



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
TOCANTINS
CAMPUS PALMAS
CURSO SUPERIOR DE ENGENHARIA CIVIL

Kaio Rodrigo Ferreira Dos Santos

**Modelagem Numérica de Vigas de Concreto Armadas com Barras de Fibra de
Vidro**

**PALMAS
2025**

Kaio Rodrigo Ferreira Dos Santos

Modelagem Numérica de Vigas de Concreto Armadas com Barras de Fibra de Vidro

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Bacharelado em Engenharia Civil, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins - Campus Palmas, como exigência parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador(a): Prof.^o Me. Paulo Roberto de Oliveira Júnior

Coorientador(a): Prof.^a Dra. Pamela Daniela Nogueira Reges

**Palmas
2025**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecas do Instituto Federal do Tocantins

S237m Santos, Kaio Rodrigo Ferreira Dos
Modelagem numérica de vigas de concreto armadas com barras de fibra
de vidro / Kaio Rodrigo Ferreira Dos Santos. – Palmas, TO, 2025.
75 p. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) –
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, Campus
Palmas, Palmas, TO, 2025.

Orientador: Me. Paulo Roberto de Oliveira Júnior
Coorientadora: Dra. Pamela Daniela Nogueira Reges

1. Barras de GFRP. 2. Modelagem Numérica. 3. INSANE. I. Júnior,
Paulo Roberto de Oliveira. II. Reges, Pamela Daniela Nogueira. III. Título.

CDD 624

A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio, deste documento é autorizada para fins de estudo e
pesquisa, desde que citada a fonte.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica do IFTO com os dados fornecidos pelo(a)
autor(a).**

Kaio Rodrigo Ferreira Dos Santos

Modelagem Numérica de Vigas de Concreto Armadas com Barras de Fibra de Vidro

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Bacharelado em Engenharia Civil, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins - Campus Palmas, como exigência parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em: ____/____/____

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **PAULO ROBERTO DE OLIVEIRA JÚNIOR**
Data: 18/08/2025 10:03:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me Paulo Roberto de Oliveira Júnior
Orientador(a)
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Tocantins- Campus Palmas

Documento assinado digitalmente
 **PAMELA DANIELA NOGUEIRA REGES**
Data: 18/08/2025 09:41:33-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dra. Pamela Daniela Nogueira Reges
Coorientador(a)
Universidade Federal do Tocantins - Campus
Palmas

Documento assinado digitalmente
 **EDUARDA MARQUES FERREIRA**
Data: 18/08/2025 10:53:20-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Ma. Eduarda Marques Ferreira
Universidade Federal de Juiz de Fora

Documento assinado digitalmente
 **RODRIGO ARAUJO FORTES**
Data: 18/08/2025 11:16:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Rodrigo Araujo Fortes
Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia do Tocantins- Campus Palmas

RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso investigou, por meio de modelagem numérica baseada no Método dos Elementos Finitos, o desempenho estrutural de elementos de concreto armado reforçados com barras de polímero reforçado com fibra de vidro (GFRP). O estudo iniciou-se com a caracterização mecânica dos materiais constituintes e a seleção de leis constitutivas adequadas para concreto, aço e GFRP. Na sequência, desenvolveu-se, no software INSANE, a malha quadrilateral bidimensional, acoplada a rotinas de interface barra-concreto e a estratégias incrementais-iterativas de solução, de modo a reproduzir o acoplamento mecânico entre a matriz cimentícia e as barras de reforço. A metodologia foi validada por meio da simulação de ensaios de flexão em três e em quatro pontos sobre vigas previamente testadas em laboratório. Para cada configuração, avaliou-se a trajetória carga-deslocamento, a distribuição de tensões e o padrão de fissuração, comparando-se os resultados numéricos com dados experimentais de referência. Os modelos calibrados reproduziram com elevada fidelidade o comportamento de vigas armadas com aço, servindo de base para a análise dos protótipos com GFRP. Os resultados demonstraram que apesar de as barras de GFRP possuírem boas características como menor densidade e resistência à corrosão, elas também possuem menor rigidez inicial e pode ter ruptura súbita como demonstra a literatura, característica típica de materiais frágeis. A viga com GFRP obteve deslocamentos mais elevados, enquanto o mapeamento de dano demonstrou a concentração de fissuras nas zonas tracionadas. A sensibilidade da resposta global à lei tração-deformação do concreto reforça a necessidade de uma adequada caracterização experimental dos parâmetros para modelagem. Conclui-se que o ambiente INSANE constitui ferramenta viável para a análise prévia de estruturas reforçadas com GFRP, permitindo reduzir custos e tempo de ensaio físico. Recomenda-se, para estudos futuros, ampliar a base experimental, incorporar efeitos de longo prazo e avaliar métodos alternativos de modelagem de interface, a fim de consolidar diretrizes de projeto compatíveis com as normas brasileiras emergentes.

Palavras-chave: Barras de GFRP, Modelagem numérica, INSANE.

ABSTRACT

This undergraduate thesis investigated, through numerical modeling based on the Finite Element Method, the structural performance of reinforced-concrete elements strengthened with glass-fiber-reinforced polymer (GFRP) bars. The study began with the mechanical characterization of the constituent materials and the selection of appropriate constitutive laws for concrete, steel, and GFRP. Next, a two-dimensional quadrilateral mesh was developed in the INSANE software, coupled with bar-to-concrete interface routines and incremental–iterative solution strategies, in order to reproduce the mechanical interaction between the cementitious matrix and the reinforcement bars. The methodology was validated by simulating three- and four-point bending tests on beams previously tested in the laboratory. For each configuration, the load–displacement trajectory, stress distribution, and crack pattern were evaluated, and the numerical results were compared with reference experimental data. The calibrated models reproduced the behavior of steel-reinforced beams with high fidelity, serving as the basis for analyzing the GFRP prototypes. The results showed that, although GFRP bars offer advantages such as lower density and corrosion resistance, they also exhibit lower initial stiffness and may fail abruptly—behavior typical of brittle materials, as reported in the literature. The GFRP-reinforced beam displayed larger deflections, while damage mapping revealed a concentration of cracks in the tensile zones. The sensitivity of the global response to the concrete tension–strain law underscores the need for thorough experimental characterization of the modeling parameters. It is concluded that the INSANE environment is a viable tool for the preliminary analysis of GFRP-reinforced structures, enabling reductions in cost and physical testing time. For future studies, it is recommended to expand the experimental database, incorporate long-term effects, and evaluate alternative interface-modeling methods, in order to consolidate design guidelines compatible with emerging Brazilian standards.

Keywords: GFRP bars, Numerical modelling, INSANE.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Composição do concreto.	13
Figura 2 – Burj Khalifa, Dubai	14
Figura 3 – Etapas da concretagem	15
Figura 4 – Comparativo de curva de tensão-deformação do GFRP, aço convencional, cordoalha de aço e outras fibras.	17
Figura 5 – Análise estrutural da ponte Foshan Dongping utilizando MEF	22
Figura 6 – Análise estrutural de viga utilizando <i>ABAQUS</i>	22
Figura 7 – Discretização.	24
Figura 8 – Demonstração de refinamento de malha.	24
Figura 9 – Etapas de desenvolvimento da simulação com MEF.	25
Figura 10 – Estado Plano de Tensões idealizado em uma chapa.	26
Figura 11 – Elemento finito quadrilateral de quatro nós.	26
Figura 12 – Gráficos das funções $N_i(x_1, x_2)$ para um elemento com dimensões $L_1 \times L_2$ $= 2 \times 2$	27
Figura 13 – Lei tensão-deformação para o concreto submetido à tração.	29
Figura 14 – Fabricação de fios de fibra de vidro.	30
Figura 15 – Barras de fibra de vidro.	33
Figura 16 – Processo de fabricação das barras de fibra de vidro.	34
Figura 17 – INSANE — Tela inicial	37
Figura 18 – Interface do módulo de definições da geometria	38
Figura 19 – 1ª Etapa da simulação — Definição da geometria.	40
Figura 20 – Resultado do desenho geométrico do plano.	40
Figura 21 – Interface do módulo de definições de malha.	41
Figura 22 – 2ª Etapa da simulação — Definição da malha.	42
Figura 23 – 2ª Etapa da definição da malha.	42
Figura 24 – Resultado da definição de malha.	43
Figura 25 – Janela de seleção de modelo de análise.	43
Figura 26 – Janela de seleção do elemento finito.	45
Figura 27 – 3ª Etapa da simulação — Definindo os atributos do elemento.	45
Figura 28 – 1ª Etapa da definição dos atributos — Definição do modelo constitutivo.	46
Figura 29 – Janela de definição e configuração dos materiais.	47
Figura 30 – Janela de definição das degenerações dos elementos.	48
Figura 31 – Inserção de barras de armaduras no elemento.	49
Figura 32 – Barra inserida no modelo.	49
Figura 33 – Etapas para inserção de carga no elemento.	50
Figura 34 – Janela de criação de carga.	51

