Palmas e a presença das palmeiras na nossa cidade.

FIGURA 22 e 23. Ilustrações de uma palmeira e de sua placa presente na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.

FONTE: Dados da Pesquisa.

Figura 24 e 25, Questão 22- Abordagem do conteúdo área do círculo a partir de uma árvore existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 24 e 25. Ilustrações de uma árvore e de uma placa presente na Praça dos Girassóis, Palmas - TO.

FONTE: Dados da Pesquisa.

Questão 22. O coqueiro (*Cocos nucifera* L.) é uma planta presente em vários ambientes urbanos na cidade de Palmas, a exemplo, na Praça dos Girassóis. As maiores plantações e produções do coqueiro se concentram na faixa litorânea do Nordeste do Brasil. Por sua vez, a sua importância e seu potencial de utilização é destinado tanto de forma in natura como no processamento industrial, na obtenção de produtos como coco ralado, leite de coco, doce, sorvetes, entre outros produtos e subprodutos. Neste contexto, exemplifica-se a presença do coqueiro da foto na praça que possui um comprimento (médio) da circunferência do seu tronco aproximado de 0,95m. Para tanto, com base nessas informações responda:

- Relate sobre a importância do coqueiro na sociedade que vivemos;
- Calcule o raio desse coqueiro.
- Calcule a área ocupada por esse coqueiro.

Figura 26 e Questão 23 – Abordagem do conteúdo razão entre áreas de figuras planas a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 26. Ilustração do Monumento à Bíblia existente na Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 23. Os quadrados da figura ao lado determinam em seus níveis três retângulo de medidas 4,8m; 5,42m e 6,12m todos com altura de 0,15m. Verifique se esses retângulos são semelhantes.

Figura 27 e 28, Questão 24 – Abordagem do conteúdo área do retângulo a partir de placas existentes na Praça dos Girassóis.



FIGURA 27 e 28. Ilustrações de placas presentes na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.

FONTE: Dados da Pesquisa.

Questão 24. No projeto de paisagismo e de arborização urbana da Praça dos Girassóis estão presentes algumas espécies vegetais como exemplo a Palmeira Imperial (*Roystonea oleracea* (Jacq.) O. F. Cook) e Coqueiro (*Cocos nucifera* L.) com suas respectivas identificações e classificações apresentadas em placas metálicas para subsidiar estas informações a sociedade, em especial, aos palmenses. Para tanto, após medições, constatou-se que todas as placas possuem a mesma dimensão 20cm (largura) X 40cm (altura). Calcule a área ocupada por uma placa de uma árvore na praça.

Figura 29 e 30, Questão 25- Abordagem dos conteúdos: comprimento da circunferência e área do círculo a partir de uma árvore existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 29 e 30. Ilustrações de uma árvore e uma placa presentes na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.

FONTE: Dados da Pesquisa.

Questão 25. Entre as plantas ornamentais presentes na Praça dos Girassóis está a Cariota que é uma espécie vegetal exótica de origem do sul da Ásia e na Índia. Neste contexto, responda:
a) sabendo que o comprimento (médio) da circunferência dessa árvore é de 1,35m, calcule o raio dessa circunferência e sua área do círculo correspondente.
b) Cite dois benefícios da arborização urbana.

Diante das exemplificações apresentadas acima de abordagem da Geometria Plana a partir da praça dos girassóis percebe-se que é fundamental que

as atividades práticas aconteçam para garantir o espaço da integração da teoria e prática através de reflexão, desenvolvimento e construção de ideias. Nessa perspectiva, Freire (2014, p.47) afirma que “o ato de ensinar não é transferir conhecimento, mas sim criar as possibilidades para que o indivíduo construa seu próprio conhecimento”. Colaborando com essa linha de pensamento de Freire, Scarpato (2004, p.18) ressalta que “o processo de ensino e aprendizagem gera um vínculo entre quem ensina e o aprendiz”. Assim sendo, na interação entre professor e aluno, é necessário que haja um método acessível que facilite o desenvolvimento do ensino e aprendizagem.

O sistema de ensino requer do professor muito além de um ensino “bancário”, deve-se motivar o aluno, levá-los a pesquisar, possibilitá-los verificar os recursos didáticos que estão inseridos no seu cotidiano (como a Praça dos Girassóis) que podem ser aproveitados para o ensino da geometria plana e também para outras áreas do conhecimento da matemática, mostrar a eles softwares educacionais e outros recursos tecnológicos que facilitem e ajudem na construção do seu conhecimento e inserir a interdisciplinaridade. Como exemplo, para complementar o processo ensino aprendizagem do que foi visto na praça o professor poderia utilizar o software Geogebra em sala de aula. Onde o Geogebra é um software de geometria dinâmica livre, que permite a construção de diversos objetos geométricos, como pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas, gráficos representativos de funções e curvas parametrizadas; os quais podem ser modificados dinamicamente (WENDT et al., 2012, p. 4).

Sobre o mesmo assunto Ramalho (2013, p. 5) afirma que:

Em geral, o software Geogebra pode auxiliar no estudo de diversos conteúdos matemáticos, diante de sua potencialidade, destaco abaixo alguns dos conteúdos e conceitos que podem ser explorados por meio de seus recursos:

* O estudo de figuras planas, podendo explorar conceitos como perímetros, áreas; os Teoremas de Tales e Pitágoras, semelhança de triângulo, bissetriz de um ângulo, mediatriz, mediana, Teorema do ângulo externo, trigonometria no triângulo retângulo, e muitos outros.

* Plano cartesiano, funções polinomiais, funções trigonométricas, círculo trigonométrico, geometria analítica, probabilidade e estatística, seções cônicas, cônicas, integral e derivada, etc.

No entanto, é bom ser lembrado que o fato de um professor estar utilizando o computador e softwares para ministrar aulas em sala não significa, necessariamente, que esteja aplicando uma proposta inovadora. Muitas vezes essa

aula conforme Tajra (2008, p. 49) é tão tradicional quanto uma aula expositiva com a utilização do quadro e giz. E o mesmo autor ainda afirma que:

Quando utilizamos o termo tecnologia educacional, os educadores consideram como um paradigma do futuro, eles se esquecem de que as tecnologias educacionais estão relacionadas aos antigos instrumentos utilizados no processo de ensino aprendizagem. O giz, a lousa, o retroprojetor, o vídeo, a televisão, o jornal impresso, o livro, o computador, etc são todos elementos instrumentais componentes da tecnologia educacional (p. 44).

Enfim, a partir dos resultados apresentados nesse trabalho, verificou-se que a ação bem planejada do professor para o desenvolvimento de aulas extraescolar, oportunizará ao aluno situações de aprendizagem satisfatória, diferenciada, útil e contextualizada. Como ressalta Rizzon (2008, p.19), o professor “contribui para o desenvolvimento intelectual do aluno, reestruturando modelos metodológicos que considerem o contexto ao qual esse aluno pertence, seus conhecimentos empíricos e seu interesse pelo conhecimento científico”.

CAPÍTULO IV – CONCLUSÕES

Constatou-se que a Praça dos Girassóis é um excelente e viável recurso didático de baixo custo para ser trabalhado o conteúdo da Geometria Plana para o 2º ano do Ensino Médio.

Registraram-se ambientes-situações e objetos (lixeira e placas) na Praça dos Girassóis que viabilizam a abordagem da Geometria Plana com abordagem interdisciplinar e contextualizada.

Verificou-se que a Praça dos Girassóis pode auxiliar o docente no processo ensino aprendizagem de maneira dinâmica, interativa, inovadora e a partir de situações-problemas.

Por meio desse trabalho ainda se observou e se constatou novos campos a serem descobertos, e novos trabalhos, como por exemplo, a Geometria Espacial que pode ser inserida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOU, Saddo Ag. et al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, n.27, Set/Out/Nov/Dez/ 2004.

BICUDO, Francisco. Um monstro desconhecido. **Revista Cálculo**: Matemática para todos, São Paulo, ano 2, n.24, Jan/2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**: Bases legais. Brasília: MEC, 2000a.

_____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**, Parte III - Matemática. Brasília: MEC, 2000b.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio**: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

CALDEIRA, Ana Maria de Andrade. org. **Ensino de Ciências e Matemática, II**: temas sobre a formação de conceitos [online]. São Paulo: Editora UNESP; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2009. 287p.

CANDAU, Vera Maria (org.).et al. **A didática em questão**. 20 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

CEMIG. Companhia Energética de Minas Gerais. **Manual de arborização**. Belo Horizonte: Cemig / Fundação Biodiversitas, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: Contexto & Aplicações. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2013, v.2.p.134-157.(Livro do Professor).

FAZENDA, Ivani Catarina Alves et al. (org.) **Práticas Interdisciplinares na escola**.3ª edição. São Paulo: Cortez, 1996.

FERREIRA, Nali Rosa Silva. Currículo: espaço interdisciplinar de experiências formadoras do professor da escola de educação básica. **Revista Interdisciplinaridade**, São Paulo, v.1, n. 0, p.1-83, Out/2010.

FREIRE, Paulo. SHOR, Ira. **Medo e Ousadia**: O cotidiano do professor. São Paulo: Paz e Terra, 2008.

GIL, Antônio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1991.

LAKATOS, Eva Maria. MARCONI, Marina de Andrade. **Técnicas de pesquisa**: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisa, elaboração, análise e interpretação de dados. São Paulo: Atlas, 2002.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

LIMA, Marcella Luanna da Silva. Uma proposta para o ensino aprendizagem de Geometria no Ensino Médio utilizando o software GeoGebra. *In: VII Congresso iberoamericano de Educación Matemática*, 2013, Montevideo, Uruguay. **Anais...** Montevideo, 2013.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2008. (Coleção Formação de professores).

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7ª edição. São Paulo: Atlas, 2010.

MASETTO, Marcos Tarciso. **Didática: A aula como centro**. 4ª ed. São Paulo: FTD, 1997.

MOTINAGA, Esdras Henrique Regatti. **Uma proposta de ensino de Geometria construindo pipas**. 2013. 124f. Dissertação (Mestrado Profissional). Universidade de São Carlos, São Carlos, 2013.

OLIVEIRA, Ednaldo Bernardo de. **Uma contribuição ao ensino de Geometria Espacial**. 2013. 191f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2013.

OLIVEIRA, L. L. VELASCO, A. D. O ensino de geometria nas escolas de nível médio da Rede Pública da Cidade de Guaratinguetá. *In: GRAPHICA - INTERNATIONAL CONFERENCE ON GRAPHICS ENGINEERING FOR ARTS AND DESIGN*, 2007, Guaratinguetá. **Anais...** Guaratinguetá, 2007.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas, n. 1, p. 7-17, ano1/1993.

PILETTI, Claudino. **Didática Geral**. 23. Ed. São Paulo: Ática, 2004.

PRESTES, Maria L. de Mesquita. **A pesquisa e a construção do conhecimento científico**. 2 ed. São Paulo: Rêspel, 2003.

PROCÓPIO, Wadames. BROLEZZI, Antonio Carlos. GeoGebra: o uso do computador no ensino de Geometria Plana. *In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, 2011, Recife. **Anais...** Recife, 2011.

RAMOS, F. C. O livro e os recursos didáticos no ensino de matemática. **Vidya**, Santa Maria, v. 24, n. 42, p. 145-162, jul./dez, 2004.

RAMALHO, L. V. O uso do GeoGebra no Ensino de Matemática. *In: ENCONTRO GOIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, IV, 2013, Quirinópolis. **Anais...** Quirinópolis, 2013.

SÁ, Pedro Franco de. JUCÁ, Rosineide de Sousa (org.). **Matemática por atividades: experiências didáticas bem-sucedidas**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

SANTOS, Lucimar Silva dos. ALBUQUERQUE, Adoréa Rebello da C., SILVA, Richard Evêncio da. O uso de metodologia interdisciplinar no ensino de geografia, física e matemática. **Revista Geonorte**, ed. esp., v. 3, n. 4, p. 262-272, 2012.

SANTOS, Cristiane de Oliveira. **A importância da visualização no ensino da Geometria Plana e Espacial**. 2009. 49f. TCC. Universidade Estadual de Goiás, Jussara, 2009.

SILVA, Alex Reis da. **Uma proposta para o ensino de Geometria Espacial Métrica no Ensino Médio**. 2013. 93f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

SOUZA, Joamir. **Novo Olhar Matemática**. 2ª ed. São Paulo: FTD, 2013, v.2.p.184-211.

SOUZA, Salete Eduardo. O uso de recursos didáticos no ensino escolar. **Arq. Mudi**. Maringá. v. 11, sup.2, p.110-114, 2007.

TAJRA, Sanmya Feitosa. **Informática na Educação**: novas ferramentas pedagógicas para o professor na atualidade. 8 ed. São Paulo: Érica, 2008.

VEIGA, Ilma Passos Alencastro(org.). **Técnicas de Ensino**: Porque não? Campinas: Papirus, 1991.

WENDT, A. M.; OLIVEIRA, E. B. de; DALMOLIN, L.;XAVIER, L. K.; BIDEL, A. C. L. **Noções Básicas de Cálculo e Geometria Plana com o GeoGebra**. UFSM. 2015. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/petmatematica/arquivos/Ap_GEOGEBRA.pdf. Acesso em 5 abr. 2015.

APÊNDICE



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
CURSODE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**



CARTILHA EDUCATIVA

**PRAÇA DOS GIRASSÓIS COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO
DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO MÉDIO**

AUTOR: Vitor Tavares Machado

ORIENTADOR: Prof^a Dr^a. Cláudia Maria Alves Pegado

COORDINADOR: Prof^o. Me. Jamerson Montenegro Lima

**Palmas
Junho / 2015**

APRESENTAÇÃO

A presente cartilha educativa foi elaborada com o intuito de apresentar os dados obtidos na pesquisa intitulada “Praça dos girassóis como recurso didático para o ensino da geometria plana no ensino médio” que é parte do meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, *Campus* Palmas, como parte das exigências para a conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática, sob a orientação dos Professores Dra. Cláudia Maria Alves Pegado e Professor Me. Jamerson Montenegro Lima.

Os conteúdos pesquisados e analisados nesse estudo constam nos seguintes livros didáticos:

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: Contexto & Aplicações. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2013, v.2.p.134-157. (Livro do Professor).

SOUZA, Joamir. **Novo Olhar Matemática**. 2ª ed. São Paulo: FTD, 2013, v.2.p.184-211.

Enfim, esperamos com esta cartilha educativa nortear professores de matemática sobre os conteúdos da Geometria Plana que podem ser ensinados a partir da Praça dos Girassóis de maneira dinâmica, interativa e unindo a teoria com a prática de maneira contextualizada.

Vitor Tavares Machado

EXEMPLIFICAÇÃO DE ABORDAGEM DA GEOMETRIA PLANA A PARTIR DA PRAÇA DOS GIRASSÓIS

Figura e Questão 1. Abordagem do conteúdo Área de Superfícies – Área da região retangular a partir da ilustração aérea da praça dos Girassóis.



FIGURA 1. Ilustração aérea da Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: <http://www.arqplant.com/Planejamento%20Ambiental%20Urbano/PALMAS.htm>.

Questão 1. A Praça dos Girassóis, considerada uma das maiores da América Latina, situada na cidade de Palmas Tocantins, há dimensões territoriais de aproximadamente, 802m a 833m (de comprimento) por 643m a 718m (de largura), aproximadamente.

Sabendo dessas informações, calcule:

- (a) A área mínima da Praça dos Girassóis, sabendo que é o produto das menores medidas das dimensões da praça.
- (b) A área máxima da Praça dos Girassóis, sabendo que é o produto das maiores dimensões da praça.
- (c) A área média aproximada da Praça dos Girassóis, sabendo que é o produto das médias das dimensões da praça.

Resolução: Souza (2013, p.185) diz que “de maneira geral, podemos calcular a área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura”. Logo, podemos calcular da seguinte maneira:

(a) $A_1 = a \cdot b$, onde a é o comprimento e b é a largura, então: $A = 802 \cdot 643 = 515.686 \text{ m}^2$.

(b) $A_2 = 833 \cdot 718 = 598.094 \text{ m}^2$.

(c) $A_m = \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{515.686 + 598.094}{2} = 556.890 \text{ m}^2$.

Figura e Questão 2 – Abordagem do conteúdo comprimento e raio da circunferência; área do círculo e comprimento do arco da circunferência.

Questão 2. Existem muitas rotatórias em forma de circunferência na praça e em torno da Praça dos Girassóis como vemos em destaque na figura. Sabendo que o comprimento aproximado da circunferência menor é 61,23 m e o raio é 9,75 m e o comprimento aproximado da circunferência maior é 242,72 m e o raio é 38,65m aproximadamente. Com esses dados responda:

- Verifique se o valor de π é aproximadamente 3,14 conforme a circunferência menor.
- Calcule a área desses círculos.
- Calcule o comprimento da metade (180°) do arco dessas circunferências.



FIGURA 2. Ilustração aérea de parte da Praça dos Girassóis.

Fonte: <https://imagesapt-a.akamaihd.net/fit-in/640x480/c13318ddfe1f4560a5cf3c9f2f41c628/praca-dos-girassois-20426360206881355.jpg>

Resolução: Segundo Dante (2013, p.137) “[...] usamos para o comprimento da circunferência a fórmula: $C = 2\pi r$ [...] [e] o comprimento L de um arco pode ser calculado de forma proporcional ao comprimento da circunferência [...] $\frac{L}{2\pi r}$ = fração da circunferência ocupada pelo arco”. E ainda complementa: “[...] a área do círculo é $A = \pi r^2$ ” (p. 150). Assim, temos:

- $C = 2\pi r \longrightarrow 61,23 = 2 \cdot \pi \cdot 9,75 \longrightarrow \pi = \frac{61,23}{19,5} = 3,14$ aproximadamente.
- $A_{\text{menor}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot (9,75)^2 = 298,5$ aproximadamente.
 $A_{\text{maior}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot (38,65)^2 = 4690,60265 \text{ m}^2$ aproximadamente.
- $C_{\text{menor}} = \pi r = 3,14 \cdot 9,75 = 30,615 \text{ m}$ aproximadamente.
 $C_{\text{maior}} = \pi r = 3,14 \cdot 38,65 = 121,361 \text{ m}$ aproximadamente.

Sugestão: Podemos utilizar ainda a definição de Dante (2013, p.137) “[...] [a] razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro dela é conhecida como número π , ou seja, $\pi = \frac{C}{D}$ ”.

Figura e Questão 3. Abordagem do conteúdo área do quadrado a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 3. Um professor de Matemática ao observar com seus alunos de matemática a Praça dos Girassóis verificou que havia um quadrado com dimensões (lados) de 119 cm por 119 cm. Com base nessas informações, responda:

- (a) Calcule a área desse quadrado.

FIGURA 3. Figura geométrica, quadrado, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Dante (2013, p. 140) diz que “a área do quadrado é $A = n^2$ ”. Logo: $A = 119^2 = 119 \cdot 119 = 14161 \text{ cm}^2 = 1,4161 \text{ m}^2$.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 4- Abordagem do conteúdo área do retângulo a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 4. A Praça dos Girassóis possui muitas figuras geométricas em vários locais e de diversos tipos. Em uma verificação nessa praça encontramos um retângulo que tem largura igual a 39 cm e comprimento igual a 159 cm. Calcule a área dessa figura geométrica.

FIGURA 4. Figura Geométrica, retângulo, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Segundo Dante (2013, p. 141) “[...] uma região retangular R de base b e altura h, em que b e h são números reais, [...] [tem] área $R = b \cdot h$ ”. Portanto, $A = b \cdot h = 39 \cdot 159 = 6201 \text{ cm}^2 = 0,6201 \text{ m}^2$.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 5- Abordagem dos conteúdos: área do retângulo e área do círculo a partir das figuras geométricas existentes no piso da Praça dos Girassóis.



FIGURA 5. Figuras Geométricas, retângulo e círculo, existentes no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 5. Os alunos do 2º Ano do Ensino Médio em uma visita técnica a Praça dos Girassóis encontraram uma circunferência dentro de um retângulo. O retângulo possui a largura de 41,5cm e o comprimento de 57 cm e já a circunferência possui raio igual a 14,8 cm. Por meio dessas informações, calcule:

- (a) A área do retângulo.
- (b) A área do círculo.
- (c) A área que não foi preenchida pela circunferência.

Resolução: Segundo Dante (2013, p. 141) “[...] uma região retangular R de base b e altura h, em que b e h são números reais, [...] [tem] área $R = b \cdot h$ ”. ainda complementa: “[...] a área do círculo é $A = \pi r^2$ ”(p. 150).

- (a) $A_1 = a \cdot b = 41,15 \cdot 57 = 2345,55 \text{ cm}^2$.
- (b) $A_2 = \pi r^2 = 3,14 \cdot (14,8)^2 = 687,7856 \text{ cm}^2$.
- (c) $A_{\text{não preenchida}} = A_1 - A_2 = 2345,55 - 687,7856 = 1657,7644 \text{ cm}^2$.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 6- Abordagem do conteúdo área do triângulo a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 6. Um estudante de matemática, utilizando uma trena, verificou que na Praça dos Girassóis havia um triângulo com altura de 1,07 m e base de 5,07m. Calcule a área desse triângulo.

FIGURA 6. Figura Geométrica, triângulo, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Segundo Souza (2013, p.191) “de maneira geral, podemos calcular a área de um triângulo multiplicando a medida da base pela medida da altura e dividindo o resultado por 2”. Conclui-se que: $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{5,07 \cdot 1,07}{2} = 5,4249 \text{ m}^2$;

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 7- Abordagem do conteúdo área do retângulo a partir das figuras geométricas existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 7. Uma empresa de telefonia queria instalar seus equipamentos no retângulo maior de comprimentos 31,5cm X 52 cm, que está localizado na Praça dos Girassóis. Porém, verificou-se na figura que o espaço para a instalação do equipamento foi de apenas 23 cm X 43,5 cm. Com essas informações responda:

- Calcule as áreas do retângulo menor e maior.
- Qual foi a área que a empresa de equipamentos não utilizou.
- Verifique se esses retângulos são proporcionais.

FIGURA 7. Figuras Geométricas, retângulos, existentes no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Souza (2013, p.185) diz que “de maneira geral, podemos calcular a área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura”. E Dante (2013, p. 142) completa dizendo que “a área retangular é proporcional a cada uma das suas dimensões”.

(a) $A_{\text{menor}} = 23 \cdot 43,5 = 1000,5 \text{ cm}^2$. $A_{\text{maior}} = 31,5 \cdot 52 = 1638 \text{ cm}^2$.

(b) $A_{\text{não utilizada}} = 1638 - 1000,5 = 637,5 \text{ cm}^2$

(c) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \longrightarrow \frac{31,5}{23} \neq \frac{52}{43,5}$ pois $1,37 \neq 1,19$. Portanto, esses retângulos não são proporcionais.

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 8 - Abordagem dos conteúdos: comprimento da circunferência e área do círculo a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 8. Sabendo que esta circunferência observada na Praça dos Girassóis possui o diâmetro igual a 6,88m. Calcule:

- (a) O raio dessa circunferência.
- (b) O comprimento dessa circunferência.
- (c) A área do círculo.

FIGURA 8. Figura Geométrica, círculo, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Segundo Dante (2013, p.137) “[...] usamos para o comprimento da circunferência a fórmula: $C = 2\pi r$ ”. E complementa dizendo que “[...] a área do círculo é $A = \pi r^2$ ” (p. 150).

- (a) $r = \frac{D}{2} = \frac{6,88}{2} = 3,44 \text{ m.}$
- (b) $C = 2 \cdot 3,14 \cdot 3,44 = 21,6032 \text{ m.}$
- (c) $A = 3,14 \cdot (3,44)^2 = 37,157504 \text{ m}^2.$

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 9- Abordagem dos conteúdos área e proporcionalidade do quadrado a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 9. Ilustração do Monumento à Bíblia, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 9. Em uma observação na Praça dos Girassóis verificou-se o monumento à Bíblia, em homenagem à liberdade de cultos e credos. Nesse monumento estão presentes várias figuras planas como os quadrados com dimensões: 4,96 m , 5,51m; 6,12m , respectivamente. E ainda a estátua segura um retângulo de largura 0,96 m e comprimento 1,27 m.

Responda:

- (a) Qual é a medida da área do retângulo?
- (b) Dê a razão (divisão) entre o comprimento do maior quadrado e do quadrado médio;
- (c) Dê a razão (divisão) entre o comprimento do médio e do quadrado menor;
- (d) O que você pôde concluir com as alternativas (b) e (c). Justifique.

Resolução: Segundo Souza (2013, p.185) “podemos calcular a área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura”. O mesmo autor completa, “[...] quando dois polígonos são semelhantes, a razão entre a medida de seus lados correspondentes é igual” (p.196).

- a) $A = a \cdot b$, onde a é o comprimento e b é a largura:
 $A = 1,27 \cdot 0,96 = 1,2192 \text{ m}^2$
- b) $R_1 = \frac{6,12}{5,51} = 1,11\text{m}$ aproximadamente.
- c) $R_2 = \frac{5,51}{4,96} = 1,11\text{m}$ aproximadamente.
- d) Como $R_1 = R_2$, então podemos concluir que os quadrados são semelhantes.

Figura e Questão 10 – Abordagem dos conteúdos: área do quadrado, área do triângulo e área do círculo a partir das figuras geométricas existentes no piso da Praça dos Girassóis.