Figura 35 – Definição de valores e configuração da carga.	51
Figura 36 – Carga pontual inserida no elemento.	52
Figura 37 – Etapas para definição de restrições de deslocamento nodais.	52
Figura 38 – Definição de restrição de deslocamento em y.	53
Figura 39 – Definição de restrição de deslocamento em x.	53
Figura 40 – Restrições de deslocamento	54
Figura 41 – 1ª Etapa de atribuição dos elementos	54
Figura 42 – Janela de atribuição dos elementos	55
Figura 43 – Verificação de consistência dos dados.	55
Figura 44 – Janela de configuração dos parâmetros da solução	56
Figura 45 – Parâmetros da solução de processamento	56
Figura 46 – Início do processamento da solução	57
Figura 47 – Final do processamento da solução	57
Figura 48 – Tensão σ_{xx} no ambiente de pós-processamento.	58
Figura 49 – Fator de carga (N) x Deslocamento (mm).	58
Figura 50 – Viga submetida à flexão em três pontos.	59
Figura 51 – Modelo para simulação.	60
Figura 52 – Lei constitutiva proposta por Eligehausen; Popov; Bertero.	61
Figura 53 – Deslocamento vertical da viga no ponto de aplicação da carga (mm).	62
Figura 54 – Mapeamento de dano para o modelo (Passo 114; P=12,54 kN).	62
Figura 55 – Mapeamento de dano para o modelo (Passo 114; P=12,54 kN).	63
Figura 56 – Escorregamento da barra (Passo 114; P=12,54 kN).	63
Figura 57 – Tensão de aderência (Passo 114; P=12,54 kN).	63
Figura 58 – Viga do modelo experimental definida por Carneiro, Silva e Teixeira (2021).	64
Figura 59 – Modelo para simulação	64
Figura 60 – Diagrama tensão-deformação à tração.	65
Figura 61 – Deslocamento vertical da viga no ponto de aplicação da carga (mm).	66
Figura 62 – Deslocamento vertical da viga no ponto de aplicação da carga (mm).	67
Figura 63 – Mapeamento de dano para o modelo (Passo 114; P=12,54Kn).	67
Figura 64 – Abertura de fissura da viga ensaiada por Carneiro, Silva e Teixeira (2021).	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades da fibra de vidro.	31
Tabela 2 – Propriedades da matriz polimérica.	32
Tabela 3 – Comparação de propriedades mecânicas.	34
Tabela 4 – Dados do ensaio experimental de Mazars e Pijaudier-Cabot (1989) e adotado por Reges, Pitangueira e Silva (2022).	60
Tabela 5 – Parâmetros do modelo constitutivos de fissuração	60
Tabela 6 – Parâmetros para a aderência.	61
Tabela 7 – Dados do ensaio experimental de Carneiro, Silva e Teixeira (2021) e adotado por Silva (2022).	65
Tabela 8 – Parâmetros do modelo constitutivos de fissuração	65

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	Problema de pesquisa	10
1.2	Justificativa	10
1.3	Objetivos	11
1.3.1	Objetivo geral	11
1.3.2	Objetivos específicos	11
2	REVISÃO LITERÁRIA	12
2.1	Descrições gerais	12
2.2	Concreto	13
2.3	Concreto armado	16
2.4	Introdução às barras de fibra de vidro (GFRP)	16
2.5	Desafios e limitações do uso de GFRP em estruturas de concreto	18
2.6	Normativas e diretrizes relacionadas ao uso de GFRP	19
2.7	Aplicações da modelagem numérica na engenharia de estruturas	21
2.8	Método dos elementos finitos	23
2.8.1	Método dos Elementos Finitos no Estado Plano de Tensões . .	26
2.9	Caracterização dos materiais para a modelagem	28
2.10	Calibração de parâmetros para a modelagem	28
3	CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS	30
3.1	Fibras de vidro	30
3.2	Matriz polimérica	32
3.3	Barra de GFRP	33
4	METODOLOGIA	35
4.1	Familiarização com o <i>software</i> INSANE	36
4.1.1	Uso do programa e etapas das simulações	37
4.1.1.1	Interface inicial do programa	37
4.1.1.2	Definição da geometria do plano	38
4.1.1.3	Desenvolvimento da malha de análise do MEF	41
4.1.1.4	Definição dos atributos	43
4.1.1.4.1	Definição do modelo constitutivo	46
4.1.1.4.2	Criação e configuração de materiais	46
4.1.1.4.3	Definição das degenerações	47
4.1.1.4.4	Criação das barras	48

4.1.1.4.5	Inserção de cargas no elemento.	50
4.1.1.4.6	Definição das restrições ao deslocamento do elemento	52
4.1.1.4.7	Definição dos atributos dos elementos	54
4.1.1.4.8	Definição da solução do modelo	56
5	DESENVOLVIMENTO DAS MODELAGENS NUMÉRICAS .	59
5.1	Viga submetida a flexão em três pontos.	59
5.2	Viga submetida a flexão em quatro pontos.	64
6	CONCLUSÕES	69
	REFERÊNCIAS	71

1 INTRODUÇÃO

O concreto armado é extensivamente utilizado na construção civil devido à sua capacidade de combinar a resistência à compressão do concreto com a resistência à tração do aço. No entanto, o uso de barras de aço em reforço trouxe grandes desafios, notavelmente a corrosão em ambientes agressivos, por exemplo, áreas costeiras e regiões industriais. Para resolver essas desvantagens, barras de polímero reforçado com *Glass Fiber Reinforced Polymer* (GFRP), no português polímeros reforçados com fibra de vidro, surgiram para ser uma alternativa às barras de aço, proporcionando uma grande capacidade de resistência à corrosão, menor peso e propriedades mecânicas competitivas (Rodrigues *et al.*, 2022).

No entanto, novamente, a aplicação de barras de fibra de vidro em concreto armado encontra muitos problemas em relação à aderência ao concreto, resistência ao cisalhamento da barra e ausência de regulamentações normativas para dimensionamento de estruturas como o material. Este material tem altos custos iniciais e baixa familiaridade de mercado e, por isso, sua ampla aplicação é restrita.

A relevância do tema advém das crescentes demandas por estruturas mais duráveis e sustentáveis, principalmente em ambientes onde a longevidade e o custo reduzido de manutenção são fatores importantes. Além disso, com a exploração de soluções inovadoras, como o uso da fibra de vidro, o estudo contribui para o desenvolvimento de tecnologias mais eficientes e de regulamentações técnicas que podem ajudar a ampliar a área de aplicação deste material. Portanto, a modelagem numérica não só permite uma explicação do comportamento da estrutura, mas também significa a possibilidade de começar a construir estruturas mais duradouras conforme as demandas modernas da engenharia civil.

1.1 Problema de pesquisa

Como compreender o comportamento mecânico de barras de fibra de vidro no concreto armado explorando os aspectos estruturais utilizando a modelagem numérica?

1.2 Justificativa

As barras de fibra de vidro têm se mostrado uma alternativa promissora às barras de aço em aplicações de engenharia civil, especialmente em ambientes agressivos. No entanto, sua adoção em larga escala ainda enfrenta desafios, principalmente relacionados à compreensão de seu comportamento estrutural em diferentes condições de uso. Nesse contexto, a modelagem numérica surge como uma possível ferramenta para investigar o desempenho desse elemento, permitindo não apenas prever cenários reais de aplicação, mas também identificar limitações que inviabilizam sua implementação prática e segura.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo geral

Realizar a modelagem numérica de vigas de concreto armado reforçados com barras de GFRP considerando a caracterização dos materiais e a avaliação do desempenho estrutural em comparação ao sistema convencional de concreto armado com barras de aço.

1.3.2 Objetivos específicos

- Determinar as propriedades mecânicas e físicas do concreto e das barras de fibra de vidro, incluindo aspectos como resistência à tração, módulo de elasticidade e comportamento à deformação.
- Desenvolver familiarização com a modelagem numérica através do software de simulação computacional.
- Realizar simulações de vigas armadas com barras de GFRP submetidas a flexão simples utilizando o software *INteractive StrUctural ANalysis Environment* (INSANE), no português Ambiente Interativo de Análise Estrutural.
- Comparar o desempenho estrutural de vigas de concreto armado com barras de fibra de vidro em relação aos sistemas convencionais com barras de aço, considerando fatores como resistência e deformabilidade.

2 REVISÃO LITERÁRIA

2.1 Descrições gerais

Nesta seção, é realizada um levantamento de informações na literatura sobre o uso de materiais na engenharia civil, com foco em soluções modernas e sustentáveis, como o concreto, o concreto armado, as barras de GFRP e a modelagem numérica. Inicialmente, discute-se o concreto, um dos materiais mais utilizados na construção civil, destacando suas principais características, como alta resistência à compressão, durabilidade e flexibilidade.

Além disso, aborda-se a necessidade de superar desafios, como a baixa resistência à tração, por meio de inovações que promovam a sustentabilidade, incluindo a utilização de materiais reciclados e a redução do uso de cimento, diminuindo, assim, as emissões de dióxido de carbono. Na sequência, trata-se do concreto armado, resultado da interação entre concreto e aço, que amplia as possibilidades de aplicação estrutural, combinando resistência à compressão e à tração. A seção também ressalta propriedades como resistência ao fogo e ductilidade, além de enfatizar a importância dos cuidados técnicos durante a execução, essenciais para a segurança e a durabilidade das estruturas.

Outro tema explorado é o uso de barras de GFRP, apresentadas como uma alternativa ao aço em determinadas aplicações. Essas barras possuem vantagens significativas, como alta resistência à corrosão, leveza e imunidade a campos elétricos, sendo especialmente adequadas para ambientes agressivos. No entanto, o texto também destaca limitações importantes, como sua fragilidade, menor módulo de elasticidade e custos iniciais mais elevados. Além disso, discute-se a necessidade de maior regulamentação e avanços tecnológicos para ampliar a adoção desse material.

Os desafios relacionados ao GFRP incluem questões como a aderência entre as barras e o concreto, o comportamento do material em temperaturas extremas e a falta de dados sobre sua durabilidade a longo prazo. Apesar dessas questões, o GFRP é apontado como uma solução com potencial para aumentar a vida útil de estruturas e reduzir os custos de manutenção.

Por fim, a seção enfatiza a relevância de normativas e diretrizes específicas para o uso de GFRP, abordando a evolução de regulamentações nacionais e internacionais e a importância da padronização para garantir a segurança e a eficiência nas aplicações. Também é discutida a contribuição da modelagem numérica, especialmente por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), como uma ferramenta viável para prever o comportamento de materiais e estruturas em diferentes condições. Essa técnica permite simulações detalhadas e otimização de projetos, tornando-se uma ferramenta promissora para avaliar o desempenho estrutural em cenários complexos.

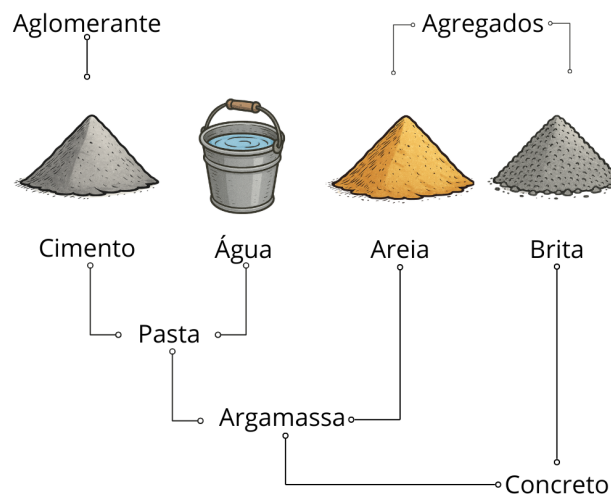
Com isso, esta seção apresenta uma visão abrangente dos avanços, desafios e possibilidades relacionados ao uso de materiais na engenharia civil. O texto destaca a importância de inovações sustentáveis, regulamentações bem definidas e o uso de tecnologias

avanzadas para atender às exigências crescentes do setor.

2.2 Concreto

Desempenhando um papel fundamental na construção de estruturas que combinam segurança, durabilidade e eficiência econômica, o concreto é o produto da combinação entre o cimento, um aglomerante hidráulico, agregados graúdos (como brita) e miúdos (como areia), água e, frequentemente, aditivos químicos, que melhoram suas propriedades físicas, químicas ou mecânicas consoante as exigências de cada projeto, podendo ser observado na Figura 1. Quando esses componentes são devidamente proporcionados e misturados, ocorre uma reação química entre o cimento e a água chamada hidratação, que transforma a mistura fluida em uma matriz endurecida com elevada resistência à compressão, uma das principais características do concreto. Essa propriedade permite que ele suporte grandes cargas verticais, sendo amplamente empregado em pilares, fundações e lajes (Carvalho, 2011).

Figura 1 – Composição do concreto.



Fonte: Adaptada de Pinheiro, Muzardo e Santos (2004).

Apesar de sua eficiência em resistir a forças compressivas, o concreto apresenta baixa resistência à tração, podendo restringir seu uso em diversas aplicações se não fosse pela possibilidade de combiná-lo com materiais que complementam essa deficiência, como o aço, no caso do concreto armado. A combinação entre concreto e aço forma um sistema sinérgico, onde o concreto protege o aço contra a corrosão e as altas temperaturas, enquanto o aço confere ao conjunto a capacidade de resistir a tensões de tração. Além disso, o concreto pode ser moldado em praticamente qualquer forma durante o estado fresco, uma

propriedade que o torna ideal para projetos arquitetônicos complexos e inovadores (Botelho; Marchetti, 2019), por exemplo, o edifício Burj Khalifa mostrado na Figura 2, sendo esse o maior edifício em dimensões verticais do mundo, a qual sua estrutura é constituída majoritariamente por concreto armado.

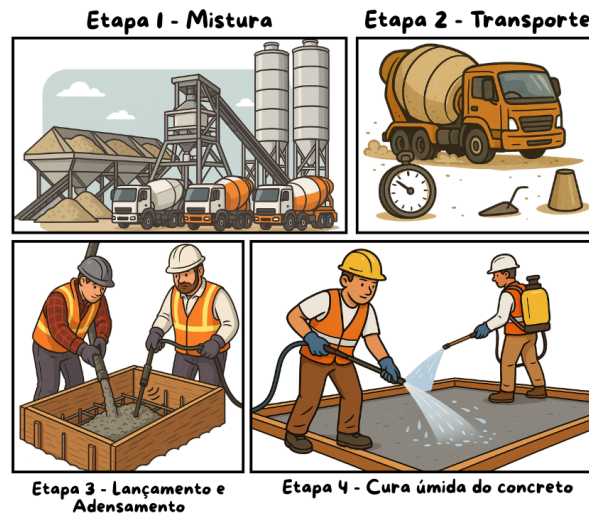
Figura 2 – Burj Khalifa, Dubai



Fonte: (Pixabay, 2021).

O desempenho do concreto, no entanto, depende de uma série de fatores que vão desde a qualidade e proporção dos materiais utilizados até os cuidados durante as etapas de preparo, deslocamento, lançamento, adensamento e, por fim, a cura como ilustrado na Figura 3. A cura, por exemplo, é um processo fundamental que assegura o ganho de resistência e durabilidade ao transcorrer do tempo, uma vez que a hidratação do cimento continua a ocorrer enquanto a mistura mantém umidade suficiente. Negligenciar essa etapa pode resultar em fissuração, perda de resistência e redução na vida útil da estrutura (Muniz *et al.*, 2020).

Figura 3 – Etapas da concretagem



Fonte: Adaptado de AA (2022).

Além disso, o concreto é suscetível a uma variedade de patologias, como a carbonatação, a corrosão de armaduras (quando utilizadas) e a reação álcali-agregado, especialmente em ambientes agressivos ou sob condições de uso inadequadas. Para mitigar esses problemas, são adotadas medidas como o aumento do cobrimento das armaduras, o uso de concretos de alto desempenho e resistência e a aplicação de aditivos impermeabilizantes ou protetores. Da mesma forma, inovações recentes no setor têm focado na produção de concretos mais sustentáveis e duráveis, com a incorporação de materiais alternativos, como cinzas volantes, fibras sintéticas, escórias de alto-forno e agregados reciclados, visando não apenas melhorar o desempenho, como também a redução do impacto ambiental relacionado à construção civil (Muniz *et al.*, 2020).