FIGURA 10. Figuras Geométricas, quadrado, círculo e triângulo, existentes no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 10. Foram observadas as seguintes figuras planas na Praça dos Girassóis:

- Quadrado com 5 m de lado;
- Triângulo com base de 2,83 m e altura de 0,54m;
- Círculo com 1,875 m de raio;

De acordo com esses dados, responda:

- (a) Qual a figura com maior área? Justifique.
- (b) Qual é a área não ocupada pelo triângulo no Círculo?
- (c) Qual é a área não ocupada pelo triângulo no quadrado?
- (d) Qual é a área não ocupada pelo círculo no quadrado?

Resolução: Dante (2013, p. 140) diz que “a área do quadrado é $A = n^2$ ”. Segundo Souza (2013, p.191) “de maneira geral, podemos calcular a área de um triângulo multiplicando a medida da base pela medida da altura e dividindo o resultado por 2”. E Dante (2013, p.150) complementa: “[...] a área do círculo é $A = \pi r^2$ ”. Portanto:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad A_{\text{quadrado}} &= n^2 = 5^2 = 25 \text{ m}^2. \\ A_{\text{triângulo}} &= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2,83 \cdot 0,54}{2} = 0,7641 \text{ m}^2. \\ A_{\text{círculo}} &= \pi r^2 = 3,14 \cdot 1,875 = 5,8875 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura e Questão 11- Abordagem do conteúdo cálculo de área aproximado a partir de um objeto existente na Praça dos Girassóis.



Questão 11. Para manter a Praça dos Girassóis limpa a prefeitura de Palmas implantou lixeiras nessa praça. Utilizando um objeto de medida, um aluno descobriu que a altura da lixeira é de aproximadamente 1,07m e a largura dela é de aproximadamente 0,47m. Faça o cálculo aproximado da área ocupada pela lixeira na foto ao lado.

FIGURA 11. Ilustração de uma lixeira presente na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.

FONTE: Dados da Pesquisa

Resolução: Para Dante (2013, p. 152) podemos adotar o método para achar a área de regiões com formas diferentes da seguinte maneira “contamos o menor número possível de regiões quadradas inteiras que cobrem a região R”. Assim a menor figura geométrica que cobre a lixeira é um retângulo com as dimensões encontradas na medição do comprimento e largura da lixeira.

Assim, $A = 1,07 \cdot 0,47 = 0,5029 \text{ m}^2$ aproximadamente.

Figuras 12 e 13, Questão 12- Abordagem do conteúdo área do triângulo equilátero a partir de um monumento e de uma placa existentes na Praça dos Girassóis.



FIGURA 12. Ilustração do Monumento Súplica dos Pioneiros, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 12. O Monumento, Súplica dos Pioneiros, possui um triângulo equilátero cuja medida dos lados é 11,8m. Calcule a altura e a área do triângulo equilátero.

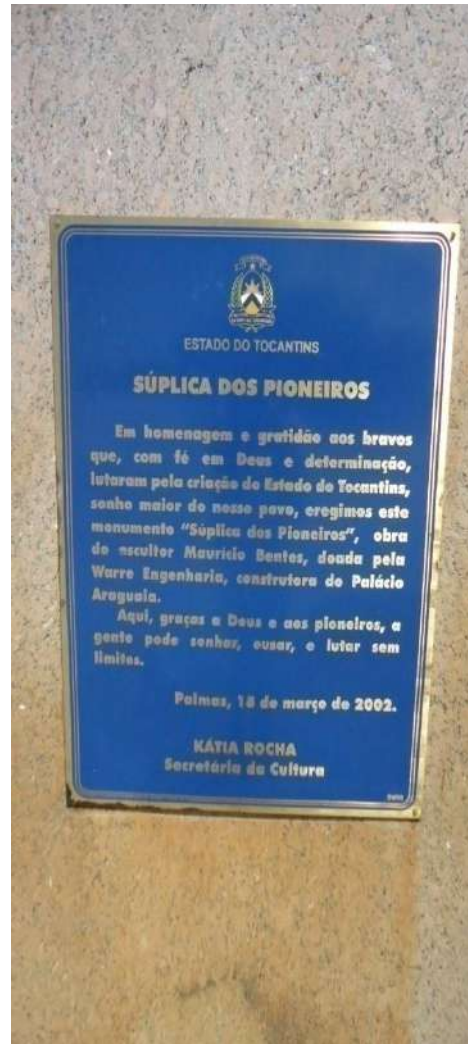


FIGURA 13. Ilustração da placa do Monumento Súplica dos Pioneiros.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Segundo Souza (2013, p.191) “de maneira geral, podemos calcular a altura h e a área A de um triângulo equilátero em função da medida L do lado utilizando, respectivamente, as fórmulas: $h = \frac{L\sqrt{3}}{2}$ e $A = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$. Então temos:

- 1) $h = \frac{11,8 \cdot 1,73}{2} = 20,414 \text{ m};$
- 2) $A = \frac{(11,8)^2 \cdot 1,73}{4} = 139,24 \text{ m}^2.$

Figura 14 e Questão 13- Abordagem dos conteúdos: área do trapézio, área do triângulo e área do retângulo a partir da figura geométrica existente em um prédio da Praça dos Girassóis.



FIGURA 14 - Figura Geométrica, trapézio, existente em um prédio da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 13. Na Praça dos Girassóis há muitos trapézios. Entre eles está este da figura que tem base menor de 4,06m, base maior de 4,92m e altura de 1,47m. Sabendo dessas informações, responda:

- (a) Calcule a área do trapézio.
- (b) Se dividir o trapézio em duas partes, em um triângulo e um retângulo; qual será a área dessas figuras geométricas encontradas.
- (c) A soma das áreas dessas figuras encontradas é igual à área do trapézio? Justifique.

Resolução: Souza (2013, p. 186) afirma que “de maneira geral, podemos calcular a área do trapézio adicionando a medida da base maior com a da menor, multiplicando a soma obtida pela medida da altura e dividindo o resultado por 2”.

Logo a fórmula é a seguinte: $A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$. Segundo Souza (2013, p.191) “de maneira geral, podemos calcular a área de um triângulo multiplicando a medida da base pela medida da altura e dividindo o resultado por 2”. Souza (2013) diz que “de maneira geral, podemos calcular a área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura”. Então:

$$(a) \quad A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(4,92+4,06) \cdot 1,47}{2} = 6,6003 \text{ m}^2$$

(b) As medidas do triângulo serão altura de 1,47m e base de $4,92-4,06=0,86$ m.

Logo: $A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{0,86 \cdot 1,47}{2} = 0,6321 \text{ m}^2$. As medidas do retângulo serão base 4,06 e altura de 1,47. Assim: $A_{\text{retângulo}} = 4,06 \cdot 1,47 = 5,9682 \text{ m}^2$.

$$(c) \quad A_{\text{triângulo}} + A_{\text{retângulo}} = 0,6321 + 5,9682 = 6,6003 \text{ m}^2.$$

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura 15 e Questão 14- Abordagem do conteúdo área do trapézio a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 14. Dois alunos em uma visita à Praça dos Girassóis decidiram tirar uma foto do espaço onde havia um trapézio cuja base menor era de 1,28m, a base maior era de 2,12m e a altura de 1,19m. Calcule a área desse trapézio observado.

FIGURA 15. Figura Geométrica, trapézio, existente em um prédio da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Souza (2013, p. 186) afirma que “de maneira geral, podemos calcular a área do trapézio adicionando a medida da base maior com a da menor, multiplicando a soma obtida pela medida da altura e dividindo o resultado por 2”.

Logo a fórmula é a seguinte: $A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$.

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(2,12+1,28) \cdot 1,19}{2} = 2,023 \text{ m}^2.$$

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura 16 e Questão 15- Abordagem do conteúdo área do quadrado a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



Questão 15. Em 5 de Julho de 1922, a revolta dos 18 do forte aconteceu em Copacabana no bairro do Rio de Janeiro e foi feita pelos tenentes depois de acusações, críticas e oposição ao Governo. Só 2 tenentes sobreviveram a essa revolta Siqueira Campos e Eduardo Gomes que tiveram graves ferimentos. Por meio do monumento fixado na Praça dos Girassóis existem dois quadrados fixados um no centro da figura e outro coberto por água, com comprimentos de lados de 21,13m e 25,85m, respectivamente. Calcule:

- (a) A área do quadrado central.
- (b) A área do quadrado coberto de água.

FIGURA 16. Ilustração do Monumento 18 do forte, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Dante (2013, p. 140) diz que “a área do quadrado é $A = n^2$ ”.

- (a) $A_{q.central} = n^2 = (21,13)^2 = 446,4769 \text{ m}^2$.
- (b) $A_{q.coberto} = n^2 = (25,85)^2 = 668,2225 \text{ m}^2$.

Figura 17 e Questão 16- Abordagem dos conteúdos: comprimento da circunferência e área do círculo a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



Questão 16. Entre os monumentos presentes na Praça dos Girassóis está presente uma cúpula do Memorial Prestes. Sabendo que a semicircunferência aproximada dessa cúpula possui raio de 6m. Calcule:

- (a) O comprimento dessa circunferência.
- (b) A área desse círculo.

FIGURA 17. Ilustração da cúpula do Monumento Memorial Prestes, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Segundo Dante (2013, p.137) “[...] usamos para o comprimento da circunferência a fórmula: $C = 2\pi r$ [...]”. E diz: “[...] a área do círculo é $A = \pi r^2$ ” (p. 150). Assim, temos:

- (a) $C = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 37,68\text{m}$, aproximadamente;
- (b) $A = \pi r^2 = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04 \text{ m}^2$, aproximadamente.

Figura 18 e Questão 17 - Abordagem do conteúdo área do triângulo utilizando a fórmula de Heron a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 17. O triângulo dessa figura possui três lados diferentes com os seguintes valores: 0,75m; 0,95m e 1,27m. Calcule a área desse triângulo utilizando a fórmula de Heron.

FIGURA 18. Figura Geométrica, triângulo, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Segundo Souza (2013, p.191) “utilizando o semiperímetro $p = \frac{a+b+c}{2}$, podemos calcular a área de um triângulo [conhecendo apenas as medidas de seus três lados] pela seguinte fórmula: $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, fórmula de Herão (Heron)”. Assim temos: $p = \frac{0,75+0,95+1,27}{2} = 1,485$ m, logo: $A = \sqrt{1,485(1,485 - 0,75)(1,485 - 0,95)(1,485 - 1,27)} = 0,35 \text{ m}^2$, aproximadamente.

Figura 19 e Questão 18- Abordagem dos conteúdos: comprimento da circunferência e área do círculo a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



Questão 18. Próximo ao monumento do Memorial Prestes há uma circunferência com água que tem diâmetro de 4 m, aproximadamente. Calcule a área do círculo e o comprimento dessa circunferência.

FIGURA 19. Ilustração de uma piscina no Monumento Memorial Prestes, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Segundo Dante (2013, p.137) “[...] usamos para o comprimento da circunferência a fórmula: $C = 2\pi r$ [...]”. E diz: “[...] a área do círculo é $A = \pi r^2$ ” (p. 150). Assim, temos:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25,12\text{m, aproximadamente.}$$

$$A = \pi r^2 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ m}^2, \text{ aproximadamente.}$$

Figura 20 e Questão 19- Abordagem dos conteúdos: área do círculo e área da coroa circular a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 19. Na estátua de Luís Carlos Prestes existem muitos círculos. O diâmetro da circunferência menor é de 0,8m aproximadamente enquanto o diâmetro da circunferência maior é de 1,60m aproximadamente. Calcule:

- (a) A área do círculo menor.
- (b) A área do círculo maior.
- (c) A área da coroa circular.

FIGURA 20 - Ilustração da estátua de Prestes no Monumento Memorial Prestes, Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Segundo Dante (2013, p.137) “[...] usamos para o comprimento da circunferência a fórmula: $C = 2\pi r$ [...]”. Souza (2013, p. 200) diz que “de maneira geral, podemos calcular a área da coroa circular utilizando a fórmula $A_c = \pi (R^2 - r^2)$.”

- (a) $A_{\text{menor}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot 0,4^2 = 0,5024\text{m}^2$, aproximadamente;
- (b) $A_{\text{maior}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot 0,8^2 = 2,0096\text{m}^2$, aproximadamente;
- (c) $A_{\text{coroa}} = \pi(R^2 - r^2) = 3,14 \cdot (0,8^2 - 0,4^2) = 1,5072 \text{ m}^2$, aproximadamente.

Figura 21 e Questão 20- Abordagem do conteúdo área do trapézio a partir da figura geométrica existente no piso da Praça dos Girassóis.



Questão 20. Um trapézio foi observado pelos alunos do Ensino Médio na Praça dos girassóis. Utilizando uma fita métrica eles conseguiram as seguintes medidas:

- Base menor = 3,43m.
- Base maior = 4,43m.
- Altura = 1,95m.

Com base nesses dados encontrados por esses alunos, calcule a área do trapézio da figura ao lado.

FIGURA 21 - Figura Geométrica, trapézio, existente no piso da Praça dos Girassóis.

FONTE: Dados da pesquisa.

Resolução: Souza (2013, p. 186) afirma que “de maneira geral, podemos calcular a área do trapézio adicionando a medida da base maior com a da menor, multiplicando a soma obtida pela medida da altura e dividindo o resultado por 2”.

Logo a fórmula é a seguinte: $A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$.

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(4,43+3,43) \cdot 1,95}{2} = 15,327 \text{ m}^2, \text{ aproximadamente.}$$

Observação: Espera-se que o professor ao realizar uma aula campo na Praça dos Girassóis, realiza devidas considerações sobre as figuras geométricas existentes. Os recursos utilizados para as fotos foram: câmera digital e fita métrica seriam necessários outros recursos para ter uma melhor apresentação da figura geométrica.

Figura 22 e 23, Questão 21- Abordagem do conteúdo área do círculo a partir de uma árvore existente na Praça dos Girassóis.



Questão 21. O nome da cidade de Palmas foi escolhido em homenagem à comarca de São João da Palma, sede do primeiro movimento separatista do norte goiano e também pela existência de palmeiras presentes na cidade. Atualmente, na praça encontramos por exemplo, a Palmeira Imperial (*Roystonea oleracea* (Jacq.) O. F. Cook) ilustrada na figura ao lado. Para tanto, sabendo que o comprimento (médio) da circunferência do tronco dessa palmeira é de 1,47m, responda:

- Calcule o raio do círculo.
- Calcule a área do círculo.
- Faça um paralelo entre a criação de Palmas e a presença das palmeiras na nossa cidade.

FIGURA 22 e 23. Ilustrações de uma palmeira e de sua placa presente na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.

FONTE: Dados da Pesquisa.

Resolução: Segundo Dante (2013, p.137) “[...] usamos para o comprimento da circunferência a fórmula: $C = 2\pi r$ [...]”. E diz: “[...] a área do círculo é $A = \pi r^2$ ”(p. 150). Assim, temos:

(a) $r = \frac{C}{2\pi} = \frac{1,47}{6,28} = 0,234\text{m}$ aproximadamente;

(b) $A = \pi r^2 = 3,14 \cdot (0,234)^2 = 0,172 \text{ m}^2$ aproximadamente;

(c) Espera-se do aluno que ele responda que Palmas teve esse nome devido a comarca de São João da Palma e pela grande quantidade de Palmeiras presentes na cidade e também caso tenha ido à Praça dos Girassóis em uma aula campo, por exemplo, relate a grande quantidade existente na praça e de diversas espécies.

Figura 24 e 25, Questão 22- Abordagem do conteúdo área do círculo a partir de uma árvore existente na Praça dos Girassóis.



Questão 22. O coqueiro (*Cocos nucifera* L.) é uma planta presente em vários ambientes urbanos na cidade de Palmas, a exemplo, na Praça dos Girassóis. As maiores plantações e produções do coqueiro se concentram na faixa litorânea do Nordeste do Brasil. Por sua vez, a sua importância e seu potencial de utilização é destinado tanto de forma in natura como no processamento industrial, na obtenção de produtos como coco ralado, leite de coco, doce, sorvetes, entre outros produtos e subprodutos. Neste contexto, exemplifica-se a presença do coqueiro da foto na praça que possui um comprimento (médio) da circunferência do seu tronco aproximado de 0,95m. Para tanto, com base nessas informações responda:

- Relate sobre a importância do coqueiro na sociedade que vivemos;
- Calcule o raio desse coqueiro;
- Calcule a área ocupada por esse coqueiro;

FIGURA 24 e 25. Ilustrações de uma árvore e de uma placa presente na Praça dos Girassóis, Palmas - TO.

FONTE: Dados da Pesquisa.

Resolução: Segundo Dante (2013, p.137) “[...] usamos para o comprimento da circunferência a fórmula: $C = 2\pi r$ [...]”. E diz: “[...] a área do círculo é $A = \pi r^2$ ” (p. 150). Assim, temos:

(a) Espera-se que o aluno reflita sobre a importância do coqueiro para a sociedade e os diversos benefícios que essa planta traz para o ser humano e para a renda de muitos brasileiros.

(b)
$$r = \frac{C}{2\pi} = \frac{0,95}{6,28} = 0,1513\text{m};$$

(c)
$$A_{\text{coqueiro}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot (0,1513)^2 = 0,02289 \text{ m}^2.$$

Figura 26 e Questão 23 – Abordagem do conteúdo razão entre áreas de figuras planas a partir de um monumento existente na Praça dos Girassóis.



FIGURA 26. Ilustração do Monumento à Bíblia existente na Praça dos Girassóis, Palmas-TO.

FONTE: Dados da pesquisa.

Questão 23. Os quadrados da figura ao lado determinam em seus níveis três retângulo de medidas 4,8m; 5,42m e 6,12m todos com altura de 0,15m. Verifique se esses retângulos são semelhantes.

Resolução: Souza (2013, p. 196) diz que “[...] quando dois polígonos são semelhantes, a razão entre a medida de seus lados correspondentes é igual”. Portanto:

$$\frac{B1}{B2} = \frac{H1}{H2} \longrightarrow \frac{4,8}{5,42} \neq \frac{0,15}{0,15}. \text{ Portanto esses retângulos não são semelhantes.}$$

Figura 27 e 28, Questão 24 – Abordagem do conteúdo área do retângulo a partir de placas existentes na Praça dos Girassóis.



FIGURA 27 e 28. Ilustrações de placas presentes na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.

FONTE: Dados da Pesquisa.

Questão 24. No projeto de paisagismo e de arborização urbana da Praça dos Girassóis estão presentes algumas espécies vegetais como exemplo a Palmeira Imperial (*Roystonea oleracea* (Jacq.) O. F. Cook) e Coqueiro (*Cocos nucifera* L.) com suas respectivas identificações e classificações apresentadas em placas metálicas para subsidiar estas informações a sociedade, em especial, aos palmenses. Para tanto, após medições, constatou-se que todas as placas possuem a mesma dimensão 20cm (largura) X 40cm (altura). Calcule a área ocupada por uma placa de uma árvore na praça.

Resolução: Souza (2013) diz que “de maneira geral, podemos calcular a área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura”. Assim temos: $A = a \cdot b = 20 \cdot 40 = 800 \text{ cm}^2 = 0,08 \text{ m}^2$ de área.

Figura 29 e 30, Questão 25- Abordagem dos conteúdos: comprimento da circunferência e área do círculo a partir de uma árvore existente na Praça dos Girassóis.



Questão 25. Entre as plantas ornamentais presentes na Praça dos Girassóis está a Cariota que é uma espécie vegetal exótica de origem do sul da Ásia e na Índia. Neste contexto, responda:

a) sabendo que o comprimento (médio) da circunferência dessa árvore é de 1,35m, calcule o raio dessa circunferência e sua área do círculo correspondente.

b) Cite dois benefícios da arborização urbana.

FIGURA 29 e 30. Ilustrações de uma árvore e uma placa presentes na Praça dos Girassóis, Palmas – TO.

FONTE: Dados da Pesquisa.

Resolução:

a) Segundo Dante (2013, p.137) “[...] usamos para o comprimento da circunferência a fórmula: $C = 2\pi r$ [...]”. E diz: “[...] a área do círculo é $A = \pi r^2$ ” (p. 150). Assim, temos:

$$r = \frac{C}{2\pi} = \frac{1,35}{6,28} = 0,215\text{m aproximadamente};$$

$$A_{\text{cariota}} = \pi r^2 = 3,14 \cdot (0,215)^2 = 0,046225 \text{ m}^2.$$

b) Com base no CEMIG (2011) podem ser citados os dois exemplos de benefícios da arborização a seguir:

* Contribuição para a saúde da população, pela melhoria na qualidade ambiental e pelo maior conforto psicológico aos habitantes, com diminuição do estresse cotidiano proporcionado pela estética, paisagem verde e sombra.

* Diminuição da incidência da luz e da temperatura sob a copa das árvores, favorecendo a prática de caminhada, de exercício ou mesmo o uso de transportes alternativos, como a bicicleta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

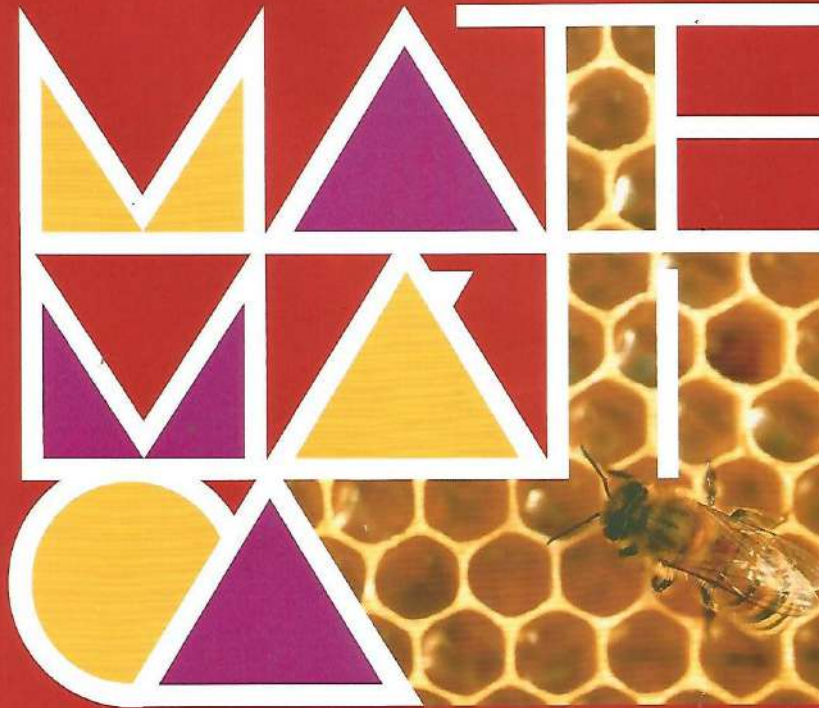
CEMIG. Companhia Energética de Minas Gerais. **Manual de arborização**. Belo Horizonte: Cemig / Fundação Biodiversitas, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & Aplicações**. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2013, v.2.p.134-157.(Livro do Professor).

SOUZA, Joamir. **Novo Olhar Matemática**. 2ª ed. São Paulo: FTD, 2013, v.2.p.184-211.

ANEXO

LUIZ ROBERTO DANTE



CONTEXTO & APLICAÇÕES

VOLUME 2



MATEMÁTICA
ENSINO MÉDIO

ea
editora ática

CAPÍTULO

7

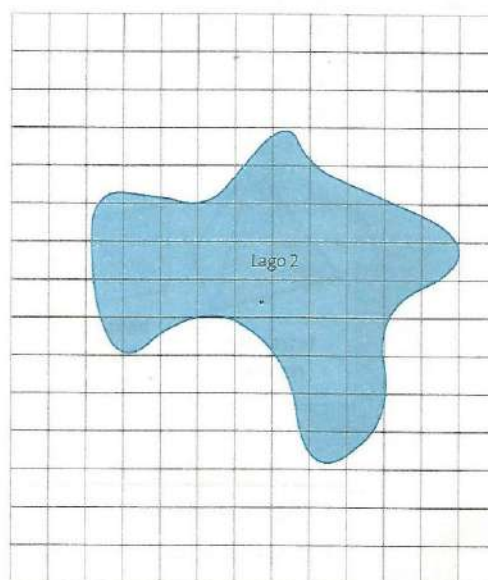
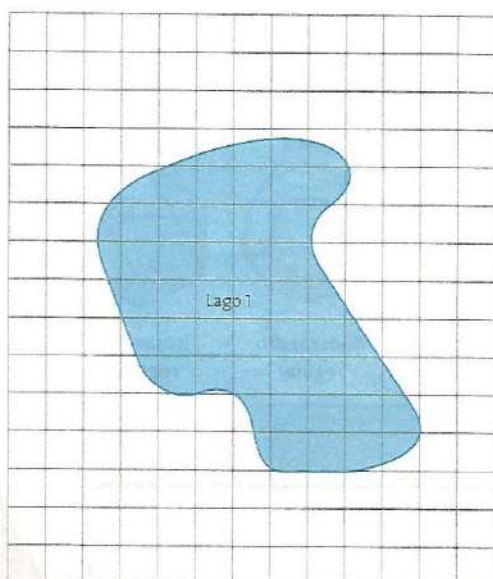
Polígonos inscritos e áreas

No volume 1 desta Coleção revisamos alguns aspectos da Geometria plana para possibilitar uma boa compreensão da Trigonometria no triângulo retângulo. Agora, retomamos a revisão de mais alguns tópicos da Geometria plana para prepará-lo para o estudo da Geometria espacial a partir do próximo capítulo.

Neste capítulo estudaremos os polígonos inscritos na circunferência e as ideias associadas a áreas.

A ideia de área está ligada à noção de medição de terrenos. Saber mensurar o tamanho de superfícies é uma habilidade importante não só para os estudos escolares. É um assunto milenar, de importância vital há mais de 3 mil anos.