A sustentabilidade, aliás, tem ganhado cada vez mais espaço no desenvolvimento do concreto moderno. A produção de cimento, componente essencial do concreto, é responsável por uma parcela significativa das emissões globais de dióxido de carbono, incentivando a busca por tecnologias que utilizem substituições parciais de cimento ou que aumentem a eficiência energética na produção. Pesquisas em concretos autorregenerativos e ultra resistentes também estão em ascensão, mostrando o potencial desse material em atender às demandas de um setor em constante transformação (Pereira *et al.*, 2024).

Sendo assim, o concreto não é apenas um material, mas uma solução multifuncional que evolui continuamente para atender aos desafios da engenharia moderna, equilibrando segurança, inovação e sustentabilidade. Seu estudo detalhado é fundamental para compreender as possibilidades de uso e garantir que suas propriedades sejam exploradas ao máximo, promovendo obras mais eficientes e duradouras.

2.3 Concreto armado

Devido sua combinação única de propriedades físicas e mecânicas, o concreto armado consolidou-se como um dos materiais mais versáteis e amplamente empregados na construção civil, sendo fundamental para atender às demandas de resistência, durabilidade e adaptabilidade das estruturas modernas. Resultado da união estratégica entre o concreto, que apresenta elevada resistência à compressão, e o aço, que, por sua vez, é eficaz em resistir a tensões de tração, gerando uma interação sinérgica que supera as limitações de cada material isoladamente. Essa associação permite que o concreto armado suporte não apenas cargas verticais de grande magnitude, como as sofridas por lajes, vigas, pilares e fundações, mas também cargas dinâmicas e horizontais, como em estruturas sujeitas a forças de vento, sismos ou tráfego intenso (Carvalho, 2011).

Além disso, seu desempenho em situações de incêndio é notável, com o concreto agindo como uma barreira protetora para as armaduras internas, retardando a propagação de calor e reduzindo o risco de colapso estrutural prematuro. A aderência entre concreto e aço, garantida por uma combinação de ancoragem mecânica, rugosidade superficial das barras e coesão química, é essencial para os esforços serem transmitidos eficientemente entre os dois materiais, possibilitando o funcionamento integrado da estrutura. No entanto, a durabilidade do concreto armado é altamente dependente de fatores como a proporção adequada dos materiais constituintes, a execução correta, o cobrimento mínimo das armaduras e a exposição às condições ambientais, pois, em situações adversas, como a presença de agentes agressivos (cloretos ou sulfatos) ou ciclos de congelamento e descongelamento, o material pode se deteriorar ao longo do tempo (Filho; Helene, 2011).

O aço no concreto confere também ductilidade à estrutura, permitindo redistribuições de tensões e evitando falhas bruscas, um aspecto crítico para a segurança em cenários de carregamentos extremos. Por outro lado, a execução de estruturas de concreto armado requer um controle rigoroso de todas as etapas do processo, desde o dimensionamento no projeto até a cura do concreto no canteiro, uma vez que falhas em qualquer uma dessas fases pode impactar negativamente o desempenho final (Brandão, 1998).

Portanto, o estudo detalhado das propriedades e do comportamento do concreto armado, aliado ao uso de normas técnicas e práticas construtivas modernas, é indispensável para projetar e construir estruturas que satisfaçam as exigências de funcionalidade, segurança e vida útil, especialmente em um cenário onde eficiência econômica e sustentabilidade também são crescentes prioridades.

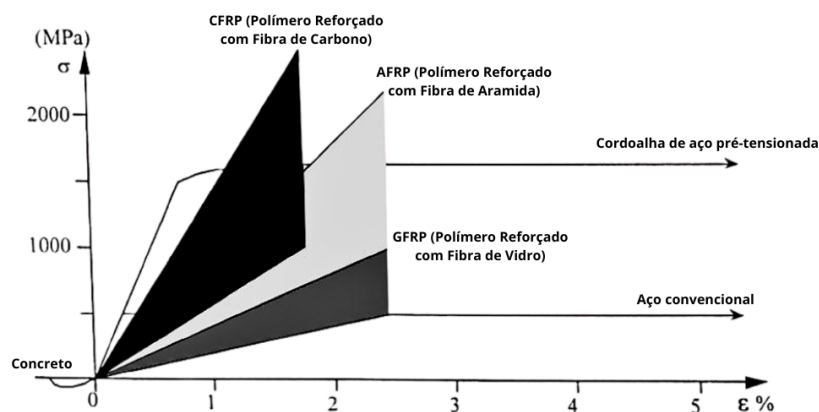
2.4 Introdução às barras de fibra de vidro (GFRP)

As barras de fibras de vidro reforçadas com polímeros desempenham um papel importante na engenharia moderna, especialmente em projetos onde a durabilidade da estrutura é comprometida pela corrosão das armaduras. Consistindo em fibras de vidro

de alta resistência em uma base de polímero, tipicamente epóxi, essas barras apresentam características desejáveis: alta resistência à tração, peso leve, grande resistência contra corrosão e imunidade a campos elétricos. Essas características tornam o GFRP particularmente ideal para condições hostis, como estruturas marítimas, degelo de saís em pontes, produtos químicos em tanques e hospitais ou indústrias com fortes requisitos de construção (Ineia *et al.*, 2021).

No entanto, o uso de barras de GFRP requer conhecimento técnico, pois, ao contrário do aço, essas barras apresentam comportamento linear até a falha, como demonstrado na Figura 4, sem flexão suave, significando uma característica mais quebradiça. Essa característica necessita de mudanças nas normas de dimensionamento de estruturas para garantir a segurança e a funcionalidade das construções (Carvalho, 2018).

Figura 4 – Comparativo de curva de tensão-deformação do GFRP, aço convencional, cordoalha de aço e outras fibras.



Fonte: Adaptado de Carvalho (2018).

Além disso, a ligação entre GFRP e concreto é importante. Dessa forma, para melhorar essa interação, tratamentos de superfície ou revestimentos ajudam a aumentar o atrito e a ligação química entre os materiais para garantir uma boa transferência de tensão. Além disso, outras características importantes sobre o GFRP devem ser analisadas, como os custos iniciais (Carvalho, 2018).

Contudo, economias significativas no custo do ciclo de vida e vida útil estendida do material fornecem uma alternativa economicamente viável para situações em que o principal desafio é a corrosão. Outros fatores que ampliaram significativamente o escopo da aplicabilidade do GFRP são o desenvolvimento em tecnologias de fabricação e a maturação de padrões técnicos, que promoveram uma construção mais sustentável e resiliente (Carvalho, 2018).

Segundo Lima e Prado (2015), as barras de GFRP, embora frágeis naturalmente, podem ser usadas para aumentar a capacidade de suporte de carga de elementos estruturais, como vigas de concreto, devido às suas características anteriormente citadas. No entanto,

devido à baixa ductilidade do material, é necessário um dimensionamento criterioso para garantir segurança e desempenho. A modelagem numérica, especialmente aquela baseada no método dos elementos finitos (MEF), obteve bom sucesso em tais previsões em relação ao comportamento em tais estruturas, o que eventualmente auxilia na garantia de um projeto mais seguro com mais eficiência (Lima; Prado, 2015).

Por outro lado, a adoção do GFRP enfrenta desafios relacionados à variação no módulo de elasticidade das barras e métodos confiáveis para simular seu desempenho em concreto armado. Da mesma forma, faltam pesquisas abrangentes sobre o material e suas propriedades, dificultando assim a disseminação na indústria da construção civil (Lima; Prado, 2015).

Em resumo, as barras de GFRP representam um salto na busca por respostas novas, eficazes e duradouras na engenharia civil. Embora os problemas referentes à tecnologia e economia permaneçam, sua chance de aumentar a vida útil das estruturas e cortar custos de manutenção é interessante. O crescimento da tecnologia e as mudanças nos padrões são essenciais e moldarão o quanto esse material será usado na construção daqui para frente.

2.5 Desafios e limitações do uso de GFRP em estruturas de concreto

As restrições e os desafios do uso de barras de polímero reforçadas com fibra de vidro em uma estrutura de concreto tornam particularmente importante a aplicação em projetos onde a inovação é implementada lado a lado com a eficiência estrutural. A maioria das restrições estruturais do conceito GFRP está relacionada à sua fragilidade. Ele se comporta linearmente até falhar, não mostrando o fluxo plástico das barras de aço. Essa característica diminui a ductilidade de uma construção e exige uma mudança considerável nos critérios e normas de projeto: as construções devem ser projetadas de modo que sua falha em um estado limite último seja facilmente detectável e possível de redistribuir (Lima; Prado, 2015).

Além disso, o módulo de elasticidade das barras GFRP é inferior ao do aço, o que pode levar a deformações maiores em elementos estruturais e, portanto, problemas para estruturas rígidas, como construções de pontes e edifícios altos, onde a deflexão é uma consideração crítica (Lima; Prado, 2015). Mais significativa, no entanto, é a adesão entre GFRP e concreto, suportando todas as tensões interfaciais resultantes e, portanto, possibilitando a função completa da estrutura. Aplicações de tratamento de superfície e revestimento são fundamentais para melhorar essa interação, embora uma maior padronização em relação aos mecanismos de ligação seja necessária enquanto o carregamento ocorre de maneira cíclica a longo prazo (Duarte *et al.*, 2021).

Outro fator de preocupação é o comportamento do GFRP em temperaturas extremas porque, em altas temperaturas, os polímeros que formam o material da matriz

podem se degradar. Isso compromete a capacidade estrutural do elemento em questão, restringindo a aplicação em larga escala do material em ambientes de alta temperatura ou projetos expostos ao fogo. Nesses casos, medidas adicionais como sobreposições de concreto em camadas extras ou espessas, ou revestimentos resistentes ao fogo serão necessárias (Rosa, 2016).

Os custos iniciais das barras de GFRP também são uma barreira significativamente maior do que no reforço de aço tradicional. Esses custos, no entanto, podem ser compensados de certa forma por uma diminuição na manutenção ao longo da vida útil de uma estrutura porque o GFRP é imune à corrosão. Embora a verdade da questão seja que essa percepção de custo benefício ainda o impede de ser adotado em larga escala, especialmente em projetos de infraestrutura pública cuja principal preocupação é um orçamento inicial. O conhecimento limitado de muitos profissionais do setor de engenharia civil sobre as características e o comportamento do GFRP também é um obstáculo ao desenvolvimento e à implementação prática que requer a criação de demanda por meio de programas de treinamento e disseminação de conhecimento entre a academia e a indústria, o que leva ao desenvolvimento de códigos de prática atualizados (Carvalho, 2018).

Há ainda uma escassez igualmente significativa de dados de desempenho de longo prazo para GFRP em várias condições ambientais, que incluem ataque químico, variações cíclicas de umidade e temperatura e ambientes marinhos agressivos. Os testes de laboratório e a simulação numérica atingiram avanços consideráveis; no entanto, ainda existem incertezas — como esses aspectos influenciam a durabilidade e a resposta estrutural ao longo dos anos. A falta desse conhecimento representa uma barreira para sua implementação em aplicações que exigem altos níveis de confiabilidade e longevidade prolongada, entre elas pontes, represas e edifícios esbeltos (Amaral *et al.*, 2024).

Resumidamente, embora o GFRP apresente grandes benefícios, os desafios de sua aplicação, como resposta frágil, maior deformabilidade, altos gastos iniciais e ausência de informações estendidas, retratam a necessidade de mais pesquisas, avanços tecnológicos e desenvolvimento de padrões para permitir mais aplicabilidade do material na engenharia civil de forma mais segura. Esta área, mesmo restrita como é, apresenta enorme capacidade de mudar como criamos construções sólidas mais fortes, ecológicas e eficazes.

2.6 Normativas e diretrizes relacionadas ao uso de GFRP

As normativas e diretrizes para o uso de barras de polímero reforçadas com fibra de vidro em edifícios de concreto são muito importantes para tornar os usos padronizados e seguros desse novo material na engenharia civil. Embora esteja sendo mais utilizado, o GFRP ainda tem alguns problemas com normas porque suas características especiais são muito diferentes das armaduras de aço comumente utilizadas. Nos Estados Unidos, o *AMERICAN CONCRETE INSTITUTE* (ACI) elaborou o manual ACI 440.1R-15 (2015),

que orienta os profissionais sobre o uso de misturas reforçadas; ele abrange o projeto, a configuração e a verificação de barras de GFRP. Este manual é essencial para lidar com certos recursos do GFRP, como seu comportamento linear até um ponto de ruptura e elasticidade. Da mesma forma, no Canadá, o padrão CAN/CSA S806-12 (2017) fornece uma lista detalhada de necessidades técnicas para o uso de GFRP, incluindo durabilidade em condições de ambientes agressivos.

Recentemente, no Brasil, o IBRANCON e ABECE (2016) publicaram a primeira prática recomendada nacional para o uso de armaduras de FRP em concreto armado, estabelecendo critérios de dimensionamento e aplicação específicos. No primeiro bimestre de 2025 foram publicadas duas normas regulamentadoras importantes para o avanço do entendimento e usabilidade das barras, pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), sendo um marco para a padronização técnica do uso das barras de GFRP.

Constituída de 12 partes, a NBR 17201 (ABNT, 2025a) estabelece rigorosos métodos e técnicas de ensaios a fim de garantir a qualidade e segurança das barras utilizadas como armaduras, e, junto a isso, a norma NBR 17196:2025 (ABNT, 2025b) estabelece padronizações a respeito dos projetos de estruturas de concreto armado com barras de polímero reforçado com fibras (FRP). Contudo, a escassez de padronização em âmbito global ainda é uma barreira, principalmente em lugares sem regulamentações claras para o uso do GFRP. Muitos profissionais usam apenas normativas locais destinadas ao aço, o que pode não se adequar às características especiais do GFRP. Além disso, a ausência dessa padronização dificulta a avaliação, em grandes projetos, da viabilidade do material, o que resulta em uma desaceleração em sua aceitação.

Com isso, planos de organizações como a *International Federation for Structural Concrete* (FIB), tentam unir diretrizes para ajudar na disseminação de informações sobre o uso do GFRP e preencher essas lacunas. Como, por exemplo, a publicação do *Bulletin 40: FRP Reinforcement in RC Structures* (2007), abordando o uso de barras de FRP como reforço interno para estruturas de concreto e destacando propriedades físicas, mecânicas e aspectos de durabilidade.

Um aspecto essencial das normativas é enfatizar a longa vida útil do GFRP, especialmente em condições climáticas adversas, como contato com produtos químicos ou estar perto do mar. Normas mais atualizadas explicam como verificar se o material pode lutar contra umidade e mudanças de temperatura, bem como exposição à luz solar. Estudos experimentais corroboram esses avanços. Por exemplo, análises conduzidas por Carneiro, Silva e Teixeira (2021) identificaram o comportamento de vigas reforçadas com GFRP, destacando sua resistência à flexão e diferenças de ductilidade em relação ao aço.

Normalmente, especialistas dizem que tratamentos fortes para a superfície ou coberturas que melhoram a aderência ao concreto e lutam contra danos climáticos devem ser usados, principalmente para trabalhos importantes como pontes e estruturas presentes no mar. Essas etapas são essenciais para garantir que os edifícios feitos com GFRP

apresentem uma vida útil adequada, reduzindo os custos de reparo e os riscos de danos. As regras também apontam a necessidade de verificações especiais da estrutura usando peças feitas com GFRP. Ao contrário do aço, o GFRP possui menor resistência e menor módulo de elasticidade, o que precisa de normas de projeto especificadas. Por exemplo, o MEF pode ser uma boa ferramenta para prever como um material se comportaria em condições complexas. De toda forma, a aplicação de tais métodos exige que os engenheiros não apenas tenham uma compreensão completa das normativas, mas também estejam cientes dos fatores de segurança a serem usados — que novamente diferem em padrões nacionais e internacionais.

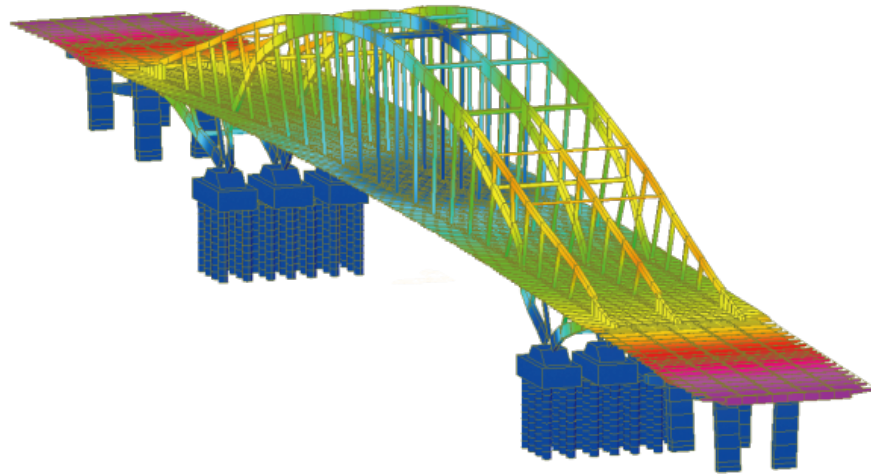
Um desafio alternativo reflete a escassez de dados de desempenho de longo prazo sobre GFRP quando aplicado em estruturas de concreto. Embora estudos laboratoriais e experimentais tenham amadurecido, a variabilidade e o comportamento da fabricação sob carga prolongada ainda criam incertezas. Isso significa que alguns padrões incorporam altos fatores de segurança visando compensar possíveis variações no desempenho do material (Amaral *et al.*, 2024).