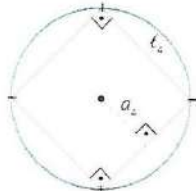
✶ Vamos fazer um teste: formem grupos de três ou quatro alunos e opinem sobre qual dos dois lagos mostrados abaixo (lago 1 ou lago 2) tem maior superfície. Depois que cada colega der sua opinião, criem uma maneira de comparar as áreas de cada superfície e verifiquem quem acertou.



Antes de estudarmos as áreas, vamos retomar alguns assuntos importantes.

1 Polígonos regulares inscritos na circunferência

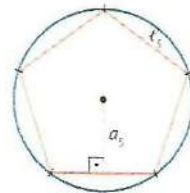
Os polígonos regulares são aqueles em que todos os lados e todos os ângulos são congruentes. Os mais importantes são o quadrado, o triângulo equilátero e o hexágono regular. Observe a seguir o quadrado e o pentágono regular inscritos em circunferências:



quadrado inscrito em uma circunferência
 l_4 : lado
 a_4 : apótema

Fique atento!

Apótema é um segmento com uma extremidade no centro da circunferência e outra no ponto médio do lado do polígono regular. Ele coincide com o raio da circunferência inscrita no polígono regular.



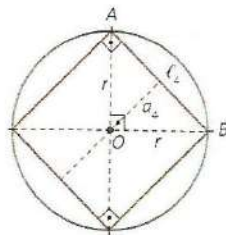
pentágono regular inscrito em uma circunferência
 l_5 : lado
 a_5 : apótema

Para refletir

Os n vértices do polígono regular dividem a circunferência circunscrita em n partes iguais. Verifique isso nas figuras desta página.

Cálculo da medida do lado e do apótema de um polígono regular em função do raio da circunferência

Quadrado inscrito em uma circunferência



a) lado: l_4

Aplicando o teorema de Pitágoras no $\triangle AOB$, temos:

$$l_4^2 = r^2 + r^2 \Rightarrow l_4^2 = 2r^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_4 = r\sqrt{2}$$

b) apótema: a_4

Observe na figura que:

$$a_4 + a_4 = l_4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a_4 = l_4 \Rightarrow a_4 = \frac{l_4}{2}$$

$$\text{Ou seja: } a_4 = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

Fique atento!

- O apótema é a metade do lado do quadrado.
- O diâmetro da circunferência é a diagonal do quadrado.

Exercício resolvido

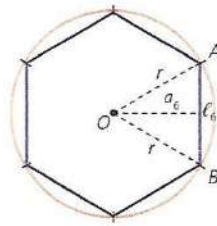
1. Calcule o lado e o apótema de um quadrado inscrito em uma circunferência de 30 cm de raio.

Resolução:

$$\bullet \quad l_4 = r\sqrt{2} \Rightarrow l_4 = 30\sqrt{2} \Rightarrow l_4 \approx 42,3 \text{ cm}$$

$$\bullet \quad a_4 = \frac{r\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a_4 = \frac{30\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a_4 \approx 21,2 \text{ cm}$$

Hexágono regular inscrito em uma circunferência



a) lado: ℓ_6

$$\widehat{AOB}: \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ; \overline{OA} \cong \overline{OB} \Rightarrow \widehat{OAB} \cong \widehat{OBA}$$

$$\text{Nesse caso, } \widehat{OAB} \text{ e } \widehat{OBA} \text{ também medem } 60^\circ \left(\frac{180^\circ - 60^\circ}{2} \right).$$

Então, $\triangle OAB$ é equilátero e, daí, $\ell_6 = r$.

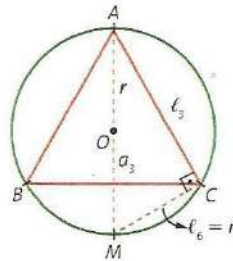
b) apótema: a_6

Como $\frac{AB}{2} = \frac{r}{2}$, temos:

$$r^2 = a_6^2 + \frac{r^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_6^2 = \frac{3r^2}{4} \Rightarrow a_6 = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$

Triângulo equilátero inscrito em uma circunferência



a) lado: ℓ_3

Observe que $\overline{AC} = \ell_3 \Rightarrow \overline{CM} = \ell_6$. Logo, $\overline{CM} = r$.

Aplicando o teorema de Pitágoras no $\triangle ACM$, temos:

$$\ell_3^2 + r^2 = (2r)^2 \Rightarrow \ell_3^2 = 3r^2 \Rightarrow \ell_3 = r\sqrt{3}$$

b) apótema: a_3

$$a_3^2 + \left(\frac{\ell_3}{2}\right)^2 = r^2 \Rightarrow a_3^2 = r^2 - \left(\frac{r\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_3 = \frac{r}{2}$$

Exercícios resolvidos

2. Calcule o lado e o apótema de um hexágono regular inscrito em uma circunferência de 20 cm de raio.

Resolução:

$$\begin{aligned} \bullet \ell_6 = r &\Rightarrow \ell_6 = 20 \text{ cm} \\ \bullet a_6 = \frac{r\sqrt{3}}{2} &\Rightarrow a_6 = \frac{20\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a_6 \approx 17,3 \text{ cm} \end{aligned}$$

3. Calcule o lado e o apótema de um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência de 35 cm de raio.

Resolução:

$$\begin{aligned} \bullet \ell_3 = r\sqrt{3} &\Rightarrow \ell_3 = 35\sqrt{3} \Rightarrow \ell_3 \approx 60,6 \text{ cm} \\ \bullet a_3 = \frac{r}{2} &\Rightarrow a_3 = \frac{35}{2} \Rightarrow a_3 = 17,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Fique atento!

O apótema é a terça parte da altura do triângulo equilátero.

Comprimento da circunferência

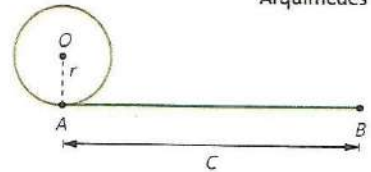
Historicamente, o cálculo do comprimento de uma circunferência sempre foi feito a partir da comparação com o diâmetro. Há cerca de 4 mil anos, os babilônios obtinham o comprimento da circunferência triplicando o diâmetro. Essa razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro dela é conhecida como o número π , ou seja, $\pi = \frac{C}{D}$. Então, para os babilônios, $\pi = 3$. Há cerca de 2 mil anos, Arquimedes (287 a.C.-212 a.C.), um dos mais importantes geometras gregos de toda a História, publicou um tratado matemático contendo o cálculo do valor de π como um número entre $\frac{223}{71}$ e $\frac{22}{7}$. Isso equivalia a usar $\pi = 3,14$, o mesmo que usamos atualmente nos cálculos práticos, um feito notável para a época.

Hoje sabemos que π é o número irracional 3,14159265358979323 846264338327950288419716939937510..., aqui escrito com as cinquenta primeiras casas decimais, mas que já foi obtido com precisão de 8 quatrilhões de casas decimais por poderosos computadores. Porém, mesmo hoje em dia, usar $\pi = 3,14$ é suficiente para as nossas necessidades práticas. Em cálculos teóricos, não substituímos π pelo seu valor. Assim, usamos para o comprimento da circunferência a fórmula $C = 2\pi r$, pois:

$$\frac{C}{D} = \pi \Rightarrow \frac{C}{2r} = \pi \Rightarrow C = 2\pi r$$



Arquimedes



AB: medida da circunferência ou comprimento da circunferência (C)

Comprimento de um arco

O comprimento ℓ de um arco pode ser calculado de forma proporcional ao comprimento da circunferência. Uma semicircunferência, por exemplo, é um arco de 180° (metade de 360°), sendo seu comprimento, então, a metade do comprimento da circunferência.

Dessa forma, podemos escrever:

$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{\alpha_{\text{graus}}}{360^\circ} = \frac{\alpha_{\text{rad}}}{2\pi} = \text{fração da circunferência ocupada pelo arco}$$

Dependendo da informação conhecida (α em graus, α em radianos ou fração da circunferência), usamos uma das relações acima.

Exercícios resolvidos

4. Determine o valor aproximado do comprimento de uma circunferência que tenha 5 cm de raio.

Resolução:

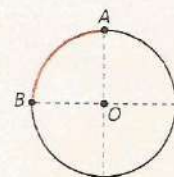
$$C = 2\pi r \Rightarrow C = 2 \cdot \pi \cdot 5 \Rightarrow C \approx 10\pi \text{ cm}$$

5. Determine o comprimento do arco AB na circunferência de raio 6 m da figura ao lado.

Resolução:

O arco representa $\frac{1}{4}$ da circunferência. Então:

$$\frac{\ell}{2 \cdot \pi \cdot 6} = \frac{1}{4} \Rightarrow \ell = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 12 = 3\pi \text{ m}$$



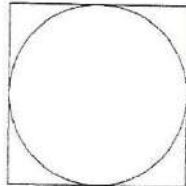
Exercícios

ATENÇÃO!
Não escreva no
seu livro!

- Em uma circunferência de 10 cm de raio, calcule as medidas do lado e do apótema de um:
 - triângulo equilátero inscrito;
 - quadrado inscrito;
 - hexágono regular inscrito.
- Determine o perímetro do hexágono regular inscrito em uma circunferência de raio igual a 5 cm.
- Um triângulo equilátero de lado 5 cm está inscrito em uma circunferência de raio r . Qual é a medida do diâmetro dessa circunferência?
- Determine a razão entre o apótema de um quadrado e o lado de um triângulo equilátero, ambos inscritos em uma circunferência de raio igual a 6 cm.
- Determine o comprimento de uma circunferência cujo diâmetro é 14 cm.
- Calcule a medida do raio de uma circunferência cujo comprimento é 14π cm.
- Uma roda de bicicleta tem diâmetro de 60 cm. Qual é a distância percorrida pela bicicleta depois que a roda deu 500 voltas?

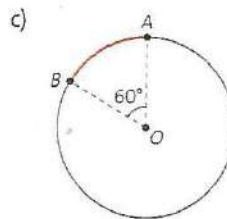
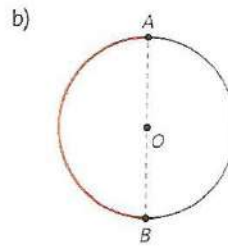
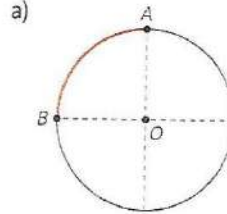


- Como ficará o comprimento de uma circunferência quando seu raio:
 - dobrar?
 - triplicar?
- Determine o comprimento de uma circunferência inscrita em um quadrado de lado 5 cm.

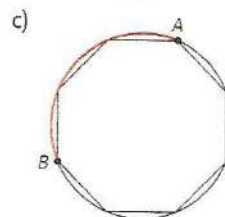
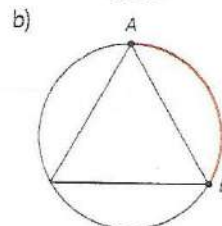
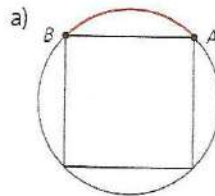


- Calcule o comprimento de uma circunferência na qual está circunscrito um triângulo equilátero cujo apótema é 6 cm.

- Qual é o comprimento dos arcos AB a seguir, sendo 10 cm o raio de cada circunferência de centro O ?



- Qual é o comprimento de cada arco AB abaixo, considerando que em cada caso os polígonos inscritos são regulares e o raio de cada circunferência é 24 cm? Lembre-se de que os vértices do polígono regular dividem a circunferência circunscrita a eles em partes iguais.



2 Áreas: medidas de superfícies

Desde a época dos antigos egípcios, que procuravam medir e demarcar suas terras (daí surgiu o nome Geometria = medida da terra), até hoje, quando topógrafos, geólogos e arquitetos fazem mapeamentos e plantas, o cálculo de áreas tem sido uma preocupação constante.

No começo deste capítulo você teve a oportunidade de, junto com seus colegas, sugerir maneiras de comparar a área da superfície de dois lagos para determinar a maior delas. Agora, aprofundaremos esse estudo, estabelecendo valores às medidas das superfícies e conhecendo as fórmulas para o cálculo da área das superfícies mais comuns.

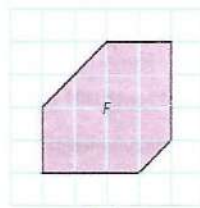
Fabio Colombini/Arquivo do fotógrafo



A floresta Amazônica tem cerca de 5 500 000 km² de área.

A ideia intuitiva de área

Suponha que queiramos medir a região do plano indicada por F na figura abaixo. Para isso, precisamos comparar F com uma unidade de área que chamaremos de U . O resultado dessa comparação é um número que exprime quantas vezes a região F contém a unidade de área U . Esse número assim obtido é a área de F .



unidade de área: U

Então, a área da região plana F é 13,5 U , ou seja:

$$\text{área de } F = 13,5 U$$

Região quadrada unitária

Vamos estabelecer como unidade de área uma região quadrada cujo lado mede uma unidade de comprimento. Ela será chamada **região quadrada unitária**.



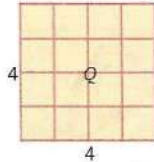
região quadrada unitária

Qualquer região quadrada cujo lado meça 1 terá, por definição, área igual a 1.

Área da região quadrada

- Consideremos uma região quadrada Q cujo lado mede n , em que n é um número natural. Ela pode ser decomposta em n^2 regiões quadradas justapostas, cada uma com lado unitário e, portanto, com área 1. Logo, a região quadrada Q tem área n^2 :

$$\text{área de } Q = n^2$$

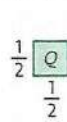


Região quadrada de lado 4, decomposta em $16 = 4^2$ regiões quadradas unitárias.

Fique atento!

Quadrado é todo quadrilátero que tem os quatro lados congruentes e os quatro ângulos retos.

- Vejam agora quando o lado da região quadrada Q tem por medida $\frac{1}{n}$ em que $n \in \mathbb{N}^*$. Nesse caso, a região quadrada unitária pode ser decomposta em n^2 regiões quadradas justapostas, todas congruentes a Q .



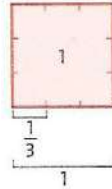
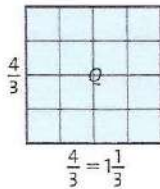
Região quadrada unitária decomposta em $4 = 2^2$ regiões quadradas congruentes a Q .

$$\text{Área da região } Q = \frac{1}{4} \left(\frac{1^2}{2^2} \right) \text{ ou } \left(\frac{1}{2} \right)^2.$$

Assim, $n^2 \cdot (\text{área de } Q) = 1$. Logo:

$$\text{área de } Q = \frac{1}{n^2} \text{ ou } \left(\frac{1}{n} \right)^2$$

- Passemos agora para um caso mais geral, em que a medida do lado da região quadrada Q é um número racional do tipo $\frac{m}{n}$, $m \in \mathbb{N}$ e $n \in \mathbb{N}^*$. Nesse caso, pode-se decompor Q em m^2 regiões quadradas, cada uma das quais com lado $\frac{1}{n}$. Assim, a área de cada uma dessas regiões quadradas menores é $\frac{1}{n^2}$.



Região quadrada de lado $\frac{4}{3}$, decomposta em $16 = 4^2$ regiões quadradas menores, cada uma com lado cuja medida é $\frac{1}{3}$ e cuja área é $\frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$.

$$\text{Área da região } Q = \frac{16}{9} \left(\frac{4^2}{3^2} \right) \text{ ou } \left(\frac{4}{3} \right)^2.$$

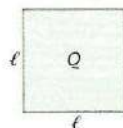
Assim, neste caso, a área da região quadrada Q será dada por $m^2 \left(\frac{1}{n^2} \right) = \frac{m^2}{n^2}$, ou seja:

$$\text{área de } Q = \left(\frac{m}{n} \right)^2$$

É possível provar que, se a medida do lado da região Q for um número irracional k , ainda assim:

$$\text{área de } Q = k^2$$

Conclusão: A área de uma região quadrada Q cujo lado mede ℓ é dada por:

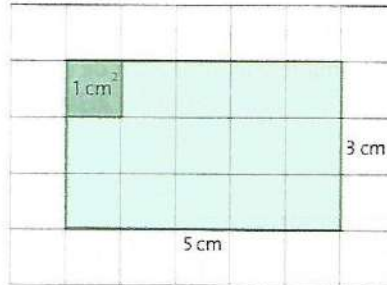


$$\text{área de } Q = \ell^2$$

sendo ℓ um número real positivo qualquer: natural, fracionário ou irracional.

Área da região retangular

A região retangular pintada abaixo contém 15 unidades de área. Portanto, sua área é de 15 cm^2 .



Fique atento!
Retângulo é todo quadrilátero que tem os quatro ângulos retos.

Observe que, em vez de contar quantas unidades de área estão contidas na região retangular, basta multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura:

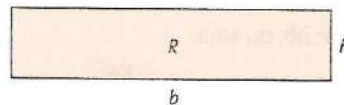
$$5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$$

Nesse caso, as medidas do comprimento e da largura são números naturais.

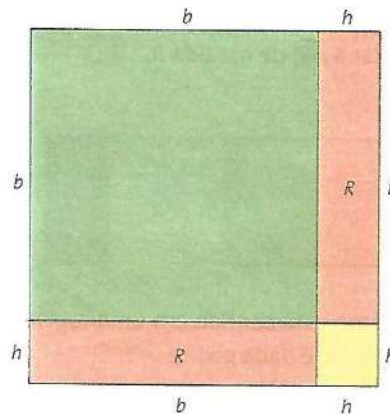
Vamos provar que, se a medida da base (b) e a medida da altura (h) forem números reais quaisquer, a área da região retangular R é dada por:

$$\text{área de } R = b \cdot h$$

Consideramos uma região retangular R de base b e altura h , em que b e h são números reais.



Construímos uma região quadrada cuja medida do lado é $b + h$, que contém duas cópias de R e mais duas regiões quadradas, uma cujo lado mede b e outra cujo lado mede h .



A área dessa região quadrada (Q) é dada pelo quadrado de uma soma:

$$\text{área de } Q = (b + h)^2 = b^2 + 2bh + h^2 \quad (\text{I})$$

Como as regiões quadradas têm áreas iguais a h^2 e b^2 , concluímos que:

$$\text{área de } Q = b^2 + h^2 + 2 \cdot (\text{área de } R) \quad (\text{II})$$

Comparando (I) e (II), chegamos a:

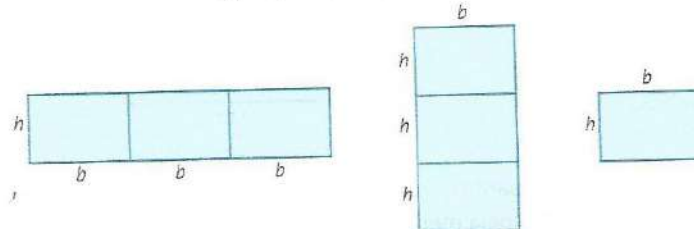
$$\text{área de } R = b \cdot h$$

Proporcionalidade e área da região retangular

A área da região retangular é proporcional a cada uma de suas dimensões, ou seja, se mantivermos constante uma das dimensões e multiplicarmos a segunda dimensão por um número natural qualquer, a área também será multiplicada pelo mesmo número natural. Isso pode ser observado no exemplo a seguir.

Sendo $A(x, y)$ a área de uma região retangular de dimensões x e y :

$$A(h, 3b) = A(3h, b) = 3A(h, b)$$



Usando essa ideia de proporcionalidade e a região quadrada unitária:



podemos também chegar à área da região retangular com dimensões h e b quaisquer:

$$A(h, b) = h \cdot A(1, b) = h \cdot b \cdot \underbrace{A(1, 1)}_1 = hb$$

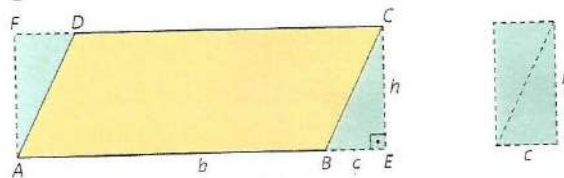
Logo, essa é outra maneira de provarmos que a área de uma região retangular cujo comprimento (base) é b e cuja largura (altura) é h é dada por hb , ou seja:

$$A = hb$$

Área da região limitada por um paralelogramo

Vamos calcular a área da região plana limitada pelo paralelogramo $ABCD$ tomando como base $\overline{AB}$ de medida b e sua altura $\overline{CE}$ (perpendicular a $\overline{AB}$) de medida h .

Examine a figura:



Fique atento!

Paralelogramo é todo quadrilátero no qual os lados opostos são paralelos.

A região limitada pelo paralelogramo está contida em uma região retangular de base $b + c$ e altura h . Você já sabe: a área dessa região retangular é dada por:

$$(b + c)h = bh + ch$$

Observe que a região retangular é formada pela região limitada pelo paralelogramo mais duas regiões triangulares que, juntas, formam uma região retangular de área ch . Assim:

$$bh + ch = (\text{área da região limitada pelo paralelogramo}) + ch$$

Portanto:

$$\text{área da região limitada pelo paralelogramo} = bh$$

Isso significa que a área da região limitada por um paralelogramo é igual ao produto da medida de uma de suas bases pela medida da altura correspondente a essa base escolhida.

Fique atento!

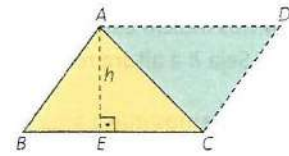
Esse resultado não depende da base escolhida. Se tivéssemos escolhido outro lado como base e tomado a altura correspondente, o resultado seria o mesmo.

Área da região triangular

Conhecendo-se a área da região limitada por um paralelogramo, fica muito simples determinar a área de uma região triangular. Sabe por quê? Porque toda região triangular é metade da região limitada por um paralelogramo de mesma base e mesma altura.

Veja:

Dada a região triangular ABC , cuja área queremos determinar, traçamos paralelas aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, determinando o ponto D e a região limitada pelo paralelogramo $ABCD$. Consideremos a altura $\overline{AE}$ de medida h desse paralelogramo.



Já sabemos que, se a medida de $\overline{BC}$ é b , então a área da região limitada pelo paralelogramo é bh . Mas as regiões triangulares ABC e ADC são congruentes (pelo caso de congruência de triângulos ALA: têm um lado comum compreendido entre dois ângulos de mesma medida). Logo, essas regiões triangulares têm áreas iguais.

Assim:

$$\text{área da região } ABCD = 2 \cdot \text{área da região triangular } ABC$$

ou

$$bh = 2 \cdot \text{área da região triangular } ABC$$

Portanto:

$$\text{área da região triangular } ABC = \frac{bh}{2} \text{ ou } \frac{1}{2}bh$$

Fique atento!

Esse resultado não depende da base escolhida. Temos três escolhas para a base b , cada uma com sua altura h correspondente.

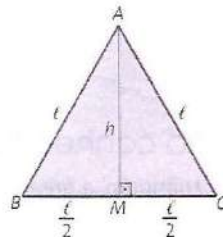
Seja qual for a escolha, o valor de $\frac{bh}{2}$ será sempre o mesmo.

Podemos escrever: a área de uma região triangular é a metade do produto da medida da base pela medida da altura correspondente.

Área da região limitada por um triângulo equilátero

No triângulo equilátero, todos os lados são congruentes (ℓ , ℓ e ℓ), todos os ângulos internos são congruentes (60° , 60° e 60°), e toda altura é também mediana e bissetriz.

Veja o cálculo da área, usando a base (ℓ) e a altura (h):



Fique atento!

Mediana é o segmento de reta que une um vértice ao ponto médio do lado oposto.

O triângulo AMC é retângulo em M e, portanto, vale a relação de Pitágoras:

$$\ell^2 = h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \frac{3\ell^2}{4} \Rightarrow h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

Logo, a área da região limitada pelo triângulo ABC é dada por:

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{BC \cdot h}{2} = \frac{\ell \cdot \frac{\ell\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

Portanto, $A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$ (área da região triangular equilátera de lado ℓ).

Área da região triangular por meio da Trigonometria

Este caso se aplica quando são conhecidos dois lados do triângulo e o ângulo formado por eles.

Observe que LAL é um caso de congruência de triângulos, o que significa que um triângulo fica perfeitamente determinado quando conhecemos dois de seus lados e o ângulo formado por eles.

Consideremos o triângulo ABC representado na figura abaixo.

Suponhamos que sejam conhecidas as medidas dos lados AC e CB e o ângulo formado por eles, $\widehat{ACB}$. Vamos indicar essas medidas assim: $AC = b$, $CB = a$ e $\widehat{ACB} = \alpha$ para facilitar a demonstração.

Seja h a altura relativa à base $\overline{BC}$.

Sabemos que a área desse triângulo é dada por $S = \frac{ah}{2}$.

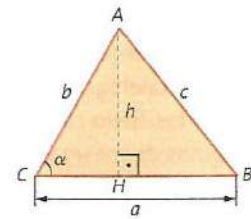
Se nós conhecemos α , podemos escrever $\sin \alpha = \frac{h}{b}$, já que ACH é um triângulo retângulo.

Agora, podemos encontrar a altura em função de α e b :

$$h = b \cdot \sin \alpha$$

Assim, a área será dada por:

$$S = \frac{ab \cdot \sin \alpha}{2}$$



Para refletir

Se no triângulo retângulo podemos dizer que a área vale a metade do produto das medidas dos catetos, o que se pode concluir quanto ao valor do seno de 90° ?

Mas o triângulo possui três alturas, cada uma dependendo do lado que considerarmos como base. Então, suponha que sejam conhecidos outros dois lados, AB e BC , por exemplo, e o ângulo formado por eles, $\widehat{ABC}$, e verifique que a igualdade acima também se verifica para eles.

Isso nos permite afirmar que:

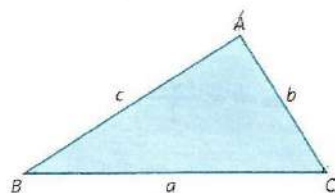
A área S de qualquer região triangular é igual à metade do produto das medidas de dois dos seus lados multiplicada pelo seno do ângulo formado por eles.

Fique atento!

Esta conclusão se estende aos triângulos obtusângulos, ou seja, aqueles que têm um dos ângulos maior que 90° .

Área da região triangular sendo conhecidos os três lados

Conhecidos os três lados (a , b e c) de um triângulo, a área da região triangular pode ser calculada pela fórmula de Heron.



Para refletir

O que significa semiperímetro de um polígono?

Sendo o semiperímetro $p = \frac{a + b + c}{2}$, é possível demonstrar que:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

fórmula de Heron

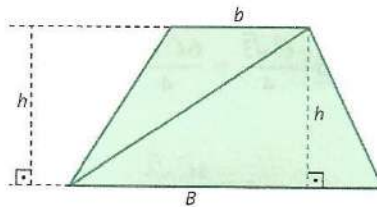
*Demonstração
(misturando
os números)*

Área da região limitada por um trapézio

Podemos decompor uma figura plana em regiões cujas áreas já sabemos calcular. A área dessa figura plana será a soma das áreas das regiões em que a figura foi decomposta.

Por exemplo, vamos decompor a área da região limitada por um trapézio traçando uma de suas diagonais.

Dividimos a região limitada por um trapézio em duas regiões triangulares: uma de base B e altura h e outra de base b e altura h .



Fique atento!

Trapézio é todo quadrilátero com um só par de lados paralelos (bases).

A área de uma região triangular você já aprendeu a calcular. Portanto, a área da região trapezoidal é dada por:

$$A = \frac{Bh}{2} + \frac{bh}{2} = \frac{Bh + bh}{2} = \frac{(B + b)h}{2}$$

Então:

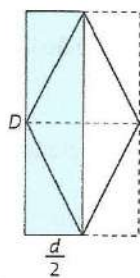
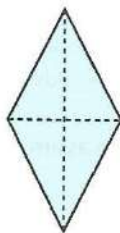
$$A = \frac{(B + b)h}{2} \quad \text{ou} \quad A = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2}$$

Dizemos que a área de uma região trapezoidal é igual à semissoma das medidas das bases vezes a medida da altura.

Área da região limitada por um losango

Todo losango é um paralelogramo, daí a área da região limitada por ele poder ser calculada como o produto da base pela altura. Entretanto, em geral, as dimensões de um losango são expressas pelas medidas de suas diagonais D e d .

Toda região limitada por um losango tem a mesma área de uma região retangular com altura D e base $\frac{d}{2}$, como mostram as figuras:

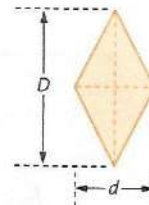


Fique atento!

Losango é todo quadrilátero que tem os quatro lados com medidas iguais.

Assim, a área da região limitada por um losango é dada pela metade do produto das medidas das diagonais. Veja:

$$A = D \cdot \frac{d}{2} \quad \text{ou} \quad A = \frac{Dd}{2} \quad \text{ou} \quad A = \frac{\text{diagonal maior} \cdot \text{diagonal menor}}{2}$$



Fique atento!

Como todo quadrado é um losango, às vezes é conveniente calcular a área da região quadrada em função das suas diagonais, que têm a mesma medida. Nesse caso, a área da região quadrada é dada por $A = \frac{d^2}{2}$.

Área da região limitada por um hexágono regular

A região limitada por um hexágono regular é formada por seis regiões triangulares equiláteras. Como a área da região triangular equilátera é dada por:

$$A = \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4}$$

a área da região limitada por um hexágono regular é dada por:

$$A = 6 \cdot \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{6\ell^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\ell^2 \sqrt{3}}{2}$$

ou seja:

$$A = \frac{3\ell^2 \sqrt{3}}{2}$$



Área de uma região limitada por um polígono regular

Observe alguns exemplos de polígonos regulares nos contornos das regiões poligonais:



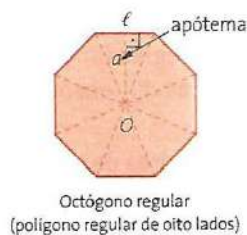
Triângulo equilátero
(polígono regular de três lados)



Quadrado
(polígono regular de quatro lados)



Pentágono regular
(polígono regular de cinco lados)



Octógono regular
(polígono regular de oito lados)

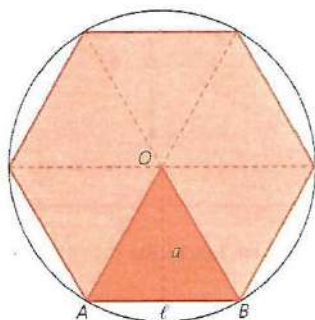
Fique atento!

Polígono regular é aquele que tem todos os lados e todos os ângulos internos congruentes. Ele pode sempre ser inscrito em uma circunferência.

Pode-se perceber que, se o polígono regular tem n lados, a região limitada por ele pode ser decomposta em n regiões limitadas por triângulos isósceles. Em cada um desses triângulos, a base é o lado (ℓ) e a altura é o apótema (a) do polígono regular.

A área da região limitada por um polígono regular de n lados pode então ser escrita assim:

$$A = n \cdot \frac{\ell a}{2} \quad \text{ou} \quad A = \frac{n\ell}{2} \cdot a \quad \text{ou} \quad A = pa$$



em que ℓ : lado
 a : apótema
 $n\ell$: perímetro ($2p$)
 p : semiperímetro

Para refletir

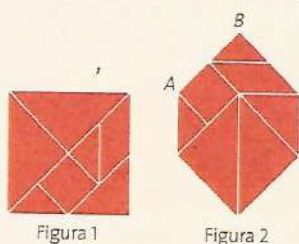
No pentágono regular temos $A = \frac{5}{2}\ell a$
e no octógono regular temos
 $A = 4\ell a$.
Escreva no caderno a área de um decágono regular em função do lado e do apótema.

Exercícios resolvidos

» passo a passo: exercício 6

» Resolvido passo a passo

6. (Enem) O tangram é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra-cabeça, constituído de sete peças: 5 triângulos retângulos e isósceles, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Essas peças são obtidas recortando-se um quadrado de acordo com o esquema da figura 1. Utilizando-se todas as sete peças, é possível representar uma grande diversidade de formas, como as exemplificadas nas figuras 2 e 3.



Se o lado AB do hexágono mostrado na figura 2 mede 2 cm, então a área da figura 3, que representa uma "casinha", é igual a:

- a) 4 cm^2 . c) 12 cm^2 . e) 16 cm^2 .
b) 8 cm^2 . d) 14 cm^2 .

1. Lendo e compreendendo

- a) O que é dado no problema?

É dado o esquema de um tangram e duas das formas que podem ser feitas com ele — um hexágono e uma casinha. Também é fornecido o comprimento de um dos lados do hexágono (2 cm).

- b) O que se pede?

A área da casinha mostrada na figura 3.

2. Planejando a solução

Primeiramente, devemos perceber que, como a casinha foi feita usando-se todas as peças do tangram, a sua área equivale à área do quadrado da figura 1 e à área do hexágono da figura 2. Dessa forma, não precisamos calcular área por área de cada peça do tangram.

A seguir, devemos perceber que o segmento AB do hexágono coincide com metade da diagonal

do quadrado da figura 1, pois ambos são formados pelo lado do quadrado e por um dos catetos do triângulo pequeno.

Assim, determinaremos a área do quadrado a partir de sua diagonal, e isso pode ser feito de duas formas:

1ª maneira:

A partir da diagonal, obtemos o lado (ℓ), e assim podemos usar a fórmula da área do quadrado ($A_{\text{quadrado}} = \ell^2$).

2ª maneira:

Lembrando que todo quadrado é um losango, podemos usar a fórmula da área do losango para obter a área do quadrado a partir de suas diagonais ($A_{\text{losango}} = \frac{D \cdot d}{2}$).

3. Executando o que foi planejado

Se $AB = 2 \text{ cm}$ equivale à metade da diagonal do quadrado da figura 1, então a diagonal do quadrado mede 4 cm. A partir da diagonal do quadrado, de acordo com nossa estratégia, podemos obter a sua área de duas maneiras distintas:

1ª maneira:

A diagonal D do quadrado de lado ℓ é dada por $D = \ell \cdot \sqrt{2}$. Assim, temos:

$$4 = \ell \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \ell = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

Não há necessidade de racionalizar esse resultado, pois ele foi calculado apenas para ser usado na fórmula da área do quadrado:

$$A_{\text{quadrado}} = \ell^2 \Rightarrow A_{\text{quadrado}} = \left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{16}{2} = 8$$

2ª maneira:

As duas diagonais do quadrado são iguais; então, ambas medem 4 cm.

$$A_{\text{losango}} = \frac{D \cdot d}{2} \Rightarrow A_{\text{losango}} = \frac{4 \cdot 4}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Assim, a área do quadrado da figura 1 é 8 cm^2 e também a área da casinha da figura 3 (e do hexágono da figura 2).

4. Emitindo a resposta

A resposta é a alternativa b.

5. Ampliando o problema

- a) O hexágono da figura 2 é regular? Justifique.

b) Se a área do triângulo menor for A , qual é a área das demais peças (quadrado, paralelogramo, triângulo médio e os dois triângulos maiores)?

c) *Discussão em equipe*

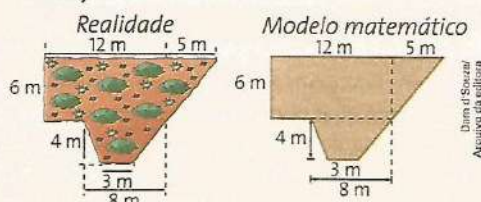
Conversem sobre a utilidade de jogos e brincadeiras, como o tangram, em sala de aula com o objetivo de ajudar o ensino de Matemática. Na opinião de vocês, essa prática é útil ou não?

d) *Pesquisa*

De que país é originário o tangram? Em que ano foi publicado o primeiro livro conhecido que menciona o tangram?

7. Determine a área do terreno plano ao lado usando as medidas dadas.

Resolução:



O terreno foi decomposto em três regiões: uma retangular, uma triangular e outra em forma de trapézio.

Como já sabemos calcular a área de cada uma delas, a soma das três nos dará a área do terreno.

$$A_{\text{retângulo}} = 12 \cdot 6 = 72 \text{ m}^2$$

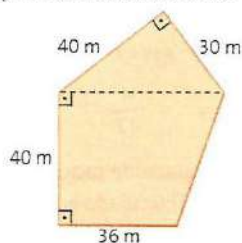
$$A_{\text{triângulo}} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(8 + 3)4}{2} = 22 \text{ m}^2$$

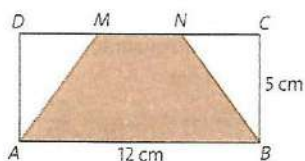
$$\text{Área total} = 72 \text{ m}^2 + 15 \text{ m}^2 + 22 \text{ m}^2 = 109 \text{ m}^2$$

Exercícios

13. Feito o levantamento de um terreno, foram determinados os dados indicados na figura abaixo. Nessas condições, qual é a área do terreno?



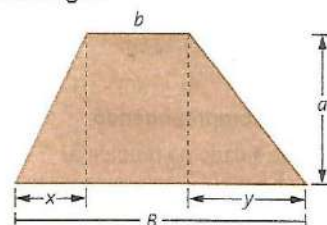
14. Na figura abaixo, $\overline{DM} = \overline{MN} = \overline{NC}$. Calcule a área da região colorida dessa figura.



15. Um terreno tem a forma de um trapézio de bases 20 m e 14 m, e altura 11 m. Nesse terreno, construiu-se uma piscina retangular de 8 m por 5 m. No restante do terreno foram colocadas pedras mineiras. Qual foi a área onde se colocou pedra?

16. De uma placa de alumínio foi recortada uma região triangular equilátera de lado 20 cm. Qual é a área dessa região que foi recortada?

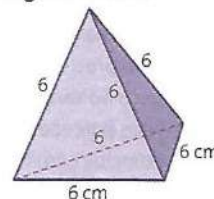
17. Mostre que a fórmula $A = \frac{(B + b)a}{2}$ pode ser obtida decompondo-se a região limitada pelo trapézio como na figura a seguir.



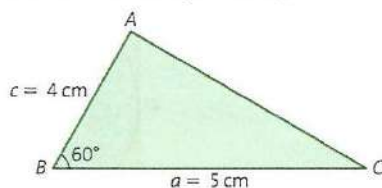
18. Qual é a área do material usado para fazer as quatro bandeirinhas abaixo?



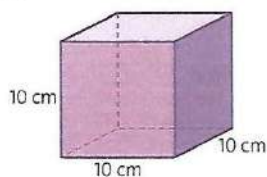
19. Um tetraedro regular é um sólido formado por quatro triângulos equiláteros. Qual é a área total da superfície do tetraedro regular abaixo?



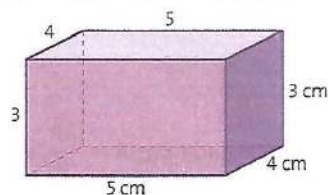
20. Determine a área da região triangular abaixo:



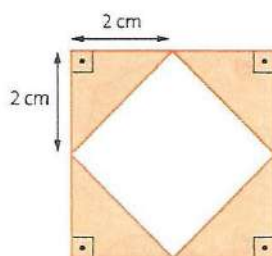
21. Em um triângulo ABC , dois lados medem 4 cm e formam um ângulo de 60° . Determine a área dessa região triangular.
22. Qual é a área da região limitada por um paralelogramo cujos lados medem 10 cm e 16 cm, sabendo que formam um ângulo de 30° ?
23. As diagonais de um paralelogramo medem 10 cm e 8 cm e formam um ângulo de 60° . Determine a área dessa região limitada pelo paralelogramo.
24. Um piso de cerâmica tem a forma hexagonal regular. O lado do piso mede 8 cm. Qual é a área desse piso?
25. Um cubo é um sólido formado por 6 quadrados. Determine a área total da superfície do cubo da figura abaixo.



26. Um bloco retangular é um sólido formado por 6 retângulos. Determine a área total da superfície do bloco retangular da figura abaixo.



27. Qual é a área de toda a parte colorida da figura ao lado? Qual é a área da região não colorida?



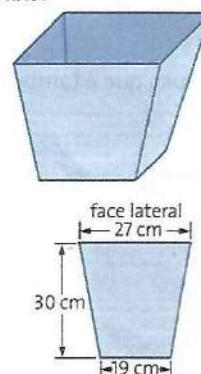
28. Um terreno tem forma triangular e as medidas dos seus lados são 17 m, 15 m e 8 m. Qual é a área desse terreno?

29. **DESAFIO EM DUPLA** (Unicamp-SP) Alguns jornais calculam o número de pessoas presentes em atos públicos considerando que cada metro quadrado é ocupado por 4 pessoas. Qual a estimativa do número de pessoas presentes numa praça de $4\,000\text{ m}^2$ que tenha ficado lotada para um comício, segundo essa avaliação?

30. **DESAFIO EM DUPLA** *Geografia* (PUC-SP) Um mapa é feito em uma escala de 1 cm para cada 200 km. O município onde se encontra a capital de certo estado está representado, nesse mapa, por um losango que tem um ângulo de 120° e cuja diagonal menor mede 0,2 cm. Determine a área desse município.

31. Uma região quadrada tem 8 cm de lado.
- Se cada lado aumentar em 3 cm, a área aumentará em quantos centímetros quadrados?
 - Se cada lado aumentar em 20%, a área aumentará em quanto por cento?

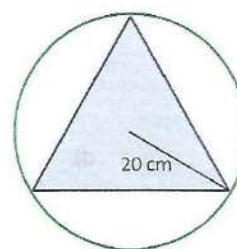
32. Uma cesta de lixo tem por faces laterais trapézios isósceles e por fundo um quadrado de 19 cm de lado. Desprezando a espessura da madeira, quantos metros quadrados de madeira foram necessários para fabricar essa cesta de lixo?



33. Calcule a área da região poligonal de uma cartolina limitada por um hexágono regular de lado 10 cm.

34. A figura abaixo mostra uma folha circular de zinco, de onde foi recortada a região triangular equilátera colorida. Calcule a área dessa região colorida.

$$\left(\ell_3 = r\sqrt{3} \text{ e } a_3 = \frac{r}{2} \right)$$



Área do círculo

Veja o círculo ao lado inscrito em um quadrado.

Medida do lado do quadrado: $2r$.

Área da região quadrada: $(2r)^2 = 4r^2$.

Então, a área do círculo com raio de medida r é menor do que $4r^2$.

Agora observe ao lado o mesmo círculo circunscrito a um quadrado.

O quadrado tem diagonais de medidas $2r$ e $2r$.

Como o quadrado é um caso particular de losango, a área da região quadrada pode ser obtida assim:

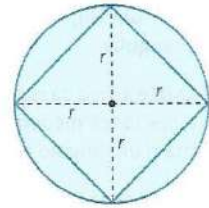
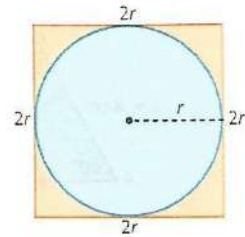
$$\frac{2r \cdot 2r}{2} = \frac{4r}{2} = 2r^2$$

Então, a área do círculo com raio de medida r é maior do que $2r^2$.

Assim, em um círculo com raio de medida r , a área A é tal que:

$$2r^2 < A < 4r^2$$

ou seja, a área A é obtida pelo produto de um número próximo de 3 (que veremos que é o π) por r^2 .



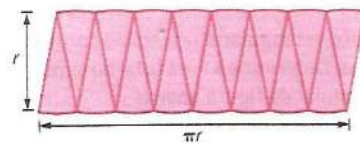
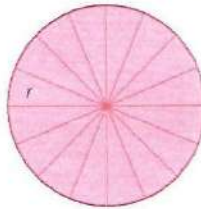
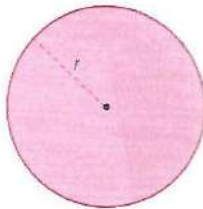
Determinação da área do círculo

1ª maneira: usando círculo dividido em setores

O círculo a seguir foi dividido em um número par de setores circulares que formaram uma figura cujo contorno lembra um paralelogramo. Sua base mede a metade do comprimento da circunferência $\left(\frac{2\pi r}{2} = \pi r\right)$ e sua altura mede r .

A área dessa figura, que é também a área do círculo, é $A = (\pi r)r = \pi r^2$, isto é:

$$A = \pi r^2$$

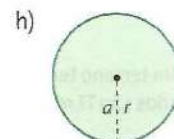
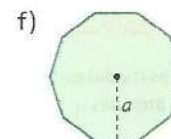
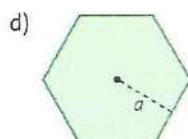
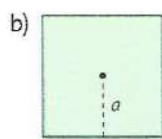
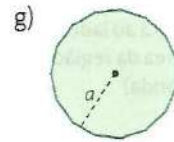
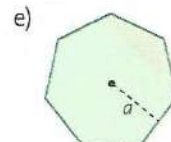
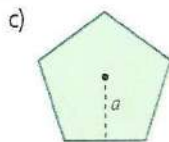
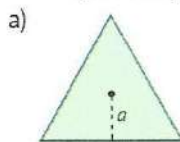


2ª maneira: usando polígonos regulares

Já vimos que a área da região determinada por um polígono regular é dada por $A = \frac{aP}{2}$, em que a é a medida do apótema e P é o perímetro.

Análise esta sequência.

O que você pode perceber?



À medida que aumentamos suficientemente o número de lados dos polígonos regulares, a tendência é chegar ao círculo, no qual o apótema passa a ser o raio (r) e o perímetro passa a ser o comprimento da circunferência ($2\pi r$).

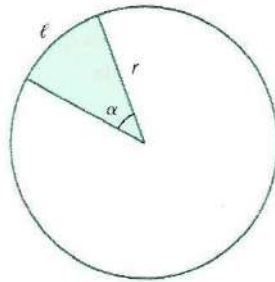
Assim, a área do círculo pode ser representada por:

$$A = \frac{aP}{2} = \frac{r \cdot 2\pi r}{2} = \pi r^2, \text{ ou seja,}$$

$$A = \pi r^2$$

Área do setor circular

A parte pintada da figura é conhecida como setor circular de um círculo de raio r . Todo setor circular tem um arco correspondente (ℓ) e um ângulo (α).



O setor circular é uma fração do círculo, e sua área A é diretamente proporcional ao ângulo central α . Um semicírculo, por exemplo, é um setor circular cujo ângulo central é 180° (metade de 360°) e sua área é metade da área do círculo.

O comprimento ℓ do arco também é proporcional ao ângulo central α . Então, podemos escrever que:

$$\frac{A_{\text{setor}}}{\pi r^2} = \frac{\alpha_{\text{graus}}}{360^\circ} = \frac{\alpha_{\text{rad}}}{2\pi} = \frac{\ell}{2\pi r}$$

Dependendo da informação conhecida (α em graus, α em radianos, ou comprimento ℓ do arco) usamos as razões acima.

Exercícios resolvidos

8. Calcule quantas pessoas cabem, aproximadamente, em uma praça circular de 20 m de raio, considerando 5 pessoas por metro quadrado. (Use $\pi = 3,14$.)

Resolução:

$$A = \pi r^2; \pi = 3,14; r = 20$$

$$A = 20^2 \cdot 3,14 = 1256 \text{ m}^2$$

Número aproximado de pessoas: $1256 \cdot 5 = 6280$.

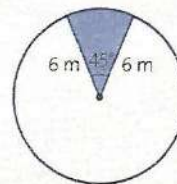
Assim, cabem aproximadamente 6280 pessoas nessa praça.

9. Calcule a área do setor circular pintado ao lado.

Resolução:

$$\text{área do setor: } \frac{A_{\text{setor}}}{\pi \cdot 6^2} = \frac{45^\circ}{360^\circ} \Rightarrow A_{\text{setor}} = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot 36 = \frac{9\pi}{2}$$

A área do setor circular pintado é $\frac{9\pi}{2} \text{ m}^2$.

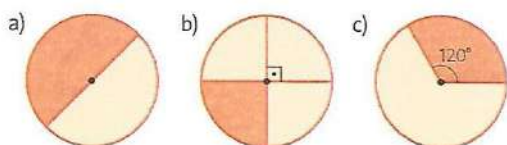


Exercícios

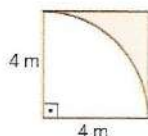
35. Tem-se um círculo de raio 10 cm. Determine:

- a) o perímetro desse círculo;
b) a área desse círculo.

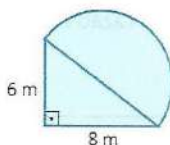
36. Determine a área dos setores circulares da figura abaixo. O raio de todos mede 6 cm.



37. Qual é a área da região colorida da figura ao lado?



38. Um terreno tem a forma da figura ao lado. Na figura estão registrados alguns dados do terreno, que nos permitem calcular a sua área. Calcule então a área desse terreno.

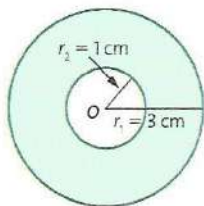


39. Um disco de cobre tem 20 cm de diâmetro. Qual é a área desse disco?

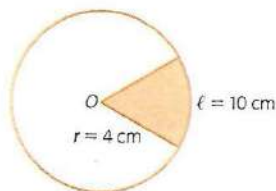
40. Determine a área do círculo inscrito a um triângulo equilátero de lado 12 cm.

41. Determine a área de um círculo circunscrito a um hexágono regular de lado 8 cm.

42. Quantos centímetros quadrados de alumínio são necessários para fazer uma arruela cujas dimensões estão na figura?

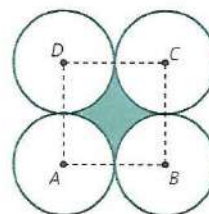


43. Calcule a área do setor circular da figura.



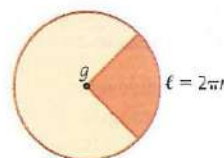
44. Dado um quadrado de lado 10 cm, qual é a área da coroa circular limitada pelas circunferências inscritas e circunscritas nesse quadrado?

45. O perímetro do quadrado ABCD da figura é 32 cm. Calcule a área da região colorida da figura.



46. (Vunesp-SP) Certos registros históricos babilônicos indicam o uso de uma regra para o cálculo da área do círculo equivalente à fórmula (em notação atual) $A = \frac{C^2}{12}$ em que C representa o comprimento da circunferência correspondente. Determine o valor de π oculto nesses registros.

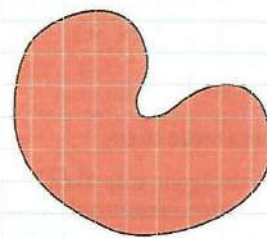
47. Calcule a área do setor circular da figura em função de g e r :



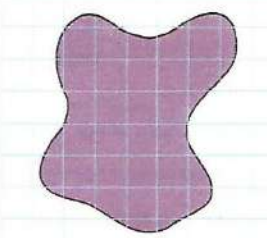
48. Releia o texto do início deste capítulo e calcule a área da superfície de cada um dos dois lagos; depois, determine a área maior.