Em resumo, os padrões e diretrizes relativos ao uso de GFRP continuam evoluindo para acompanhar o desenvolvimento tecnológico e a demanda por soluções mais ecológicas e duradouras no campo da engenharia civil. Isso não deve minimizar o papel útil que ele pode desempenhar na engenharia moderna, principalmente devido às desvantagens existentes de padronização global limitada e dificuldade na análise estrutural.

2.7 Aplicações da modelagem numérica na engenharia de estruturas

A modelagem numérica se tornou um elemento-chave no campo da engenharia, especialmente porque permite que os engenheiros coloquem em prática simulações sobre o comportamento mecânico dos sistemas. Assim, o MEF utiliza métodos numéricos em sua aplicação para modelagem de geometrias irregulares e estruturas de alta complexidade como a demonstrada na Figura 5, a qual seria extremamente trabalhoso analisar esses tipos de estruturas com métodos analíticos tradicionais. As análises de tensão, deformação, vibração e deslocamento auxiliam na otimização de projetos, na determinação de indicadores de risco para possível falha e na previsão de desempenho sob condições de carga incomuns: ação sísmica ou sobrecarga, por exemplo (Azevedo, 2003).

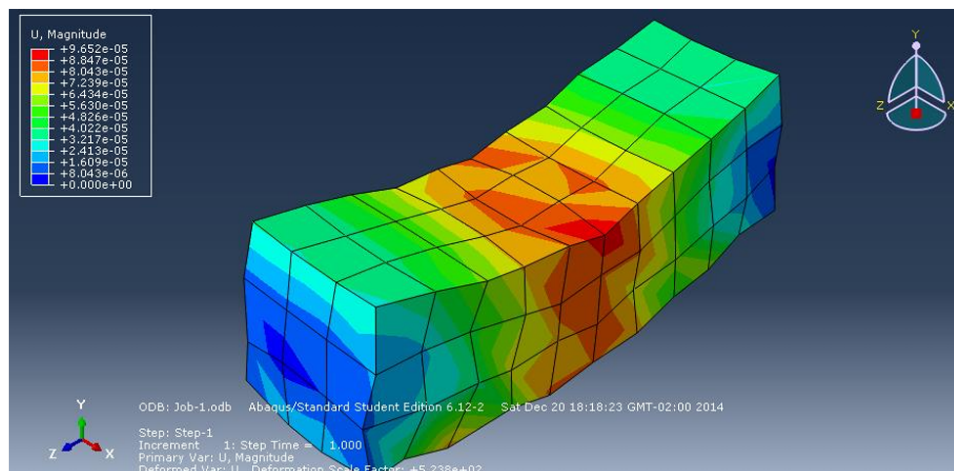
Figura 5 – Análise estrutural da ponte Foshan Dongping utilizando MEF



Fonte: (MIDASIT, 2019).

A modelagem no nível numérico oferece grandes vantagens ao poder estudar a interação entre materiais, por exemplo, entre concreto e armadura de aço, demonstrado na Figura 6, com o qual ocorre a distribuição de tensão e aderência entre o concreto e o aço, fatores fundamentais para a segurança e vida útil das edificações. Da mesma forma, a modelagem numérica otimizou muito a capacidade de avaliar o comportamento real de novos materiais em estruturas de concreto, concreto de alto desempenho e barras de GFRP, uma vez que o desempenho permite uma comparação com o uso de técnicas tradicionais, como apresentado no desenvolvimento de análises numéricas por Lima e Prado (2015), com o auxílio do *software ABAQUS*.

Figura 6 – Análise estrutural de viga utilizando *ABAQUS*.



Fonte: (Lima; Prado, 2015).

O outro aspecto crítico da modelagem é que ela pode reunir diferentes tipos de cargas, bem como condições ambientais, como aquelas relacionadas à temperatura, umidade e corrosão, que têm um impacto direto na integridade e sustentabilidade das estruturas.

A exemplo desta aplicação do método, podemos citar o trabalho desenvolvido por Vieira (2018), que, visando melhor compreender os efeitos da temperatura nas estruturas de blocos de concreto massa, utilizou o método dos elementos finitos para modelar os estágios de hidratação de cada elemento estrutural de um abrigo utilizado para proteção de aceleradores lineares (aparelho utilizado em tratamentos radioterápicos pela medicina). Essas investigações compostas também são relevantes em todos os tipos de estruturas de dimensões e importância significativas, como pontes, represas e edifícios altos, onde segurança e durabilidade são dois aspectos fundamentais necessários simultaneamente (Moraes, 2015).

A modelagem numérica pode ser muito útil na simulação de eventos dinâmicos, por exemplo, terremotos, rajadas de vento ou impactos que ajudam um engenheiro a entender melhor como uma estrutura responderá a condições extremas e ajudará na otimização do projeto para ser capaz de suportar essas condições extremas. Além disso, com aplicativos de software avançados que encapsulam as técnicas de modelagem numérica, simulações rápidas e precisas podem ser feitas, economizando tempo e custo de projeto. A maioria das análises pode ser realizada virtualmente, portanto, não há provisão para protótipos caros e demorados (Azevedo, 2003).

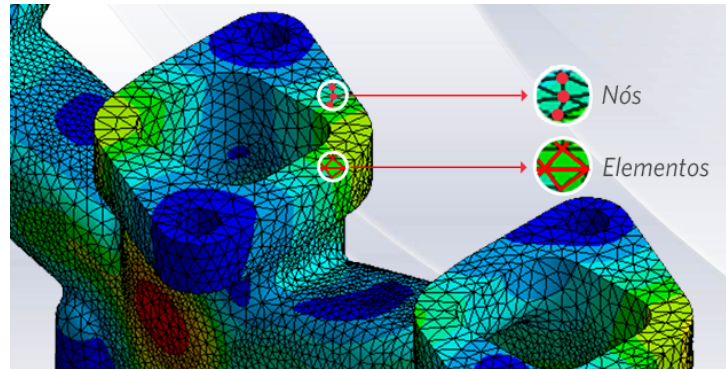
Por último, mas não menos importante, a modelagem numérica é uma ótima aplicação para a sustentabilidade na engenharia, já que simulações detalhadas podem ajudar a otimizar os materiais a serem usados, reduzir o desperdício, bem como encontrar melhores soluções em relação ao desempenho estrutural e ao consumo de recursos (Costa, 2014).

Em poucas palavras, a técnica de modelagem numérica mudou a face da engenharia estrutural, fornecendo soluções inovadoras e eficazes para a criação de estruturas mais seguras, econômicas e sustentáveis. Mas para isso há a necessidade de especialistas, que conheçam ferramentas de computacionais e métodos numéricos, além de conhecimentos profundos sobre o que os elementos analisados são e como funcionam, para que os testes forneçam informações verídicas e significativas.

2.8 Método dos elementos finitos

O MEF constitui-se em uma técnica numérica amplamente consolidada para a solução aproximada de problemas de engenharia governados por equações diferenciais parciais, permitindo avaliar o comportamento de estruturas complexas de concreto armado sob diferentes regimes de carregamento; seu fundamento reside na discretização (Figura 7) do domínio contínuo em subdomínios finitos (os elementos) ligados em nós, onde campos de deslocamentos, tensões e outras grandezas de interesse são interpolados por funções de forma definidas a partir de um princípio variacional (geralmente o Princípio dos Trabalhos Virtuais) (Azevedo, 2003).

Figura 7 – Discretização.