49. Calcule a área aproximada de cada uma destas regiões. Use o  como unidade de área.

a)

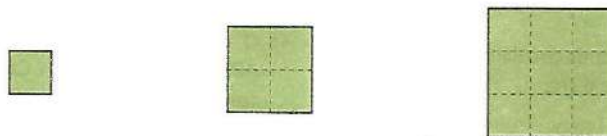


b)



Razão de semelhança para áreas

Todos os quadrados são semelhantes entre si.
Considere três quadrados de lados x , $2x$ e $3x$:



Note que suas áreas são x^2 , $4x^2$ e $9x^2$, respectivamente. Ou seja, a área não é proporcional ao lado, e sim proporcional ao quadrado do lado. Isso também pode ser explicado pelo princípio da proporcionalidade: se duas figuras geométricas forem semelhantes, com razão de semelhança k entre suas grandezas lineares, então suas áreas terão razão de semelhança k^2 :

$$A(kx, ky) = kA(x, y) = k^2 A(x, y), \text{ seja qual for a área } A(x, y)$$

Observação: Isso pode ser estendido a volumes de sólidos semelhantes, pois todo volume depende de três grandezas lineares. Portanto, em sólidos semelhantes, cujas grandezas lineares tenham razão de semelhança k , as áreas terão razão de semelhança k^2 e os volumes terão razão de semelhança k^3 .

Grandezas lineares: grandezas que expressam comprimento, como a medida do lado de um quadrado, por exemplo.

Exercícios resolvidos

10. A área de um triângulo retângulo é de 30 cm^2 . A área de um triângulo retângulo semelhante ao primeiro é de 120 cm^2 . Se a hipotenusa do primeiro triângulo mede 13 cm , quanto mede a hipotenusa do segundo triângulo?

Resolução:

A razão entre as hipotenusas é

$$k = \frac{\text{hipot}_2}{\text{hipot}_1} = \frac{x}{13}.$$

A razão entre as áreas é:

$$k^2 = \frac{A_2}{A_1} = \frac{120}{30} = 4 \Rightarrow k = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{Então, } \frac{x}{13} = 2 \Rightarrow x = 26.$$

Logo, a hipotenusa mede 26 cm .

11. A área de um dodecágono é de 10 cm^2 . Qual é a área de um dodecágono semelhante ao primeiro cujo perímetro é o triplo do perímetro do primeiro?

Resolução:

$$\text{A razão entre os perímetros é } k = \frac{\text{perím}_2}{\text{perím}_1} = \frac{3}{1} = 3.$$

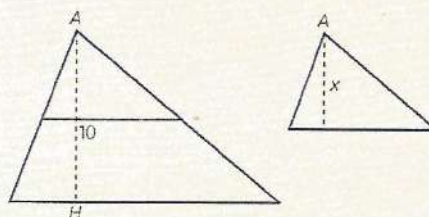
A razão entre as áreas é:

$$k^2 = 3^2 = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow 9 = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 90$$

Logo, a área do segundo dodecágono é de 90 cm^2 .

12. Um triângulo escaleno de altura $AH = 10 \text{ cm}$ foi cortado perpendicularmente à sua altura AH , de

forma que os dois pedaços resultantes tivessem a mesma área. A que distância do vértice A foi feito o corte?



Resolução:

Se os dois pedaços resultantes do corte (um triângulo e um trapézio) têm a mesma área, cada um deles tem metade da área do triângulo original. O triângulo menor é semelhante ao maior, pois o corte foi perpendicular à altura, portanto paralelo à base.

$$\text{A razão entre as alturas é } k = \frac{\text{altura}_2}{\text{altura}_1} = \frac{x}{10}.$$

A razão entre as áreas é:

$$k^2 = \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Então:

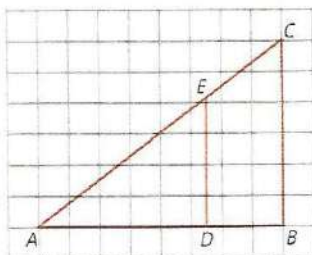
$$\frac{x}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 5\sqrt{2} \approx 7,1$$

Logo, o corte foi feito a aproximadamente $7,1 \text{ cm}$ do vértice A .

Exercícios

50. (Unicamp-SP) Um fio de 48 cm de comprimento é cortado em duas partes para formar dois quadrados, de modo que a área de um deles seja quatro vezes a área do outro.
- Qual deve ser o comprimento de cada uma das partes dos fios?
 - Qual será a área de cada um dos quadrados formados?
51. (FGV-SP) Uma pizzeria vende pizzas com preços proporcionais às suas áreas. Se a pizza média tiver raio igual a 80% do raio da grande, seu preço será:
- 59% do preço da grande.
 - 64% do preço da grande.
 - 69% do preço da grande.
 - 74% do preço da grande.
 - 80% do preço da grande.

52. (Fuvest-SP) No papel quadriculado da figura a seguir, adota-se como unidade de comprimento o lado do quadrado hachurado. DE é paralelo a BC . Para que a área do triângulo ADE seja a metade da área do triângulo ABC , a medida de AD , na unidade adotada, é:



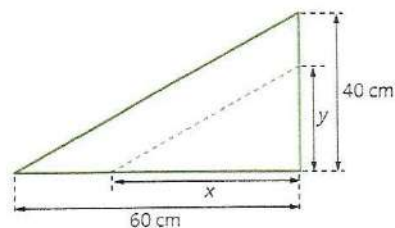
- $4\sqrt{2}$.
- 4.
- $3\sqrt{3}$.
- $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.
- $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.

53. Física

(Faap-SP) Uma chapa de metal circular, com 1 m de raio, ficou exposta ao sol. Em consequência, sofreu uma dilatação de 1% na dimensão do raio. (Considere $\pi = 3,14$.) A área dessa chapa após a dilatação (em metros quadrados) é:

- 3,14.
- 3,32.
- 3,10.
- 3,20.
- 3,45.

54. (FEI-SP) Uma chapa metálica de formato triangular (triângulo retângulo) tem inicialmente as medidas indicadas e deverá sofrer um corte reto (paralelo ao lado que corresponde à hipotenusa do triângulo) representado pela linha pontilhada, de modo que sua área seja reduzida à metade. Quais serão as novas medidas x e y ?



- $x = 30$ cm, $y = 20$ cm
- $x = 40$ cm, $y = 30$ cm
- $x = 30\sqrt{2}$ cm, $y = 20\sqrt{2}$ cm
- $x = 20\sqrt{2}$ cm, $y = 30\sqrt{2}$ cm
- $x = 90\sqrt{2}$ cm, $y = 60\sqrt{2}$ cm

55. (Udesc) Se o raio de um círculo aumenta 10%, então o seu perímetro e a sua área aumentarão respectivamente:

- 10% e 10%.
- 10% e 21%.
- 21% e 21%.
- 10% e 0%.
- 0% e 10%.

56. (UFC-CE) A planta de um apartamento está confeccionada na escala 1 : 50. Então a área real, em metros quadrados, de uma sala retangular cujas medidas na planta são 12 cm e 14 cm é:

- 24.
- 26.
- 28.
- 42.
- 54.

57. (Fazu-MG) Um agricultor leva 3 h para limpar um terreno circular de 5 m de raio. Se o raio do terreno fosse igual a 10 m, ele levaria:

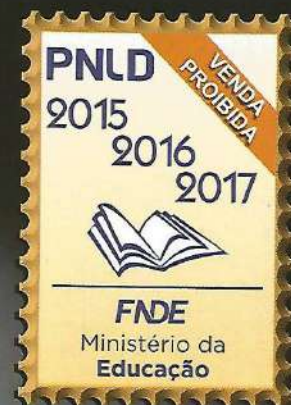
- 8 h.
- 15 h.
- 6 h.
- 10 h.
- 12 h.

58. (Unicamp-SP) Em uma fotografia aérea, um trecho retilíneo de uma estrada que mede 12,5 km aparece medindo 5 cm e, na mesma fotografia, uma área queimada aparece com 9 cm². Calcule:

- o comprimento que corresponde a 1 cm na mesma fotografia;
- a área da superfície queimada.

NOVO OLHAR MATEMÁTICA

Joamir Souza



ENSINO
MÉDIO
Componente Curricular
MATEMÁTICA **2**

 **FTD**

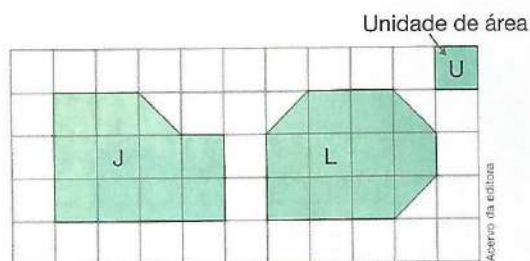
2

ÁREA DE FIGURAS PLANAS

Estudando área de figuras planas

A ideia de área está relacionada à medida de uma superfície. A área de uma região ou superfície pode ser obtida relacionando quantas unidades de área correspondem a ela.

Para compreendermos o conceito de área, vamos observar as seguintes figuras:

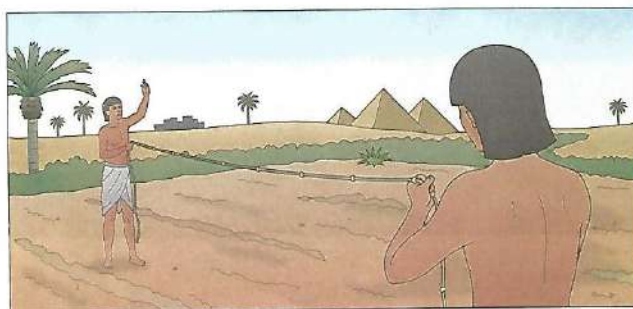


Para medir a área das figuras J e L, utilizamos U como unidade de medida de área. Como a quantidade de unidades U é igual, dizemos que essas figuras têm áreas iguais.

Observando as figuras, podemos notar que são necessários 10,5 U para cobrir cada uma delas. Dessa maneira, dizemos que a área de cada uma das figuras é 10,5 U, isto é:

$$\text{área de J} = \text{área de L} = 10,5 \text{ U}$$

O conceito de área já era utilizado pelos egípcios há milhares de anos. Na época das cheias, quando as águas do rio Nilo começavam a subir, era inundada uma região ao longo de suas margens. Após as águas baixarem, as margens ficavam cobertas por uma lama contendo vários nutrientes, que tornava o solo mais fértil para o cultivo. No entanto, ao baixarem as águas, as demarcações que delimitavam as propriedades eram desfeitas, sendo necessária a realização de novas medições.



Essas medições eram realizadas pelos antigos agrimensores egípcios, que utilizavam cordas com vários nós, em que a distância entre um nó e outro indicava uma unidade de medida de comprimento.

Muitos dos registros envolvendo o cálculo de áreas podem ser encontrados no papiro de Rhind, importante documento egípcio de cerca de 1650 a.C.

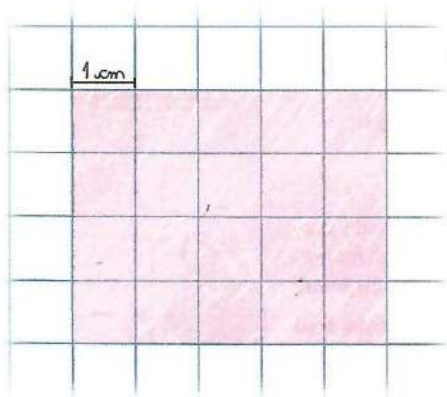
Neste capítulo, iremos estudar algumas situações envolvendo área.

Agrimensor é quem está legalmente habilitado para medir, dividir e/ou demarcar terras ou propriedades rurais.

> Área de polígonos

Área do retângulo

O retângulo a seguir foi construído em uma malha quadriculada na qual cada quadradinho tem 1 cm de lado. Note que esse retângulo tem 5 cm de comprimento e 4 cm de largura, e que cada quadradinho que compõe essa malha tem 1 cm^2 .



Retângulo é todo quadrilátero que possui os quatro ângulos internos retos.

Quadrado é todo quadrilátero que possui os quatro ângulos internos retos e os quatro lados com a mesma medida. Assim, podemos dizer que o quadrado é um caso particular de retângulo.

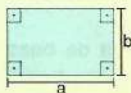
Podemos calcular o número de quadradinhos que formam o retângulo da seguinte forma:

$$4 \cdot 5 = 20 \text{ ou } 5 \cdot 4 = 20$$

Assim, são necessários 20 quadradinhos de 1 cm^2 para cobrir o retângulo, ou seja, sua área corresponde a 20 cm^2 .

De maneira geral, podemos calcular a área de um retângulo multiplicando a medida de seu comprimento pela medida de sua largura.

$$A = a \cdot b$$



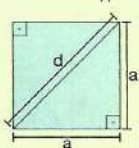
Para calcular a área do quadrado, utilizamos a mesma ideia, isto é, multiplicamos a medida de seus lados. Como o quadrado tem todos os lados com medidas iguais, temos:

$$A = a \cdot a \Rightarrow A = a^2$$

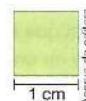


Também podemos calcular a área do quadrado utilizando a medida da diagonal. Observe:

$$d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow d^2 = 2a^2 \Rightarrow A = \frac{d^2}{2}$$



Ilustrações:
Acervo da editora



Um centímetro quadrado corresponde à área de um quadrado com 1 cm de lado.



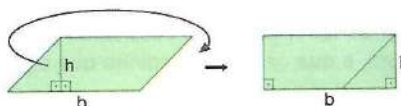
Fotografia aérea da cidade do Rio de Janeiro em que é possível observar o estádio do Maracanã.

Há situações em que é necessária a utilização de outras unidades de medida de área, como o quilômetro quadrado, que corresponde à área de um quadrado com 1 km de lado. Na fotografia, está representado um quilômetro quadrado, indicado pelo contorno em azul.

Paralelogramo é todo quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos.

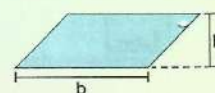
Área do paralelogramo

No paralelogramo, b corresponde à medida da base, e h , à medida da altura. Ao decompô-lo, como mostra a figura, obtemos um retângulo de dimensões b e h e mesma área do paralelogramo.



De maneira geral, podemos calcular a área de um paralelogramo multiplicando a medida de sua base pela sua altura.

$$A = b \cdot h$$



Área do losango

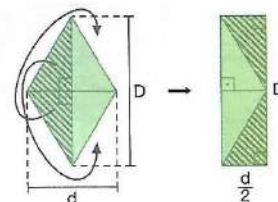
Losango é todo quadrilátero que possui dois pares de lados paralelos e os quatro lados com a mesma medida.

É possível que exista um retângulo ou um losango que não seja também um paralelogramo?

Todo quadrado é, ao mesmo tempo, retângulo e losango?

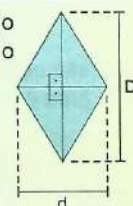
No losango, D corresponde à medida da diagonal maior, e d , à medida da diagonal menor. Ao decompô-lo, como mostra a figura, obtemos um retângulo de dimensões D e $\frac{d}{2}$ e mesma área do losango.

A área do retângulo pode ser calculada da seguinte maneira: $A_r = D \cdot \frac{d}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$.



De maneira geral, podemos calcular a área de um losango multiplicando a medida de suas diagonais e dividindo o resultado por 2.

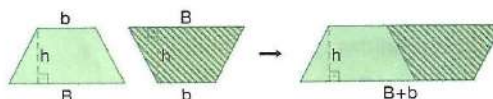
$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$



Área do trapézio

Trapézio é todo quadrilátero que possui apenas um par de lados paralelos.

No trapézio, B corresponde à medida da base maior; b , à medida da base menor; e h , à medida da altura. Com outro trapézio congruente a esse, podemos compor um paralelogramo cuja medida da altura é h , e a da base, $B+b$.

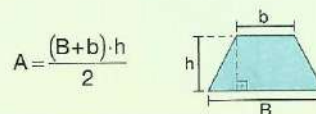


A área do paralelogramo pode ser calculada da seguinte maneira: $A_p = (B+b) \cdot h$.

Como a área do trapézio corresponde à metade da área do paralelogramo, temos:

$$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

De maneira geral, podemos calcular a área de um trapézio adicionando a medida da base maior com a da menor, multiplicando a soma obtida pela medida da altura e dividindo o resultado por 2.



ATIVIDADES RESOLVIDAS

- R1.** (UFPE-PE) Um fazendeiro queria construir um cercado em forma de um retângulo para criar gado. Como o dinheiro que ele tinha era suficiente para fazer apenas 200 metros de cerca, resolveu aproveitar uma parte reta da cerca do vizinho para economizar e construiu, com apenas 3 lances de cerca, um cercado retangular de área máxima. Qual é a área desse cercado?
- a) 5 300 m² c) 5 100 m² e) 4 900 m²
 b) 5 200 m² d) 5 000 m²

Resolução

Inicialmente, representamos a situação descrita pela figura ao lado. Dessa maneira, a área do terreno é dada por:

$$A = (200 - 2x) \cdot x = -2x^2 + 200x$$

Note que a área do terreno é representada por uma função quadrática em x , com coeficientes $a = -2$, $b = 200$ e $c = 0$. Logo, a área A máxima é dada pelo valor máximo da função:

$$A = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{200^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 0}{4 \cdot (-2)} = -\frac{40\,000}{-8} = \frac{40\,000}{8} = 5\,000$$

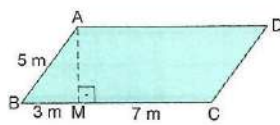
Portanto, a área do terreno é 5 000 m², ou seja, a alternativa correta é d.



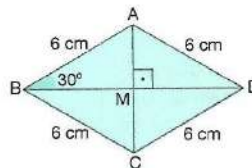
Quais são as dimensões desse terreno?

- R2.** Calcule a área das figuras a seguir.

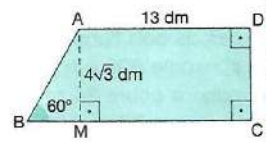
a) paralelogramo



b) losango



c) trapézio

**Resolução**

a) Inicialmente, calculamos a altura AM do paralelogramo utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$(AB)^2 = (BM)^2 + (AM)^2 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + (AM)^2 \Rightarrow (AM)^2 = 25 - 9 \Rightarrow AM = \sqrt{16} = 4 \rightarrow 4 \text{ m}$$

Assim, a área do paralelogramo é dada por: $S = BC \cdot AM = \frac{10}{3+7} \cdot 4 = 40 \rightarrow 40 \text{ m}^2$.

b) Calculando as medidas das diagonais $\overline{BD}$ e $\overline{AC}$ do losango, temos:

$$\cos 30^\circ = \frac{BM}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BM}{6} \Rightarrow BM = 3\sqrt{3} \rightarrow BD = 6\sqrt{3} \rightarrow 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AM}{6} \Rightarrow AM = 3 \rightarrow AC = 6 \rightarrow 6 \text{ cm}$$

Assim, a área do losango é dada por: $S = \frac{BD \cdot AC}{2} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 6}{2} = 18\sqrt{3} \rightarrow 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

c) No triângulo retângulo AMB , temos: $\tan 60^\circ = \frac{AM}{BM} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{BM} \Rightarrow BM = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4 \rightarrow 4 \text{ dm}$
 Logo:

$$BC = BM + \underbrace{CM}_{CM=AD} = 4 + 13 = 17 \rightarrow 17 \text{ dm}$$

Assim, a área do trapézio é dada por:

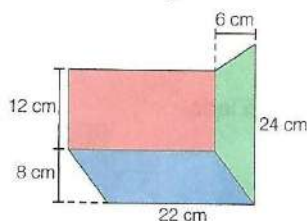
$$S = \frac{(BC + AD) \cdot AM}{2} = \frac{(17 + 13) \cdot 4\sqrt{3}}{2} = \frac{120\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3} \rightarrow 60\sqrt{3} \text{ dm}^2$$

ATIVIDADES

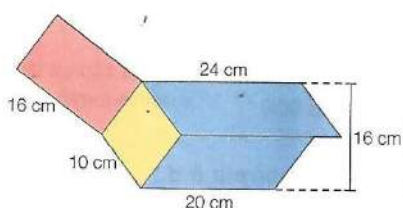
Ante as respostas no caderno

1. Nas figuras, os polígonos em vermelho, em azul, em amarelo e em verde são, respectivamente, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios. De acordo com as medidas indicadas, calcule a área de cada figura.

a)

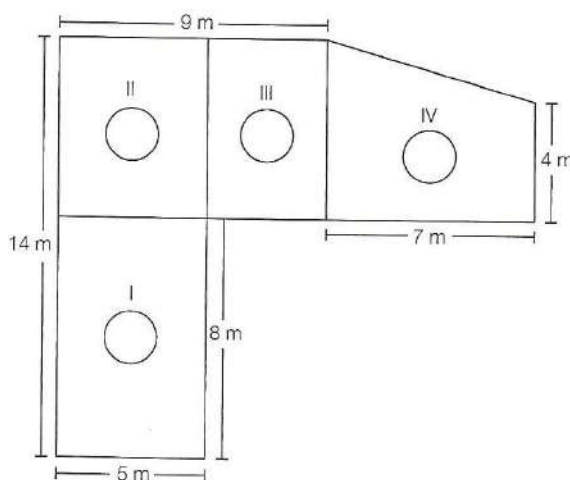


b)



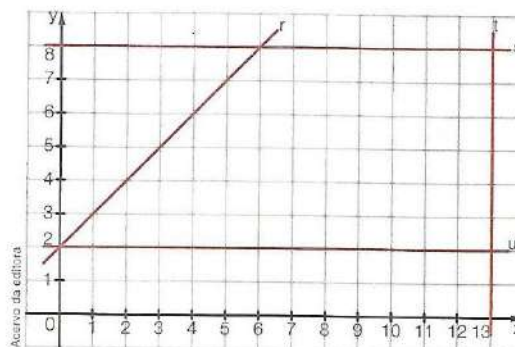
Ilustrações: Acervo da editora

2. (ENEM-MEC) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m² de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m² de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos e um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários:

- quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
 - três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
 - duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
 - uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
 - nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.
3. Calcule a área da região externa ao retângulo de vértices (7, 4), (11, 4), (11, 6) e (7, 6) e delimitada pelas retas r , s , t e u , sabendo que o plano cartesiano está graduado em decímetros.



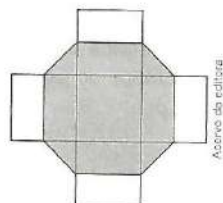
4. Para expor seus trabalhos escolares, os alunos de uma classe devem imprimi-los em uma folha de papel A4, cujas dimensões são 210 mm x 297 mm, e posteriormente fixá-los em murais retangulares de 1,28 m de altura por 2,38 m de comprimento.

Para que sejam fixados no mural, os alunos podem optar por imprimir todos os trabalhos no estilo retrato (lado maior na vertical) ou no estilo paisagem (lado maior na horizontal). Considerando que nenhuma página deve sobrepor outra e que elas não podem superar os limites do mural, resolva.

- Quantos centímetros quadrados tem cada folha de papel A4?
- Qual opção de impressão possibilita o melhor aproveitamento de cada mural: estilo retrato ou paisagem?
- Se em um mural forem fixados apenas trabalhos impressos no estilo retrato, na maior quantidade possível, qual será a área, em centímetros quadrados, que ficará desocupada nesse mural?

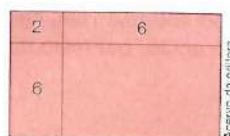
5. (OBMEP) Na figura, os cinco quadrados são iguais, e os vértices do polígono sombreado são pontos médios dos lados dos quadrados. Se a área de cada quadrado é 1 cm^2 , qual é a área do polígono sombreado?

- a) 2 cm^2
b) $2,5\text{ cm}^2$
c) 3 cm^2
d) $3,5\text{ cm}^2$
e) 4 cm^2

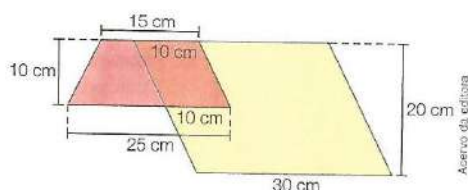


6. (UFPI-PI) O retângulo da figura abaixo está dividido em quatro retângulos menores, construídos a partir de duas linhas paralelas a seus lados. No interior de cada retângulo consta a sua área correspondente. Nessas condições, o número que deve constar no interior do quarto retângulo é:

- a) 10 d) 24
b) 12 e) 36
c) 18



7. Determine a área total da figura, sabendo que ela foi construída por meio de sobreposição de trapézio e paralelogramo.



8. Determinada fábrica produz bobinas de papel toalha do tipo A, com 20 cm de largura e 100 m de comprimento. Nessa mesma fábrica, são produzidas também bobinas do tipo B, com 22 cm de largura e 105 m de comprimento. Considerando que o preço de cada bobina seja proporcional à correspondente área de papel toalha, responda.

- a) Quantos metros quadrados de papel é enrolado na bobina do tipo A? E na do tipo B?
b) Quantos por cento mais cara é a bobina do tipo B, em relação à do tipo A?

9. (Cefet-AL) Num trapézio retângulo de bases (b) e (b+4), sabe-se que o lado perpendicular às bases mede (b+1), e o lado oblíquo vale (b+3). A área, em decímetros quadrados, da região delimitada por esse trapézio é igual a:

- a) 14 c) 12 e) 8
b) 18 d) 20

10. As principais causas do desmatamento têm sido o alto valor da madeira no mercado e a necessidade da ocupação de novas áreas para a agricultura e a pecuária. Isso sem contar o avanço de áreas urbanas em direção às florestas. Algumas consequências dessa agressão ao meio ambiente é a extinção de espécies animais e vegetais, a desertificação e a contaminação de mananciais de água.

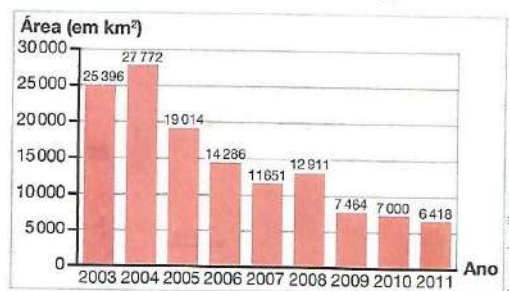
Atualmente, a maior parte das áreas em desmatamento está localizada em países em processo de desenvolvimento, como o Brasil.



Castanheira sendo cortada na Amazônia, no estado do Pará.

Veja no gráfico a evolução da área de desmatamento na Amazônia Legal no período de 2003 a 2011.

Desmatamento da Amazônia Legal



Fonte: <www.obt.inpe.br/prodes/prodes_1988_2011.htm>. Acesso em: 5 nov. 2012.

Considerando um campo de futebol de 90 m de largura por 120 m de comprimento como unidade de área, é correto afirmar que:

- a) no período de 2003 a 2005, foi desmatada uma área maior que 7 milhões de campos de futebol.
b) no quadriênio 2008-2011, foi desmatada uma área maior que a do quadriênio anterior.
c) a área desmatada no ano de 2004 equivale a aproximadamente 2,6 milhões de campos de futebol.
d) a área média de desmatamento anual, de 2003 a 2011, corresponde a cerca de 3 milhões de campos de futebol.

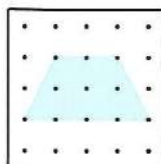


CONTEXTO Fórmula de Pick



11. Em 1899, o matemático Georg Alexander Pick demonstrou uma fórmula válida para a área de um polígono cujos vértices são pontos de uma rede no plano (conjunto de pontos dispostos de maneira regular vertical e horizontalmente, tal que a menor distância entre dois pontos é igual a 1). A fórmula é dada pela expressão $A = 0,5 \cdot B + C - 1$, em que A é a área do polígono, B é o número de pontos da rede situados no bordo do polígono e C é o número de pontos da rede situados na região interior do polígono.

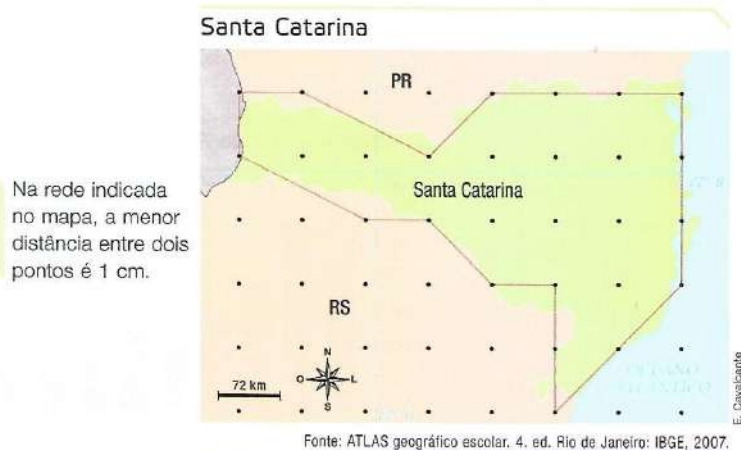
Observe um exemplo de cálculo de área, utilizando a fórmula de Pick.



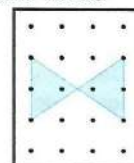
Autor desconhecido, Séc. XIX. Coleção Particular

Georg Alexander Pick

Uma curiosa aplicação desse teorema está no cálculo aproximado de áreas utilizando mapas geográficos. Por exemplo, para estimar a área de Santa Catarina, pela fórmula de Pick, basta construir uma rede sobre o mapa, cuja menor distância entre dois pontos seja 1 cm, calcular a área do polígono, com vértices na rede, que mais se assemelha ao mapa, e então, por meio da escala dada, calcular a área dessa região, em quilômetros quadrados.

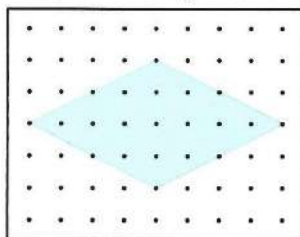


A área da figura a seguir não pode ser calculada pela fórmula de Pick, visto que ela se aplica apenas aos polígonos cuja borda é uma poligonal fechada, que pode ser percorrida sem passar duas vezes pelo mesmo vértice.



Ilustrações: Acervo da editora

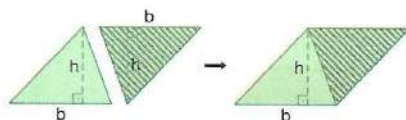
- Calcule a área do trapézio apresentado anteriormente por meio da fórmula estudada neste capítulo.
- Calcule, por meio da fórmula de Pick, a área da figura abaixo.



- Para que servem as escalas apresentadas em mapas geográficos?
- Por meio da fórmula de Pick e com auxílio do mapa acima, calcule a área aproximada de Santa Catarina. Compare sua resposta com a área de Santa Catarina estimada pelo IBGE: 95 346,181 km².

Área do triângulo

No triângulo, b corresponde à medida da base, e h , à altura. Com outro triângulo congruente a esse, podemos compor um paralelogramo cuja altura é h , e a medida da base é b .



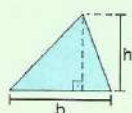
A área do paralelogramo pode ser calculada da seguinte maneira: $A_p = b \cdot h$.

Como a área do triângulo corresponde à metade da área do paralelogramo, temos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

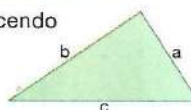
De maneira geral, podemos calcular a área de um triângulo multiplicando a medida da base pela medida da altura e dividindo o resultado por 2.

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



Também podemos calcular a área de um triângulo conhecendo apenas as medidas de seus três lados.

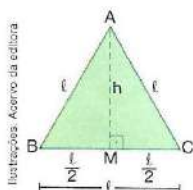
No triângulo, a , b e c correspondem às medidas dos lados.



Utilizando o semiperímetro $p = \frac{a+b+c}{2}$, podemos demonstrar que a área desse triângulo pode ser calculada pela seguinte fórmula: $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

No caso do triângulo equilátero, podemos ainda calcular a área por meio de outra fórmula.

No triângulo equilátero de lado ℓ , traçamos a altura $\overline{AM}$.



Em um triângulo equilátero, a altura também corresponde à mediatriz e à bissetriz.

Note que o $\triangle AMC$ é retângulo. Utilizando o Teorema de Pitágoras, determinamos a altura desse triângulo em função da medida ℓ do lado.

$$\ell^2 = \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = \ell^2 - \frac{\ell^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{3\ell^2}{4} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{3\ell^2}{4}} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

Substituindo $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ em $A = \frac{b \cdot h}{2}$, temos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\ell \cdot \frac{\ell\sqrt{3}}{2}}{2} = \ell \cdot \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

De maneira geral, podemos calcular a altura h e a área A de um triângulo equilátero em função da medida ℓ do lado utilizando, respectivamente, as fórmulas $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ e $A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$.



Triângulo é todo polígono que possui três lados e três ângulos internos. Aquele em que um dos ângulos internos é reto, chamamos de triângulo retângulo; aquele que possui todos os lados com medidas iguais chamamos de triângulo equilátero.

Fórmula de Herão

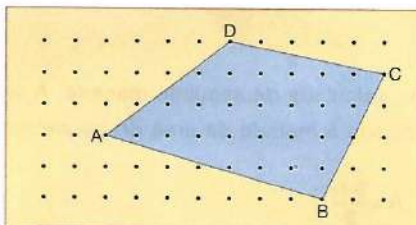
A fórmula

$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ é conhecida como fórmula de Herão, em homenagem ao matemático Herão de Alexandria, que viveu por volta da segunda metade do século I d.C. Em geral, seus trabalhos tratam de aplicações práticas da Matemática, dando grandes contribuições à Agrimensura e à Engenharia. Em sua obra *A métrica*, dividida em três livros, Herão propõe vários trabalhos geométricos. No livro I, por exemplo, são tratadas as áreas de várias figuras planas e encontra-se a dedução da fórmula apresentada.

ATIVIDADES RESOLVIDAS

R3. (UERJ-RJ) Um tabuleiro retangular com pregos dispostos em linhas e colunas igualmente espaçadas foi usado em uma aula sobre área de polígonos.

A figura a seguir representa o tabuleiro com um elástico fixado em quatro pregos indicados pelos pontos A, B, C e D.

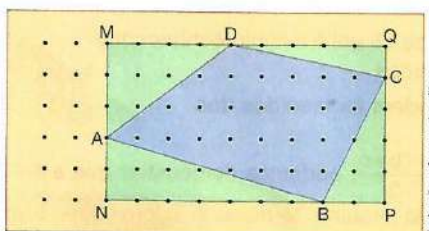


Considere u a unidade de área equivalente ao menor quadrado que pode ser construído com vértices em quatro pregos do tabuleiro.

Calcule, em u , a área do quadrilátero ABCD, formado pelo elástico.

Resolução

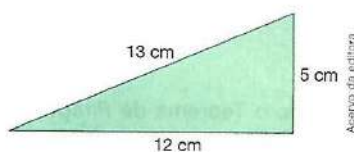
Inicialmente, construímos o retângulo MNPQ, conforme a figura a seguir.



Desse modo, a área do quadrilátero ABCD é dada pela área do retângulo MNPQ subtraída das áreas dos triângulos retângulos AMD, CQD, BPC e ANB.

$$A_{ABCD} = \underbrace{9 \cdot 5}_{MNPQ} - \left(\underbrace{\frac{4 \cdot 3}{2}}_{\triangle AMD} + \underbrace{\frac{5 \cdot 1}{2}}_{\triangle CQD} + \underbrace{\frac{2 \cdot 4}{2}}_{\triangle BPC} + \underbrace{\frac{7 \cdot 2}{2}}_{\triangle ANB} \right) = 45 - \frac{39}{2} = \frac{51}{2} = 25,5 \rightarrow 25,5 u$$

R4. Calcule a área do triângulo.

**Resolução**

Utilizando a fórmula do semiperímetro para $a=5$, $b=12$ e $c=13$, temos:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+12+13}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = \sqrt{15 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{900} = 30 \rightarrow 30 \text{ cm}^2$$

Note que o triângulo é retângulo ($13^2 = 12^2 + 5^2$), com base medindo 12 cm e altura medindo 5 cm. Logo, outra maneira de obter sua área é:

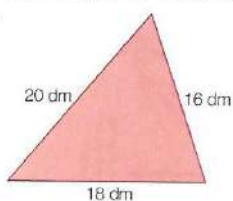
$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 5}{2} = \frac{60}{2} = 30 \rightarrow 30 \text{ cm}^2$$

ATIVIDADES

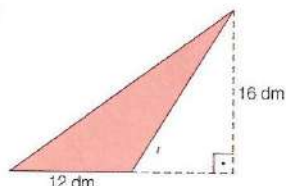
Anote as respostas no caderno

12. Calcule a área de cada triângulo.

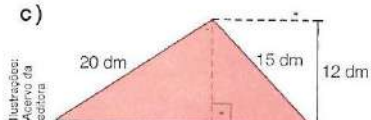
a)



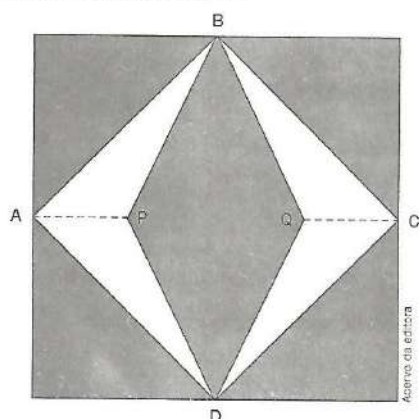
b)



c)



13. (ENEM-MEC) Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou a colocação de vitrais compostos de quadrados de lado medindo 1 m, conforme a figura a seguir.



Nesta figura, os pontos A , B , C e D são pontos médios dos lados do quadrado e os segmentos AP e QC medem $\frac{1}{4}$ da medida do lado do quadrado. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa R\$ 30,00 o m^2 , e outro para a parte mais clara (regiões $ABPDA$ e $BCDQB$), que custa R\$ 50,00 o m^2 .

De acordo com esses dados, qual é o custo dos materiais usados na fabricação de um vitral?

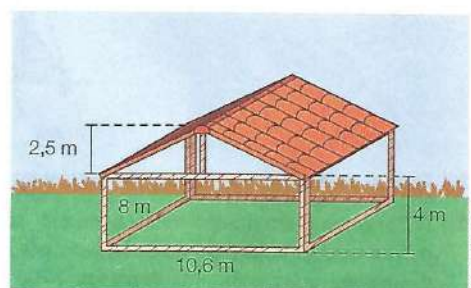
- a) R\$ 22,50 c) R\$ 40,00 e) R\$ 45,00
b) R\$ 35,00 d) R\$ 42,50

14. Utilizando a fórmula de Herão, calcule a área de um triângulo cujos lados medem:

- a) 5 m, 7 m e 4 m
b) 12 dm, 15 dm e 9 dm
c) 2 km, 3 km e 4 km
d) 14 cm, 16 cm e 10 cm

15. Em um triângulo retângulo, um dos catetos mede $\sqrt{3}$ cm e a hipotenusa mede $2\sqrt{2}$ cm. Determine a medida do outro cateto e a área desse triângulo.

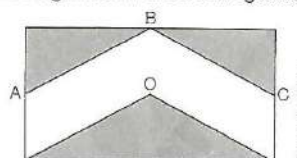
16. Em certo sítio, o proprietário construiu uma estrutura de madeira, como ilustrada abaixo, que será utilizada como armazém. As paredes, portas e janelas desse armazém serão construídas com tábuas de madeira.



De acordo com a imagem, responda.

- a) Qual será a área ocupada por esse armazém?
b) Quantos metros quadrados de madeira, no mínimo, serão necessários para construir as paredes do armazém sabendo que as portas e janelas ocuparão $8 m^2$?

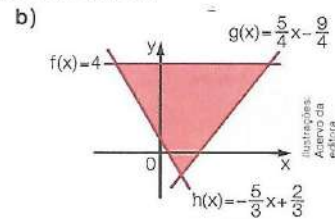
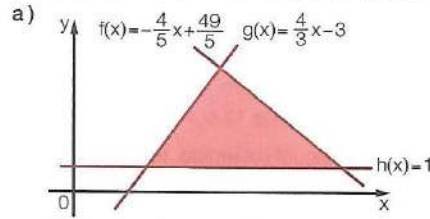
17. (OBMEP) No retângulo a seguir, A , B e C são pontos médios de seus lados e O é o ponto de encontro de suas diagonais. A área da região sombreada é:



- a) $\frac{1}{4}$ da área do retângulo
b) $\frac{1}{3}$ da área do retângulo
c) $\frac{1}{2}$ da área do retângulo
d) $\frac{3}{5}$ da área do retângulo
e) $\frac{2}{3}$ da área do retângulo

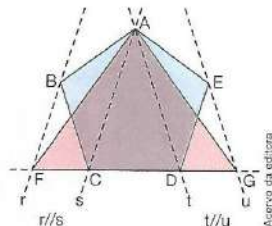
18. DESAFIO

Calcule a área do triângulo determinado pelos gráficos das funções f , g e h representados em cada plano cartesiano, sabendo que os eixos estão graduados em metros.



19. Classifique a afirmativa a seguir em verdadeira ou falsa. Depois, justifique.

"Na figura, as áreas do pentágono ABCDE e do triângulo AFG são iguais."



20. Qual é a altura de um triângulo equilátero cuja área é $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$?

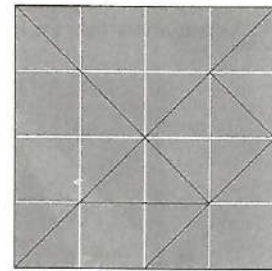
21. O Tangram é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar. Ao contrário de outros quebra-cabeças, ele é formado por apenas sete peças, com as quais é possível criar e montar cerca de 1 700 figuras, entre animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas e outros.

As regras desse jogo consistem em usar as sete peças em qualquer montagem, colocando-as lado a lado sem sobreposição.

Este jogo foi trazido da China para o Ocidente por volta da metade do século XIX e em 1818 já era conhecido na América, Alemanha, França, Itália e Áustria.

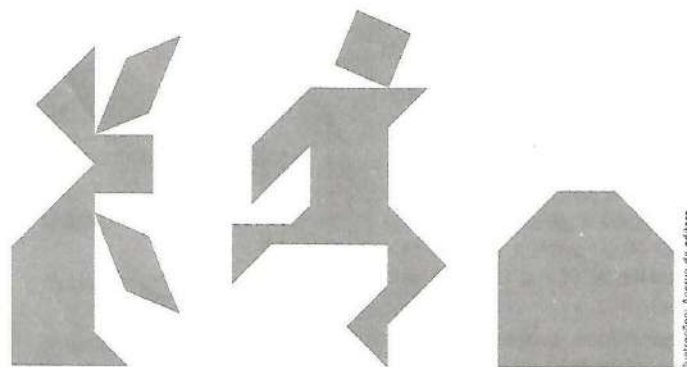
[...]

SOUZA, Eliane Reame de et al. A matemática das sete peças do tangram. 2. ed. São Paulo: IME-USP, 1997. p. 1-2.



Tangram em uma malha quadriculada.

Abaixo é possível observar algumas figuras formadas a partir das 7 peças do Tangram.

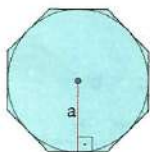


Determine a área de cada figura, sabendo que a peça em forma de paralelogramo (peça não quadrada) possui 10 cm^2 de área.

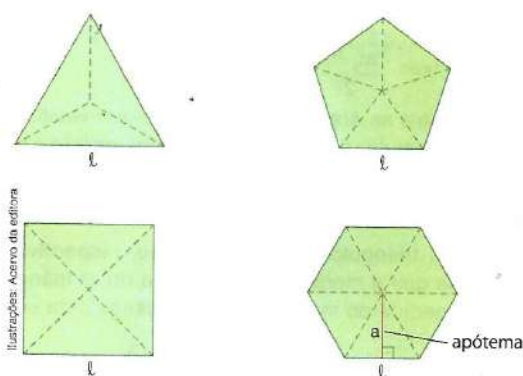
Área de polígonos regulares

Polígonos regulares são aqueles cujas medidas de todos os lados e de todos os ângulos internos são iguais.

Todo polígono regular pode ser circunscrito a uma circunferência. O raio de uma circunferência inscrita em um polígono regular corresponde ao apótema do polígono.



Os polígonos regulares abaixo foram decompostos em triângulos isósceles congruentes.



Note que cada polígono de n lados foi dividido em n triângulos congruentes. Podemos obter a área de cada um desses polígonos, calculando a área de um triângulo e multiplicando o resultado pelo número de lados correspondentes.

Estudamos que, para calcular a área de um triângulo, podemos multiplicar a medida da base pela da altura e dividir o resultado por 2, isto é, utilizar a fórmula $A = \frac{b \cdot h}{2}$. No caso dos triângulos em que os polígonos regulares foram divididos, a base é um dos lados de medida ℓ do polígono, e a altura corresponde ao apótema a .

Assim, podemos indicar a área de um polígono regular de n lados com medida ℓ da seguinte maneira:

$$A = n \cdot \frac{\ell \cdot a}{2}$$

Podemos escrever essa fórmula de outra maneira, ou seja:

$$A = \frac{n \cdot \ell}{2} \cdot a \Rightarrow A = p \cdot a,$$

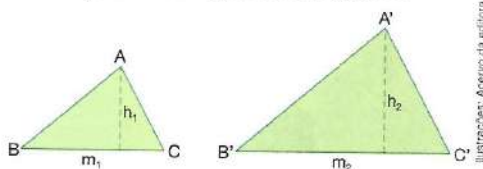
em que p é o semiperímetro do polígono regular e a é o apótema.

Na fórmula, $\frac{n \cdot \ell}{2}$ corresponde ao semiperímetro de um polígono regular, pois:

$$\frac{n \cdot \ell}{2} = \frac{\overbrace{\ell + \ell + \ell + \dots + \ell}^{n \text{ fatores } \ell}}{2} = p$$

Razão entre área de figuras planas

Provavelmente você já estudou e verificou que, quando dois polígonos são semelhantes, a razão entre a medida de seus lados correspondentes é igual. Vamos considerar os seguintes triângulos semelhantes.



Lembre-se de que a área de um triângulo pode ser calculada por meio da fórmula $A = \frac{b \cdot h}{2}$.

Como $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$, temos: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{h_1}{h_2} = k$.
razão de semelhança

Agora, vamos calcular a razão entre a área dos triângulos ABC e A'B'C':

$$\frac{A_{ABC}}{A_{A'B'C'}} = \frac{\frac{m_1 \cdot h_1}{2}}{\frac{m_2 \cdot h_2}{2}} = \frac{m_1 \cdot h_1}{m_2 \cdot h_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{h_1}{h_2} = k \cdot k = k^2$$

Note que a razão entre as áreas de dois triângulos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança. Essa propriedade ocorre não somente para os triângulos, mas também para quaisquer duas superfícies semelhantes.

Exemplo

As áreas de dois triângulos semelhantes são, respectivamente, 5 cm^2 e 45 cm^2 . Sabendo que a medida do maior lado do 1º triângulo é 5 cm, podemos obter a medida do maior lado do 2º triângulo da seguinte maneira:

$$k^2 = \frac{45}{5} \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = 3$$

Assim, temos que:

$$k = \frac{x}{5} \Rightarrow 3 = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 15$$

Portanto, a medida do maior lado do 2º triângulo é 15 cm.

ATIVIDADES RESOLVIDAS

- R5.** Determine a área de um pentágono regular circunscrito a uma circunferência de raio 4 dm.
Dado: $\text{tg } 36^\circ = 0,73$.

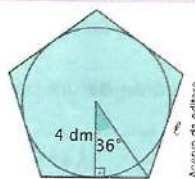
Resolução

O raio da circunferência determina a medida a do apótema do pentágono de lado ℓ . Note que, na figura, temos um triângulo retângulo de catetos a e $\frac{\ell}{2}$. O ângulo central da circunferência, que corresponde a um dos ângulos do triângulo mede $\frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$. Assim, segue que:

$$\text{tg } 36^\circ = \frac{\frac{\ell}{2}}{a} \Rightarrow \text{tg } 36^\circ = \frac{\ell}{2a} \Rightarrow 0,73 = \frac{\ell}{2 \cdot 4} \Rightarrow \ell = 5,84 \rightarrow 5,84 \text{ dm}$$

Logo, a área do pentágono é dada por:

$$A = n \cdot \frac{\ell \cdot a}{2} = 5 \cdot \frac{5,84 \cdot 4}{2} = 58,4 \rightarrow 58,4 \text{ dm}^2$$



- R6.** Qual é a área de um hexágono regular inscrito em uma circunferência de raio $\sqrt{2}$ cm?

Resolução

O hexágono pode ser dividido em 6 triângulos equiláteros de lado $\sqrt{2}$ cm, conforme a figura.

Podemos calcular a área do hexágono de duas maneiras.

1ª maneira:

Inicialmente, obtemos o apótema do hexágono, utilizando a fórmula da altura do triângulo equilátero.

$$h = a = \frac{\ell \sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ cm}$$

Em seguida, substituímos na fórmula $A = n \cdot \frac{\ell \cdot a}{2}$:

$$A = 6 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}}{2} = \frac{3 \cdot \sqrt{12}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \rightarrow 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

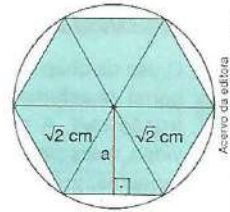
2ª maneira:

Calculamos a área de seis triângulos equiláteros de lado $\sqrt{2}$ cm.

$$A = 6 \cdot \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{(\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 3 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \rightarrow 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

área do triângulo equilátero

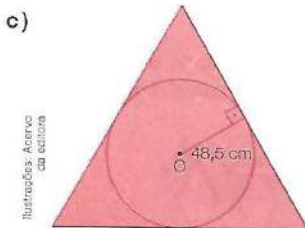
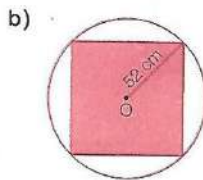
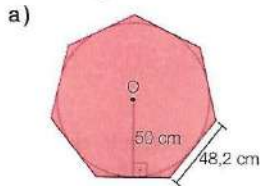
Um triângulo equilátero possui três lados com medidas iguais, ou seja, é um caso particular de triângulo isósceles.



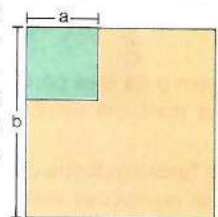
ATIVIDADES

Anote as respostas no caderno

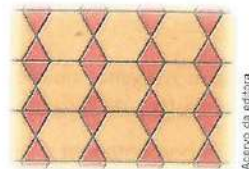
- 22.** Em cada item, calcule a área aproximada do polígono regular.



- 23.** Na figura estão ilustrados dois quadrados. Sabe-se que a razão entre a área da região em amarelo e a área da região em verde é 6. Com base nessas informações, determine a razão de semelhança entre o quadrado maior e o menor, e a razão entre suas áreas.



- 24.** Em determinada praça de 3 000 m² de área, serão assentadas lajotas de dois formatos, hexágonos regulares e triângulos equiláteros, seguindo o padrão proposto.



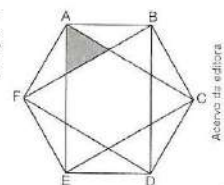
De acordo com as informações e desconsiderando desperdícios, calcule quantos metros quadrados de cada tipo de lajota serão utilizados para cobrir toda a área da praça.

- 25.** Calcule a razão entre as áreas de dois decágonos regulares, sendo que as medidas de seus lados são respectivamente 9 cm e 3 cm.

26. DESAFIO

(OBMEP) A área do hexágono regular ABCDEF é 45 cm². Qual é a área do triângulo sombreado?