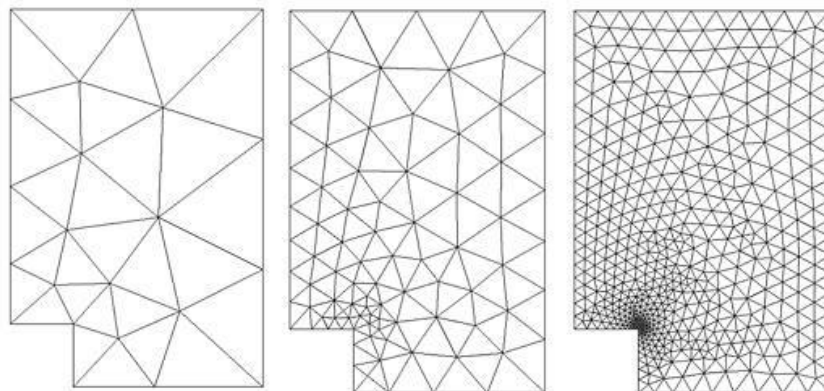


Fonte: (ESSS, 2016).

A discretização (Figura 7) gera, então, uma formulação matricial em que as matrizes globais de rigidez (massa e amortecimento, em casos de análises dinâmicas, a qual não se aplica neste trabalho) são montadas a partir das contribuições de cada elemento. Esse arcabouço permite conduzir análises lineares ou não lineares, incorporando efeitos geométricos (grandes deslocamentos), físicos (plasticidade, fissuração e fluência do concreto, bem como o comportamento não linear do GFRP) e dinâmicos (análises modais e transitórias) (Santos, 2018).

Para garantir resultados confiáveis, é fundamental adotar malhas adequadas, com refinamento local para casos de estruturas com pontos de concentração de carga, por exemplo, e global, como demonstrado na Figura 8. Selecionar ordens polinomiais coerentes, assegurar a compatibilidade cinemática entre elementos (sólidos, de casca, de barra ou isoparamétricos) e empregar estratégias de integração numérica eficientes, como a quadratura de *Gauss*. A definição correta de condições de contorno, a escolha de critérios de convergência e a interpretação cuidadosa dos resultados completam o ciclo de análise (Azevedo, 2003).

Figura 8 – Demonstração de refinamento de malha.

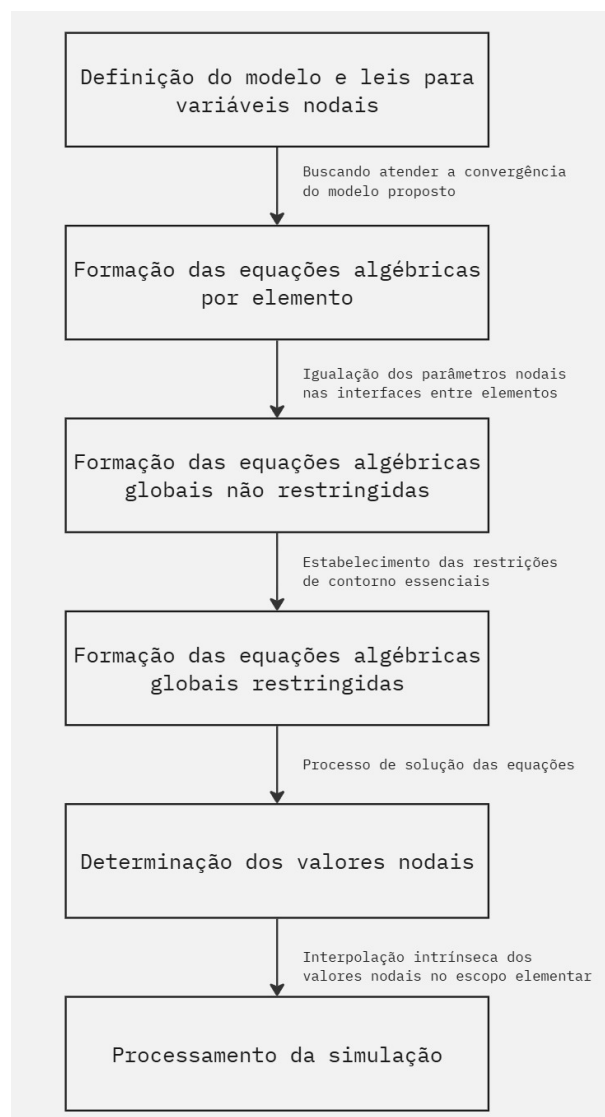


Fonte: (Kurowski, 2022).

A Figura 9 resume o ciclo clássico de uma análise pelo MEF. Inicia-se com a

definição do modelo e das leis que regem as variáveis nodais, etapa em que se escolhem discretização, hipóteses constitutivas e critérios de convergência. Em seguida, obtêm-se as equações algébricas por elemento, garantindo a compatibilidade das grandezas nas interfaces adjacentes. Essas contribuições são reunidas na matriz global não restringida; sobre ela aplicam-se as restrições de contorno essenciais, gerando o sistema global restringido. O passo seguinte é a solução numérica desse sistema, de onde resultam os valores nodais de deslocamentos, forças ou temperaturas. Por fim, esses valores são interpolados no interior de cada elemento para calcular tensões, deformações e demais grandezas de interesse, concluindo o processamento da simulação (Azevedo, 2003).

Figura 9 – Etapas de desenvolvimento da simulação com MEF.



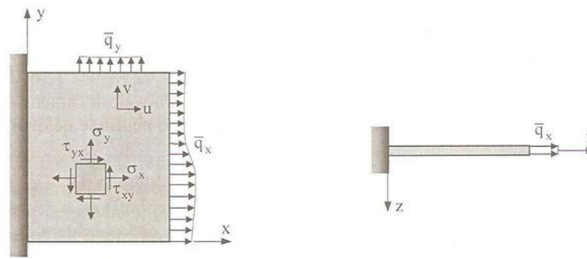
Fonte: Adaptado de Soriano (2009).

Por fim, no contexto deste TCC, o MEF se mostra essencial para comparar o desempenho estrutural de vigas com barras de fibra de vidro (GFRP) frente às armadas com aço convencional. A ferramenta possibilita avaliar durabilidade, eficiência mecânica e

viabilidade econômica de soluções inovadoras em concreto armado, desde que os modelos numéricos sejam configurados a partir de ensaios experimentais e submetidos a análises de sensibilidade para reduzir incertezas nos parâmetros dos materiais e nas condições de serviço.

2.8.1 Método dos Elementos Finitos no Estado Plano de Tensões

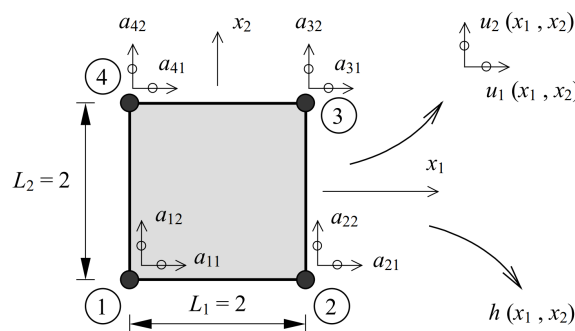
Figura 10 – Estado Plano de Tensões idealizado em uma chapa.



Fonte: (Soriano, 2009).

No contexto da análise de estruturas planas de concreto armado, o MEF em estado plano de tensões (10) - que se caracteriza como um sólido com espessura o qual se supõe $\sigma_z \approx 0$ e as deformações transversais são desprezíveis - constitui uma estratégia numérico-computacional que discretiza uma lâmina delgada em um conjunto de elementos, normalmente triangulares ou quadrilaterais isoparamétricos, cujos nós tornam-se os pontos de amarração das incógnitas de deslocamento u_1 e u_2 no plano xy , observável na Figura 11.

Figura 11 – Elemento finito quadrilateral de quatro nós.

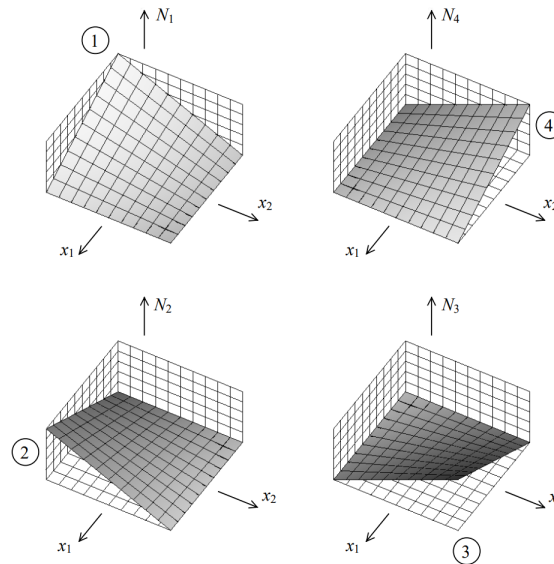


Fonte: (Azevedo, 2003).