- a) 2,0 cm² d) 3,5 cm²
b) 2,5 cm² e) 4,0 cm²
c) 3,0 cm²





CONTEXTO Porcentagem de área perfurada

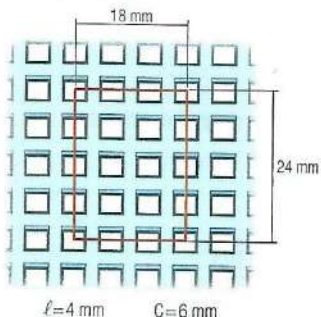
27. O uso de chapas perfuradas abrange vários gêneros de atividade, como os setores agrícola, industrial, de eletroeletrônicos e construção civil. A sua diversidade de aplicação (telas de áudio e vídeo, telas para fornos de micro-ondas, portões, pisos antiderrapantes, proteção de equipamentos, dentre outras) requer uma variedade de tipos de perfuração e materiais a serem utilizados.

A área perfurada de uma chapa de uso industrial, para o consumidor, determina a sua capacidade de trabalho e produção. A cada tipo de material, os técnicos optam por um ou outro tipo de furo, determinando o tamanho dos furos e o espaçamento entre eles. A relação entre a área da superfície perfurada e a área da superfície total, expressa em porcentagem, é denominada porcentagem de área perfurada.

Considere uma chapa perfurada com furos quadrados, em que ℓ é o lado de cada quadrado e C é a menor distância entre os centros dos furos. Escolhendo uma parte representativa dessa chapa, podemos calcular a porcentagem p da área perfurada. Por exemplo:

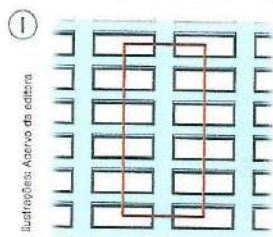
O pedaço que representa a chapa possui uma área de 432 mm^2 ($24 \text{ mm} \times 18 \text{ mm}$). Como em seu interior há o correspondente a 12 furos quadrados, temos que a área da superfície perfurada é 192 mm^2 ($12 \cdot 16 \text{ mm}^2$).

Portanto, a porcentagem de área perfurada dessa chapa é $p = \frac{192}{432} = 0,44 = 44\%$. Assim, a cada 100 mm^2 de chapa, aproximadamente 44 mm^2 é perfurada.

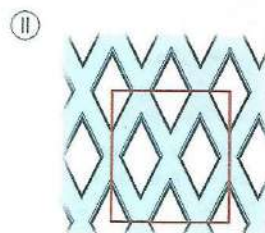


Para facilitar o trabalho, os técnicos dispõem de fórmulas padronizadas para o cálculo de p , que se referem a cada tipo de furo (quadrangular, retangular e circular). Para uma chapa perfurada com furos quadrados, a porcentagem p perfurada é dada por $p = 100 \cdot \left(\frac{\ell}{C} \right)^2$.

a) Calcule a porcentagem aproximada de área perfurada de cada chapa a seguir, em que d é a menor distância vertical entre os centros dos furos e D é a menor distância horizontal entre eles.



Furo: $4 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$
 $d = 5,5 \text{ mm}$
 $D = 13 \text{ mm}$



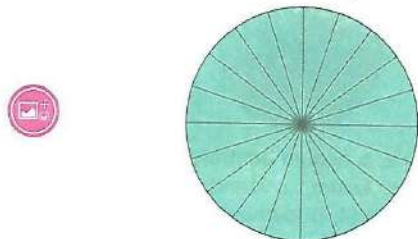
Furo: $7 \text{ mm} \times 14 \text{ mm}$
 $d = 21 \text{ mm}$
 $D = 9,5 \text{ mm}$

- b) Escreva uma fórmula que represente a porcentagem p da área perfurada de uma chapa cujos furos retangulares têm dimensões a e b e cuja menor distância vertical e horizontal entre centros de furos são, respectivamente, d e D .
- c) Elabore um problema envolvendo uma chapa com furos em forma de trapézio, losango ou retângulo, e troque com um colega. Depois, verifiquem se as resoluções estão corretas.

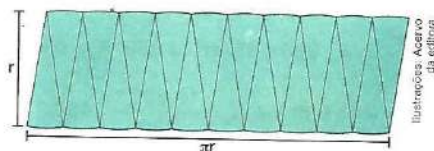
Área do círculo

Podemos calcular a área da superfície de um círculo por meio de uma fórmula, que pode ser deduzida da seguinte maneira:

Inicialmente, dividimos um círculo em 20 partes iguais.



Depois, organizamos cada uma dessas partes e obtemos uma figura que lembra um paralelogramo, cuja altura é aproximadamente o raio do círculo e a medida da base é cerca da metade do comprimento da circunferência, isto é,

$$\frac{2\pi r}{2} = \pi r.$$


Temos que a área A_p de um paralelogramo é dada pelo produto da medida de sua base b e de sua altura h :

$$A_p = b \cdot h = \pi r \cdot r = \pi r^2$$

Como a figura que lembra o paralelogramo foi obtida com as partes do círculo, temos que a área do círculo é dada por $A = \pi r^2$.

De maneira geral, podemos calcular a área de um círculo de raio r utilizando a fórmula $A = \pi r^2$.

Exemplo

Vamos calcular a área aproximada de um círculo cuja medida do raio é 7 cm, considerando $\pi = 3,14$.

$$A = \pi r^2 = 3,14 \cdot 7^2 = 3,14 \cdot 49 = 153,86$$

Portanto, a área aproximada do círculo é 153,86 cm².

Área do círculo

Antes de se conhecer a área exata de um círculo, muitos estudiosos obtiveram aproximações com uma precisão impressionante, levando em consideração os recursos disponíveis na época. Entre os inúmeros problemas citados no papiro de Rhind, documento egípcio que data de cerca de 1650 a.C., está uma aproximação para a área do círculo, que é assumida como igual à área de um quadrado cujo lado mede $\frac{8}{9}$ da medida do diâmetro do círculo dado.

Por exemplo, um círculo de diâmetro igual a 1 cm tem área aproximada a de um quadrado de lado $\frac{8}{9}$ cm.

Quadrado

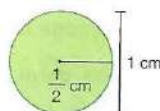


$\frac{8}{9}$ cm

$$A_q = \left(\frac{8}{9}\right)^2$$

$$A_q = 0,790 \text{ cm}^2$$

Círculo

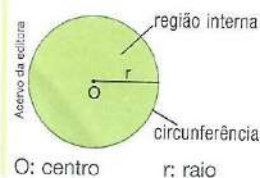


1 cm

$$A_c = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

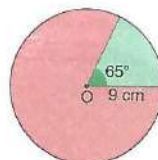
$$A_c \approx 0,785 \text{ cm}^2$$

Ao reunirmos a circunferência e todos os seus pontos internos, obtemos uma figura denominada círculo. Em um círculo, podemos destacar os seguintes elementos:



Área do setor circular

A parte indicada em verde no círculo corresponde a um setor circular que é determinado por um ângulo central de 65° .



A área desse setor circular e o ângulo central que o determina são grandezas diretamente proporcionais. Assim, utilizando a fórmula $A = \pi r^2$, a regra de três simples e considerando $\pi = 3,14$, podemos calcular a área aproximada desse setor circular da seguinte maneira:

$$\begin{array}{rcl} \text{Ângulo (em graus)} & \text{Área (cm}^2\text{)} & \\ 360 & \text{---} & \pi r^2 \\ 65 & \text{---} & A_s \end{array}$$

$$\frac{360}{65} = \frac{\pi r^2}{A_s} \Rightarrow A_s \cdot 360 = 65 \cdot \pi r^2 \Rightarrow 360 \cdot A_s = 65 \cdot 3,14 \cdot 9^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 360 \cdot A_s = 16\,532,1 \Rightarrow A_s = \frac{16\,532,1}{360} = 45,92$$

Portanto, a área aproximada do setor circular é $45,92 \text{ cm}^2$.

De maneira geral, podemos calcular a área de um setor circular utilizando a seguinte fórmula:

$$\begin{array}{rcl} \text{Ângulo (em graus)} & \text{Área (cm}^2\text{)} & \\ 360 & \text{---} & \pi r^2 \\ x & \text{---} & A_s \end{array}$$

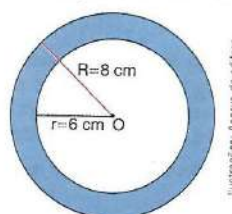
$$\frac{360}{x} = \frac{\pi r^2}{A_s} \Rightarrow A_s \cdot 360 = x \cdot \pi r^2 \Rightarrow A_s = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2$$

x : medida do ângulo central

A_s : área do setor circular

Área da coroa circular

A região indicada em azul corresponde a uma coroa circular.



Ilustrações: Acervo da editora

A área dessa coroa circular pode ser obtida calculando-se a diferença entre a área do círculo de maior raio e a área do círculo de menor raio, isto é:

$$A_c = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2) = 3,14 (8^2 - 6^2) = 3,14 \cdot 28 = 87,92$$

Portanto, a área aproximada da coroa circular é $87,92 \text{ cm}^2$.

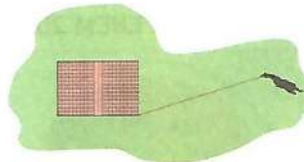
De maneira geral, podemos calcular a área da coroa circular utilizando a fórmula $A_c = \pi (R^2 - r^2)$.

Duas circunferências são **concêntricas** quando possuem o mesmo centro. A região compreendida entre essas duas circunferências é denominada **coroa circular**.

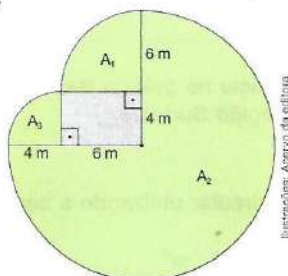
ATIVIDADES RESOLVIDAS

R7. (UFPR-PR) Um cavalo está preso por uma corda do lado de fora de um galpão retangular fechado, de 6 metros de comprimento por 4 metros de largura. A corda tem 10 metros de comprimento e está fixada num dos vértices do galpão, conforme ilustra a figura. Determine a área total da região em que o animal pode se deslocar:

- a) $(75\pi + 24) \text{ m}^2$ d) $(100\pi - 24) \text{ m}^2$
 b) $88\pi \text{ m}^2$ e) $176\pi \text{ m}^2$
 c) $20\pi \text{ m}^2$

**Resolução**

Decompomos a região em que o cavalo pode se deslocar em três partes: a parte de área A_1 , que descreve $\frac{1}{4}$ de círculo de raio 6 m; a de área A_2 , que descreve $\frac{3}{4}$ de círculo de raio 10 m; e a de área A_3 , que descreve $\frac{1}{4}$ de círculo de raio 4 m, conforme a figura abaixo.



Calculamos a área total adicionando as áreas dos setores circulares A_1 , A_2 e A_3 .

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = \underbrace{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 6^2}_{A_1} + \underbrace{\frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 10^2}_{A_2} + \underbrace{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 4^2}_{A_3} = \pi \cdot (9 + 75 + 4) = 88\pi \rightarrow 88\pi \text{ m}^2$$

Portanto, o cavalo pode se deslocar por $88\pi \text{ m}^2$, ou seja, a alternativa correta é b.

R8. A partir de 2002, passou a circular no Brasil um novo modelo da moeda de 1 real. Ela possui um núcleo prateado composto por aço inoxidável e um anel externo dourado, que lembra uma coroa circular, composto por aço revestido de bronze. Nessa moeda, entre outras características, estão presentes grafias encontradas em cerâmicas de origem indígena, fazendo referência às raízes étnicas brasileiras. Essas características da moeda de 1 real são importantes elementos de segurança para evitar fraudes. Calcule a área aproximada da coroa circular dourada da moeda de 1 real, conforme indicações a seguir. (Use: $\pi = 3,14$.)

**Resolução**

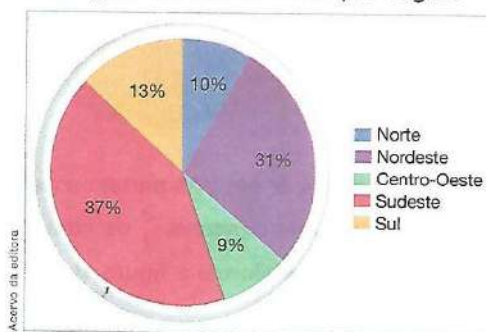
A área da coroa circular é dada por:

$$A_c = \pi(R^2 - r^2) = 3,14 \left(\left(\frac{27}{2} \right)^2 - \left(\frac{18}{2} \right)^2 \right) = 3,14 \cdot 101,25 = 317,925$$

Portanto, a área da coroa dourada da moeda de 1 real é aproximadamente $317,925 \text{ mm}^2$.

- R9. Em sua 15ª edição, em 2012, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) obteve quase 5,8 milhões de inscritos. De acordo com dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), a região Sudeste teve o maior número de inscritos, com 37% do total. Na sequência, vêm as regiões Nordeste (31%), Sul (13%), Norte (10%) e Centro-Oeste (9%), conforme o gráfico a seguir.

Inscrições no ENEM 2012 por região



Fonte: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/enem_por_estado_2012.pdf>. Acesso em: 7 nov. 2012.

Sabendo que o raio r da circunferência no gráfico mede 2 cm, calcule a área do setor circular correspondente às inscrições da região Sudeste.

Resolução

Podemos calcular a área do setor circular utilizando a seguinte regra de três:

$$\begin{array}{ccc} \text{Porcentagem (\%)} & \text{Área (cm}^2\text{)} & \\ 100 & \pi r^2 & \\ 37 & A_s & \end{array} \Rightarrow \frac{100}{37} = \frac{\pi r^2}{A_s} \Rightarrow 100 \cdot A_s = 37 \cdot \pi \cdot 2^2 \Rightarrow A_s = \frac{148\pi}{100} = 1,48\pi \rightarrow 1,48\pi \text{ cm}^2$$

Outra maneira de resolver essa atividade é calcular o ângulo x do setor e substituir na fórmula $A_s = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2$.

$$\begin{array}{ccc} \text{Porcentagem (\%)} & \text{Ângulo (}^\circ\text{)} & \\ 100 & 360 & \\ 37 & x & \end{array} \Rightarrow \frac{100}{37} = \frac{360}{x} \Rightarrow 100x = 37 \cdot 360 \Rightarrow x = \frac{13320}{100} = 133,2^\circ$$

Segue que:

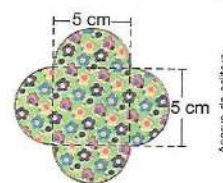
$$A_s = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2 = \frac{133,2}{360} \cdot \pi 2^2 = 1,48\pi \rightarrow 1,48\pi \text{ cm}^2$$

ATIVIDADES

Anote as respostas no caderno

28. Na confecção de um tapete de retalhos, uma costureira utilizou 20 pedaços de tecido como ilustrado ao lado.

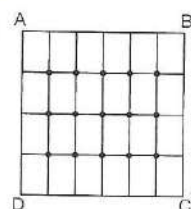
Considerando que o pedaço de tecido pode ser dividido em um quadrado e quatro semicírculos iguais, determine, de acordo com as medidas indicadas, quantos centímetros quadrados de tecido foram utilizados na confecção do tapete.



29. (Fatec-SP) Na figura ao lado, tem-se o quadrado ABCD, cujo lado mede 30 cm. As retas verticais dividem os lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ em 6 partes iguais; as retas horizontais dividem os lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ em 4 partes iguais.

Considere o maior número possível de círculos que podem ser construídos com centro nos pontos assinalados, raios medindo 5 cm e sem pontos internos comuns.

Se do quadrado forem retirados todos esses círculos, a área da região remanescente, em centímetros quadrados, será igual a:



- a) $150(6-\pi)$ b) $160(4-\pi)$ c) $180(5-\pi)$ d) $180(4-\pi)$ e) $300(3-\pi)$

30. Observe a sequência de figuras, em que estão ilustrados polígonos regulares de n lados inscritos em círculos de raio igual a 100 cm.

Quantidade de lados (n)	3	4	5	6	...	10	...
Figura					...		...
Medida do apótema do polígono	50 cm	70,7 cm	80,9 cm	86,6 cm	...	95,1 cm	...

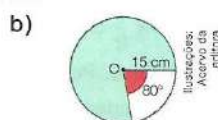
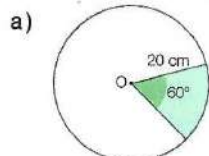
Ilustrações: Acervo da editora

4

Geometria / UNIDADE

- a) Considerando $\pi=3,14$, qual é a área de cada círculo?
 b) Calcule a área aproximada dos polígonos ilustrados na sequência.
 c) O que é possível notar em relação às áreas do polígono e do círculo, à medida que n aumenta?

31. Calcule a área de cada setor em verde.



Nesta atividade, escreva as áreas dos setores em função de π .

32. Um grande marco para a agricultura irrigada foi a utilização do sistema de irrigação de pivô central. Esse sistema é composto por uma gigantesca haste que gira em torno de seu próprio eixo, na qual estão fixas as tubulações, os aspersores e outros componentes. O pivô central tem várias vantagens em relação a outros sistemas: uma delas é que, ao se completar um ciclo de irrigação, o equipamento se encontra no mesmo lugar em que estava inicialmente, pronto para iniciar outro ciclo.

Sabendo que em certa propriedade há uma área circular de $7\,850\text{ m}^2$ irrigada por um único pivô central, calcule, aproximadamente, o comprimento da haste desse pivô.

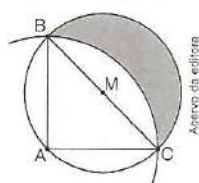


Dida Sampaio/Estado Conteúdo

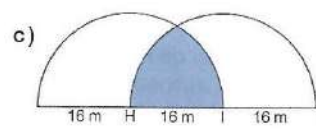
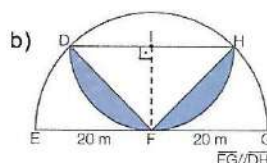
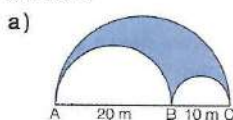
▲ Vista aérea de culturas com irrigação de pivô central na cidade de Cristalina, em Goiás.

33. (FURG-RS) Na figura abaixo, a circunferência maior possui centro em A e raio 10 cm; o triângulo ABC é retângulo em $\hat{A}$; e a circunferência menor possui centro no ponto médio de $\overline{BC}$. A medida da área da lua representada pela parte sombreada é:

- a) $10\pi\text{ cm}^2$
 b) $50\pi\text{ cm}^2$
 c) $25\pi\text{ cm}^2$
 d) 10 cm^2
 e) 50 cm^2

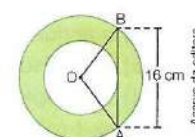


34. As figuras a seguir foram construídas a partir de semicírculos. Em cada item, determine a área da região em azul.



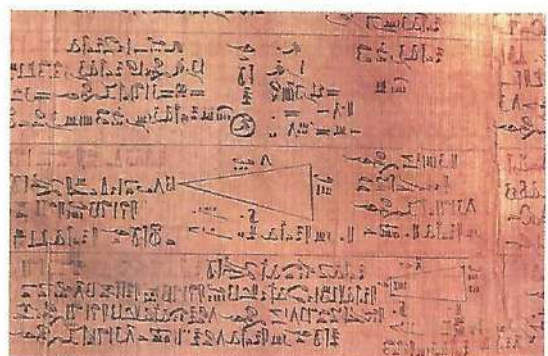
Ilustrações: Acervo da editora

35. Na figura, os círculos são concêntricos de centro no ponto O e o lado AB do triângulo OAB é tangente ao círculo de menor raio. Sabendo que a área do círculo de maior raio é $100\pi\text{ cm}^2$ e que a área do triângulo é 48 cm^2 , determine a área da coroa circular em verde.



Acervo da editora

36. É provável que por volta de 1650 a.C. o escriba Ahmes tenha copiado o Papiro de Rhind, uma das principais fontes de informações referentes à Matemática egípcia antiga, de um documento ainda mais antigo. O papiro é um texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas. Ele foi adquirido no Egito pelo escocês Henry Rhind, sendo publicado em 1927. Tem cerca de 5,49 m de comprimento por cerca de 36 cm de altura.



o. 1650 a.C. Museu Britânico, Londres

Fragmento do Papiro de Rhind.

Muitos dos problemas do Papiro de Rhind decorrem de fórmulas de mensuração necessárias para o cálculo de áreas de terras. Os problemas 48 e 50 podem dar uma pista de como os egípcios obtiveram a fórmula da área do círculo.

Problema 48: "Compare a área do círculo com a do quadrado".

Este é o único problema em que sua solução é geométrica.



Acervo da editora

Problema 50: "Exemplo de um corpo redondo de diâmetro 9. Qual é a sua área?"

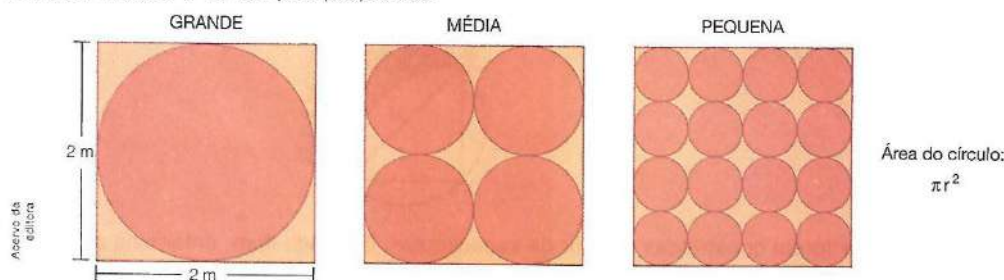
Um escriba apresentou a seguinte solução a este problema:

Remova $\frac{1}{9}$ do diâmetro, o restante é 8. Faça a multiplicação de 8 por 8. Portanto, a área é 64.

Em linguagem atual, temos:

"Para calcular a área do círculo, subtraia do diâmetro sua nona parte, e o restante eleve ao quadrado".

- a) A partir do problema 50, é possível obter um valor para π que era utilizado pelos egípcios. Qual era essa aproximação?
- b) De maneira geral, a quadratura do círculo ou o problema de construir um quadrado com área igual à de um círculo dado é um dos mais famosos problemas na história da Matemática. A importância desse problema reside no fato de que ele não pode ser resolvido com compasso e régua não graduada. Considerando um círculo de diâmetro d e a maneira pela qual os egípcios calculavam sua área, escreva uma relação entre o lado ℓ do quadrado e o diâmetro de um círculo de mesma área.
37. (ENEM-MEC) Uma empresa produz tampas circulares de alumínio para tanques cilíndricos a partir de chapas quadradas de 2 metros de lado, conforme a figura. Para 1 tampa grande, a empresa produz 4 tampas médias e 16 tampas pequenas.



As sobras de material da produção diária das tampas grandes, médias e pequenas dessa empresa são doadas, respectivamente, a três entidades: I, II e III, para efetuarem reciclagem do material. A partir dessas informações, pode-se concluir que:

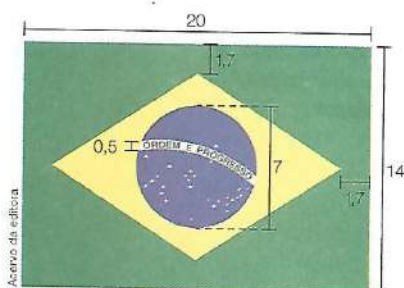
- a) a entidade I recebe mais material do que a entidade II.
- b) a entidade I recebe a metade de material em relação à entidade III.
- c) a entidade II recebe o dobro de material em relação à entidade III.
- d) as entidades I e II recebem, juntas, menos material do que a entidade III.
- e) as três entidades recebem iguais quantidades de material.

38. A atual Bandeira do Brasil foi adotada em 19 de novembro de 1889.

Nela, cada elemento possui um significado, entre eles:

- as cores verde e amarela fazem referência à casa real de Bragança e à casa real dos Habsburg
- o círculo azul corresponde a uma imagem da esfera celeste, inclinada de acordo com a latitude da cidade do Rio de Janeiro em certo momento do dia da proclamação da República
- cada estrela presente no círculo azul representa um estado da federação
- a faixa branca, que não possui nenhum significado em especial, é o lugar reservado para a inscrição do lema "Ordem e Progresso", atribuído ao filósofo francês Augusto Comte

Para que a bandeira esteja dentro das normas estipuladas por lei, uma das exigências é que ela tenha as proporções indicadas na figura.



De acordo com a figura, calcule a área aproximada:

- a) ocupada pela cor verde
- b) ocupada pela cor amarela

39. (UEL-PR) Com a crise nas penitenciárias brasileiras, decorrente das rebeliões simultâneas em várias instituições, houve discussões sobre o uso de bloqueadores de celulares.

"O princípio do bloqueio é gerar um sinal, por meio de uma antena instalada internamente no presídio, que interfere na frequência da rede celular e que seja mais forte do que o sinal da operadora."

Fonte: Eduardo Neger em entrevista publicada por IDG NOW! www.idgnow.com.br em 16/05/06. Acesso em: 20/07/2006.

A dificuldade, porém, está em evitar que o bloqueio extrapole a área do presídio. Supondo um determinado presídio inteiramente contido em um círculo, com raio de 500 m, no qual a antena para o bloqueio esteja instalada no centro desse círculo e o bloqueio de celulares extrapole esse círculo em 10% do raio, assinale a alternativa que corresponde à área indevidamente bloqueada fora desse círculo:

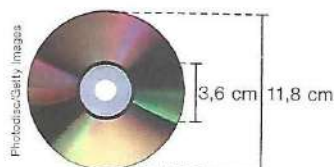
- a) $52\,000\pi \text{ m}^2$
- b) $52\,500\pi \text{ m}^2$
- c) $53\,000\pi \text{ m}^2$
- d) $53\,500\pi \text{ m}^2$
- e) $54\,000\pi \text{ m}^2$

40. Dois círculos, C_1 e C_2 , possuem raios com medidas R e r , respectivamente. Sabe-se que a razão entre a área de C_1 e a de C_2 é 4. De acordo com essas informações, determine a razão entre R e r .

41. DESAFIO

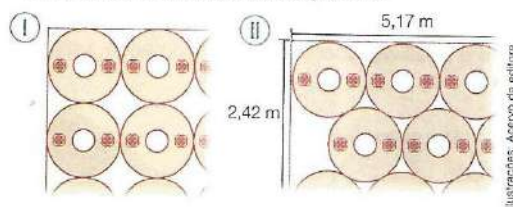


Certa fábrica de papel produz etiquetas para CDs como o apresentado a seguir.

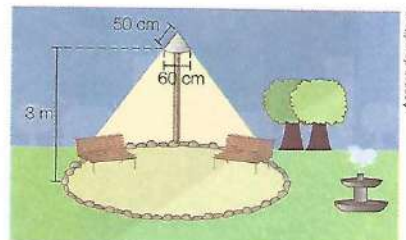


No processo de confecção, as etiquetas devem ser cortadas a partir de folhas de papel retangulares de 2,42 m por 5,17 m cada.

Para a realização dos cortes, foram feitas duas propostas, conforme os esquemas:



- a) Aproximadamente, quantos metros quadrados de papel serão desperdiçados ao produzir 860 etiquetas utilizando o esquema I? E ao produzir 989 etiquetas utilizando o esquema II?
 - b) Qual é o percentual de aproveitamento de papel de cada esquema de corte?
 - c) Para a produção em grande escala, em sua opinião, qual deve ser o esquema de corte adotado pela fábrica? Por quê?
42. A figura representa um poste iluminando o chão de uma praça, determinando nele um círculo. A lâmpada desse poste está no vértice de um protetor em forma de cone. De acordo com as medidas indicadas, determine a área aproximada do chão da praça em que há incidência direta de luz.



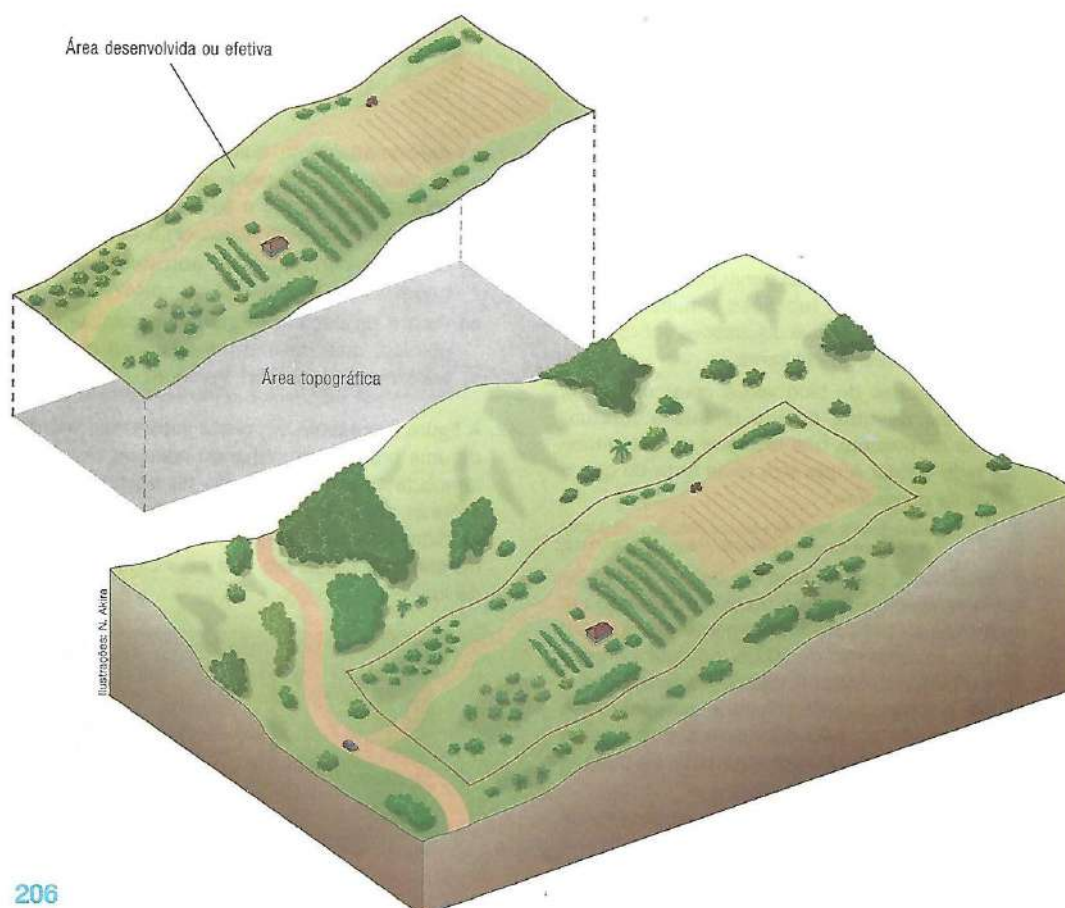
EXPLORANDO O TEMA

A medição da terra

O surgimento das medidas de área está relacionado à necessidade, no decorrer da história da humanidade, que as civilizações tiveram de demarcar territórios, sobretudo nas regiões destinadas ao plantio.

No Egito Antigo, por exemplo, às margens do rio Nilo, onde essa civilização se desenvolveu, as terras que estavam demarcadas e repartidas entre os camponeses tinham, anualmente, parte de sua extensão inundada pelo rio, que, ao voltar ao nível normal, deixava o solo fértil e propício ao plantio, mas também carregava consigo as demarcações dos lotes. Para repartir novamente essas terras, agrimensores realizavam medições de área, devolvendo aos camponeses a parte correspondente que estava submersa. Esses agrimensores utilizavam, na realização do trabalho, cordas com unidades de comprimento preestabelecidas e, por consequência, ficaram conhecidos como “esticadores de cordas”.

Conforme já estudado neste capítulo, em registros antigos, como no Papiro de Rhind (ver página 204, atividade 36), há diversos relatos e problemas envolvendo áreas de polígonos, círculos, entre outros. Esses registros evidenciam o quanto já se dava importância a medidas de área. O problema da quadratura do círculo, em que se pedia a construção de um quadrado com a mesma área de um círculo dado, é um dos mais emblemáticos nesse sentido, principalmente porque sua resolução não é possível; apenas uma aproximação, utilizando régua e compasso. >





Na fotografia, um bombeiro utiliza um aparelho GPS para delimitar e calcular a área da região do incêndio florestal, no sul da Califórnia, EUA.



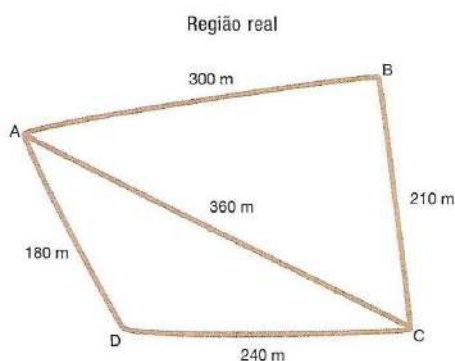
Atualmente, diversos métodos e instrumentos são empregados na tarefa de medição de áreas, como a utilização de aparelhos GPS, medidores a laser e fotografias aéreas e por satélites. Isso levou a resultados mais precisos e ágeis.

Porém, há, ainda, principalmente em algumas populações camponesas, o hábito de realizar medições de terras utilizando métodos de aproximação. Um desses métodos, chamado cubação, é utilizado em diversas regiões do Brasil.

A cubação consiste em medir o contorno do terreno cuja área será calculada, considerando seus acidentes de relevo (inclinações, ondulações, entre outros), em geral com o uso de cordas, assim como os antigos egípcios faziam. A área obtida nesse sistema costuma ser denominada efetiva ou desenvolvida. Embora esse método divirja da medição topográfica, aquela em que é realizada a projeção do contorno do terreno sobre um plano horizontal, servindo para fins de escritura legal, a cubação é utilizada pelos camponeses para previsões de plantio, financiamentos de safra etc.

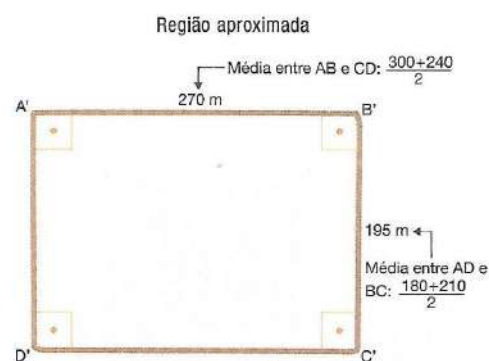
Cubação

No método da cubação, faz-se uso de um procedimento já utilizado no Antigo Egito, que consiste em aproximar figuras para facilitar o cálculo da área aproximada do terreno. No exemplo a seguir, a região indicada pelo quadrilátero ABCD é aproximada por um retângulo A'B'C'D'.



Área real:

$$A_1 = \sqrt{435 \cdot 135 \cdot 225 \cdot 75} + \sqrt{390 \cdot 210 \cdot 30 \cdot 150} = 50\,677,56 \rightarrow 50\,677,56 \text{ m}^2$$



Área aproximada:

$$A_2 = 270 \cdot 195 = 52\,650 \rightarrow 52\,650 \text{ m}^2$$

- Qual é a ideia principal do texto?
- Que fato levou o Antigo Egito a obter grande desenvolvimento no cálculo de áreas?
- Suponha que um terreno tenha a forma de um trapézio isósceles com os lados medindo 500 m, 200 m, 500 m e 800 m. Qual é a área real desse terreno? Qual é a área aproximada desse terreno, pelo método da cubação?
- Você considera importante conhecer a Matemática de outras culturas? Por quê?
- Junte-se a um colega e faça uma pesquisa sobre outros procedimentos utilizados para obter a área de terrenos. Em seguida, apresentem os resultados à classe.

REFLETINDO SOBRE O CAPÍTULO

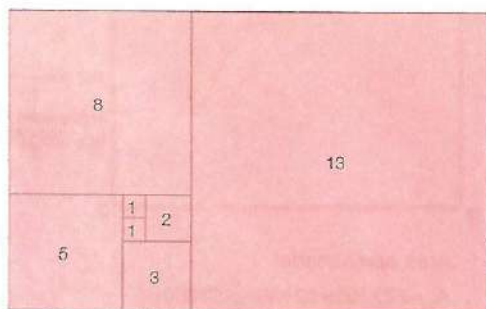
- I Qual dos conteúdos estudados neste capítulo você considera mais interessante? Por quê?
- II Escreva o que você entende por área.
- III Cite algumas situações em que os conteúdos abordados neste capítulo estão presentes. Se necessário, realize uma pesquisa e troque ideias com os colegas.
- IV Dos conteúdos abordados neste capítulo, qual você acha que deve ser retomado para uma melhor compreensão?
- V Escreva uma lista de palavras-chave que sintetizem os conteúdos estudados neste capítulo. Em seguida, a partir dessa lista, construa um esquema, organizando esses conteúdos.

ATIVIDADES COMPLEMENTARES

Anote as respostas no caderno

43. Um dos fenômenos que podem ser observados na natureza é a presença da chamada sequência de Fibonacci, como, por exemplo, no padrão de crescimento de algumas plantas e outros seres vivos. Nela, o 1º e o 2º termo são iguais a 1, e cada termo seguinte é obtido por meio da adição dos dois antecedentes (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...). Essa sequência recebe esse nome em homenagem a Leonardo Fibonacci (c. 1175-1250), matemático italiano que enunciou e estudou diversos problemas relacionados a ela.

Uma das maneiras de obter a sequência de Fibonacci é por meio da justaposição de quadrados seguindo o padrão proposto:



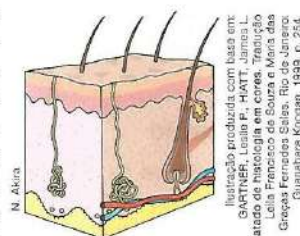
Na figura, a medida do lado de cada quadrado está indicada em seu interior.

Dessa maneira, obtemos a sequência de Fibonacci, que, neste caso, está escrita em função da medida do lado de cada quadrado.

Considerando que a medida dos lados de cada quadrado apresentado na figura acima está em metros, calcule a área total da figura obtida ao justapor o quadrado que corresponde, na sequência de Fibonacci, ao:

- a) 8º termo b) 9º termo

44. Como se fosse uma carapaça blindada, deixa de fora os raios solares e todo provável inimigo. Mantém a temperatura ideal: guarda o calor nos dias frios e o frio nos dias quentes. Reserva água para ser usada sempre que necessário e controla a pressão sanguínea. Produz vitamina e elimina substâncias tóxicas. Capta uma diversidade de informações do ambiente e transmite outras. E dá ainda ao corpo todo o seu contorno e relevo. Por baixo de sua aparente simplicidade, a pele é o mais versátil órgão humano, além de tão vital quanto o coração. [...]



Embora seja uma engrenagem literalmente finíssima – sua espessura vai de 0,4 a 2 milímetros –, abriga uma série de estruturas, como nervos, glândulas e músculos, cada qual com funções bastante especializadas. Esticada da cabeça aos pés, a pele humana cobriria uma área de até 2 metros quadrados. Mas, certamente, ela não se estenderia por igual, feito um balão de gás que se enche: ora seria mais fina, ora mais áspera. [...]

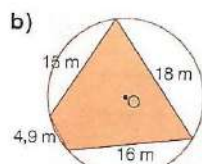
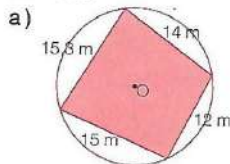
OLIVEIRA, Lúcia Helena de. Pele para toda obra. *Superinteressante*, São Paulo: Abril, ano 2, n. 5, p. 32, maio 1988.

Em certo tratamento, um medicamento na forma de pomada deve ser aplicado sobre a pele, em cerca de 40% do total da superfície do corpo. De acordo com o texto acima, se a dosagem recomendada dessa pomada é de cerca de 2 mg por centímetro quadrado, qual deve ser, em gramas, a quantidade de medicamento necessária?

45. Estudamos neste capítulo a fórmula para a área de um triângulo qualquer deduzida por Herão em sua obra **A métrica**. Ocorre que essa fórmula é válida pelo fato de que qualquer triângulo pode ser inscrito em uma circunferência, o que não ocorre, por exemplo, para todos os quadriláteros. Em trabalhos posteriores, creditados a matemáticos hindus, foi deduzida uma extensão da fórmula de Herão, válida para quadriláteros que podem ser inscritos em uma circunferência. Essa fórmula pode ser escrita como:

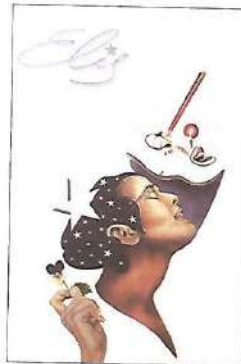
$$A = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

Em que a, b, c, d são as medidas dos lados do quadrilátero, p é o semiperímetro e A é a área. Utilizando a fórmula acima, calcule a área aproximada de cada quadrilátero inscrito na circunferência.



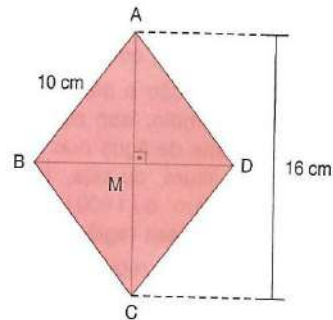
46. O artista gráfico, cenógrafo e jornalista Elifas Andreato nasceu no município de Rolândia, no Paraná, em 1946. Elifas iniciou sua carreira ainda cedo, pintando painéis de decoração para festas, na mesma época em que trabalhava como torneiro mecânico. Aos 18 anos iniciou seus trabalhos para a televisão como assistente de cenografia. Três anos depois foi trabalhar em uma das maiores editoras do país, onde, no ano seguinte, assumiu a função de diretor de arte, contribuindo para a criação de revistas de grande circulação. Em 1974 começou a trabalhar como capista, em que se destacou como criador de capas de discos para alguns dos mais importantes nomes da Música Popular Brasileira, como Chico Buarque, Vinícius de Moraes e Clara Nunes.

O pôster representado abaixo, produzido por Elifas Andreato e impresso em 1983 para a Semana Elis Regina (evento realizado no Centro Cultural São Paulo), tem dimensões 60 cm por 40 cm. Utilizando uma régua, meça as dimensões da reprodução e determine a razão R entre a área do pôster original e a da reprodução.

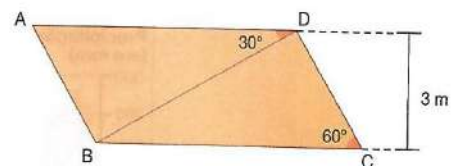


47. Calcule a área das figuras.

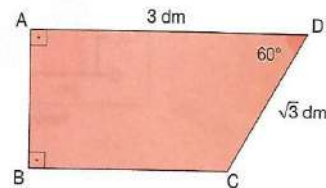
a) losango



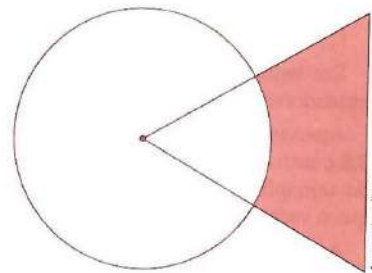
b) paralelogramo



c) trapézio



48. (Udesc-SC) Uma circunferência intercepta um triângulo equilátero nos pontos médios de dois de seus lados, conforme mostra a figura, sendo que um dos vértices do triângulo é o centro da circunferência.



Se o lado do triângulo mede 6 cm, a área da região destacada na figura é:

- a) $9\left(2\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}^2$ d) $9\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}^2$
 b) $9\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{18}\right) \text{ cm}^2$ e) $9\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}^2$
 c) $9(\sqrt{3} - \pi) \text{ cm}^2$

49. DESAFIO

Todos os dias temos acesso a informações sobre a previsão do tempo, a partir de diferentes meios de comunicação, como televisão e internet. Para realizar essas previsões, os institutos de meteorologia consideram diversos fatores, como direção do vento, temperatura atmosférica e precipitação pluviométrica. Em geral, a precipitação é dada em milímetros (mm). Se em determinada região choveu 100 mm em certo mês, por exemplo, isso significa que, se despejarmos em um reservatório cúbico, com 1 m de aresta, a quantidade de água que choveu nesse período, em uma área de 1 m^2 , o nível da água alcançaria 100 mm de altura, ou seja, 10 cm. Essa quantidade de água equivale a 10% da capacidade do reservatório, que é 1 m^3 ou 1 000 L. Nesse exemplo, podemos dizer que choveu 100 L de água por metro quadrado de área, nessa região, durante o mês especificado.

No gráfico abaixo, está registrada a quantidade de chuva acumulada, mensalmente, no município de Londrina-PR, nos primeiros seis meses de 2012.

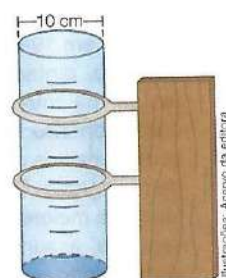
Chuva acumulada de janeiro a junho de 2012, na cidade de Londrina



Fonte: <www.inmet.gov.br/html/observacoes.php?lnk=Gráficos>.
Acesso em: 6 nov. 2012.

Considerando que a chuva tenha ocorrido de maneira homogênea:

- Quantos litros de água choveu em cada metro quadrado de área em Londrina, no primeiro semestre de 2012?
- Calcule quantos litros de água, aproximadamente, o pluviômetro cilíndrico ao lado, instalado no município, captou em cada um dos seis primeiros meses de 2012.



50. Descoberta aranha gigante que faz teia de um metro

[...]

Em estudo publicado na revista científica PloS One, os pesquisadores anunciaram a descoberta da espécie *Nephila komaci*.

Apenas as fêmeas são consideradas gigantes, com corpo de 3,8 centímetros e diâmetro entre as pernas de até 12 centímetros de tamanho. O macho é considerado pequeno, com tamanho até cinco vezes menor. A teia pode chegar a até um metro em diâmetro.

As aranhas de teias orbiculares são um grupo abrangente de animais, conhecidos pela forma circular em que tecem a sua teia.

[...]

DESCOBERTA aranha gigante que faz teia de um metro. Disponível em: <www.bbc.co.uk/portuguese/ciencia/2009/10/091021_aranha_gigante_dg.shtml>.
Acesso em: 28 nov. 2012.



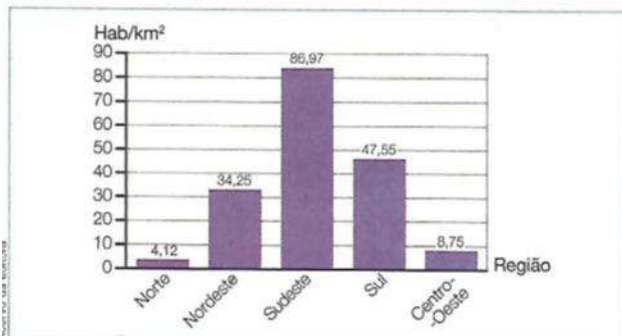
Aranha *Nephila komaci*

As teias são armações de fios de seda produzidas por algumas espécies de aranha que possuem uma glândula na extremidade do abdome. Em geral, elas atuam como armadilhas para os insetos que compõem a dieta desses animais.

Considerando a espécie de aranha citada no texto, calcule a área aproximada que sua teia pode ocupar.

51. A população do Brasil, em 2010, era de cerca de 191 milhões de habitantes. Entretanto, ela não estava igualmente distribuída entre as cinco grandes regiões brasileiras. Observe as informações.

Densidade demográfica por região em 2010



Fonte: <www.ibge.gov.br/home/geociencias/areateritorial/principal.shtm>. Acesso em: 6 nov. 2012.
Fonte: <www.sidra.ibge.gov.br/bda/tabela/listabl.asp?z=t&c=1286>. Acesso em: 6 nov. 2012.

De acordo com as informações apresentadas, responda.

- Qual região brasileira possui a maior densidade demográfica? E qual possui a menor?
- Qual é a área aproximada de cada região brasileira em milhões de quilômetros quadrados?
- Na sua opinião, quais fatores influenciam a diferença entre as densidades demográficas nas cinco regiões do Brasil?

52. Apesar de não fazerem parte do Sistema Internacional de Unidades (SI), instituído em 1960 com o objetivo de padronizar as unidades de medida utilizadas nos diversos países, as unidades de medidas agrárias, como alqueires do Norte, alqueires mineiros, alqueires paulistas e hectare, são amplamente utilizadas no Brasil. Veja ao lado a equivalência em metros quadrados das principais unidades de medidas agrárias.

De acordo com as equivalências apresentadas, converta para quilômetros quadrados cada medida de superfície abaixo.

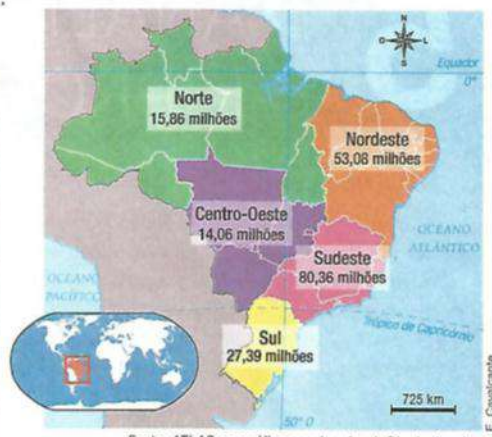
- 110,2 alqueires do Norte
- 155 alqueires mineiros
- 256 alqueires paulistas
- 480 hectares

53. A maior parte da superfície do nosso planeta é coberta por água. Para se ter noção, o oceano Pacífico sozinho ocupa cerca de um terço da superfície do globo terrestre. Além dele, existem também os oceanos Ártico, Atlântico e Índico. Ao adicionarmos as áreas ocupadas por esses quatro oceanos, obtemos aproximadamente 335 milhões de quilômetros quadrados.

Veja no gráfico a porcentagem da área de cada oceano em relação ao total da área ocupada por oceanos no planeta Terra.

Com base nas informações apresentadas, elabore uma questão envolvendo o conceito de área e troque-a com um colega. Depois, verifiquem se as resoluções estão corretas.

População brasileira por região em 2010



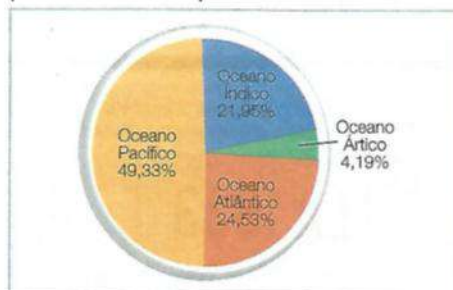
Fonte: ATLAS geográfico escolar. 4. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2007.

Fonte: <www.sidra.ibge.gov.br/bda/tabela/listabl.asp?z=t&c=1286>. Acesso em: 6 nov. 2012.

Equivalências das principais medidas agrárias

Medida agrária	Área (m²)
Alqueire do Norte	27 225
Alqueire mineiro	48 400
Alqueire paulista	24 200
Hectare	10 000

Porcentagem da área de cada oceano em relação ao total da área ocupada por oceanos no planeta Terra



Fonte: <http://seawifs.gsfc.nasa.gov/OCEAN_PLANET/HTML/oceanography_geography.html>. Acesso em: 7 nov. 2012.