Cada elemento é descrito por funções de forma (*shape functions*) que interpolam os deslocamentos no interior a partir dos valores nodais, permitindo derivar o tensor de deformações ε por meio da matriz de deformação B e, em seguida, relacioná-lo às tensões σ pela matriz de elasticidade D (obtida da lei de Hooke generalizada para regime plano de tensões) (Azevedo, 2003).

No caso de um elemento quadrilateral de quatro nós, cada aresta contém dois nós levando a uma aproximação linear de deslocamentos. As funções de forma são definidas para cada nó do elemento e assumem valor unitário no seu nó correspondente e zero nos demais como demonstra a Figura 12 (Azevedo, 2003).

Figura 12 – Gráficos das funções $N_i(x_1, x_2)$ para um elemento com dimensões $L_1 \times L_2 = 2 \times 2$.



Fonte: (Azevedo, 2003).

A etapa de formulação envolve integrar, via princípio de energia potencial total, as equações diferenciais de equilíbrio sobre o domínio de cada elemento, resultando na matriz de rigidez elementar, K' , que incorpora propriedades geométricas, espessura h e parâmetros de elasticidade (E e ν) do material; a montagem global (*assembly*) reúne todas as K' no sistema $K \cdot a = F$, onde K é a matriz de rigidez global, a o vetor de deslocamentos nodais desconhecidos e F o vetor de forças externas e equivalentes de carregamentos distribuídos (Azevedo, 2003).

Ainda segundo Azevedo (2003), embora essa formulação possibilite determinar tensões e deformações em qualquer ponto do elemento, observa-se que os resultados se tornam significativamente mais precisos quando o ponto de avaliação coincide com os pontos de integração de *Gauss* da quadratura 2×2 . Essa melhora na precisão não depende da quantidade de pontos de Gauss usada na integração dos componentes de K e F .

Por fim, a qualidade dos resultados depende da escolha apropriada do tipo de elemento, do refinamento adequado da malha e de verificações de convergência, tornando o MEF uma ferramenta robusta e versátil para projetistas analisarem lajes, paredes, cascas finas e núcleos estruturais submetidos a estados complexos de carregamento no plano.

2.9 Caracterização dos materiais para a modelagem

No âmbito da caracterização dos materiais para o MEF, é fundamental compreender que o desempenho numérico de um modelo depende diretamente da representação fidedigna do comportamento mecânico de cada componente (concreto, fibras de vidro e matriz polimérica (GFRP)) e das interfaces entre eles; assim, parte-se da definição de propriedades elásticas iniciais (módulo de elasticidade, razão de *Poisson* e densidade) e avança-se para leis constitutivas não lineares que abarcam plasticidade, dano e amolecimento por fissuração no concreto, bem como o regime linear elástico até a ruptura frágil do GFRP, normalmente modelado como material ortotrópico com resistência diferenciada à tração e compressão.

A discretização emprega elementos de volume hexaédricos, tetraédricos e planos triangulares ou quadrilaterais para o concreto, barras de armadura incorporadas via elementos de tração unidimensionais ou por técnica de “*embedded reinforcement*” (Castro, 2013), e elementos de interface coesiva ou modelos de ligação *bond-slip* para capturar aderência e transferência de esforços entre vergalhões de GFRP e matriz cimentícia. A modelagem não-linear, em que a degradação do meio é considerada, pode ser conduzida considerando, modelos de dano e fissuração com a utilização de processos incrementais iterativos para solução numérica (Reges; Pitangueira; Silva, 2022; Miranda, 2008).

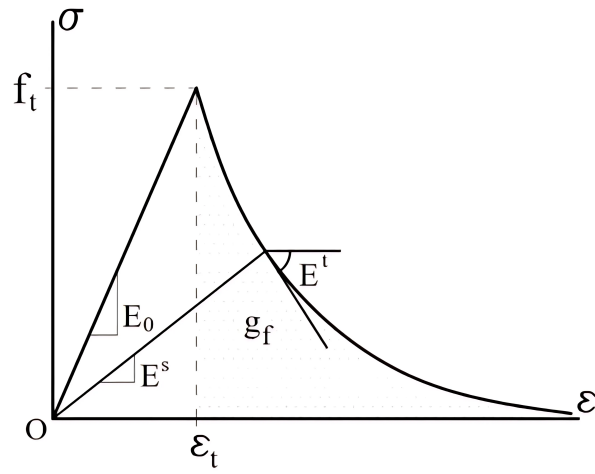
A malha deve ser refinada em zonas de elevada gradação de tensões, e executa-se análise de sensibilidade para verificar a influência de cada parâmetro material sobre respostas globais, validando-se o modelo por meio de comparação com curvas carga–deslocamento, padrões de fissura e modos de ruptura observados em protótipos laboratoriais.

Por fim, critérios de convergência, controle de passo automático e técnicas de regularização são indispensáveis para mitigar instabilidades numéricas decorrentes do amolecimento do concreto e garantir que o MEF produza resultados robustos e representativos do comportamento real dos elementos de concreto armado com o GFRP.

2.10 Calibração de parâmetros para a modelagem

Para as simulações do presente trabalho, se fez necessário a calibragem de parâmetros de resistência a tração para o concreto. Para isso, adotou-se a equação 1 desenvolvida abaixo. No cálculo da tensão, utilizou-se a lei de Boone e Ingraffea (1987), observável na Figura 13 e definida pela Equação 1.

Figura 13 – Lei tensão-deformação para o concreto submetido à tração.



Fonte: (Pereira; Penna, 2024).

$$\sigma(\varepsilon) = f_t \cdot e^{-k_t(\varepsilon - \varepsilon_t)} \quad (1)$$

Onde:

1. f_t é a resistência a tração do concreto;
2. $\varepsilon_t = \frac{f_t}{E_0}$;
3. K_t é calculado pela Equação 2.

$$K_t = \frac{h \cdot f_t}{G_f} \quad (2)$$

Onde:

1. h é a largura característica do elemento;
2. f_t é a resistência a compressão do concreto;
3. G_f é a energia de fratura do concreto.

3 CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS

3.1 Fibras de vidro

As fibras de vidro são o principal componente dos elementos de armaduras de GFRP, são produzidas por meio de fusão controlada de sílica com outros óxidos (alumínio, boro, cálcio e magnésio), após isso, passam pelo processo de trefilação contínua, que consiste em um processo de fabricação de materiais como fios de cobre, tubos, e barras metálicas como a do aço CA-60, muito presente na construção civil. Ao passar por esse processo, são produzidos filamentos com diâmetro de cerca de 10 μm observável na Figura 14, que, quando combinados com uma matriz polimérica termoendurecível (geralmente resinas epóxi ou poliéster), formam um material compósito com alta resistência específica. (Carvalho, 2011).

Figura 14 – Fabricação de fios de fibra de vidro.



Fonte: (Gonçalves, 2023).

Entre as tipologias mais utilizadas, o vidro E (*E-Glass*) se destaca pelo bom equilíbrio entre custo e propriedades mecânicas, como o isolamento elétrico, enquanto o vidro AR (resistente a álcalis) é enriquecido com zircônio para resistir ao ambiente altamente alcalino, por exemplo, os poros do concreto. Outras tipologias como o vidro-S (ou HS – Alta resistência) e o vidro-CR (resistente à corrosão) também são utilizadas, porém, em menor escala pelo preço elevado em comparação com os outros citados (Carvalho, 2011). As propriedades dos materiais são explanadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades da fibra de vidro.

Tipos de propriedades	Propriedade	Vidro-E	Vidro-AR	Vidro-S
Físicas	Densidade (kg/m^3)	2500	2270	2500
Mecânicas	Resistência à tração (MPa)	3450	1800 - 3500	4580
	Deformação na ruptura (%)	2,4	2,0 - 3,0	3,3
	Modulo de elasticidade (GPa)	72,4	70 - 76	85,5
	Coefficiente de Poisson	0,22	-	0,22
Térmicas	Coefficiente de dilatação térmica ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	5	-	2,9

Fonte: Adaptado de FIB (2007).

Do ponto de vista mecânico, as fibras apresentam módulo de elasticidade típico de 70 – 85 GPa, resistência à tração que pode superar 4.000 MPa e deformação na ruptura de 2 - 3,3 %, conferindo ao compósito comportamento linear até a ruptura frágil, sem escoamento plástico como ocorre no aço; essa característica exige critérios de projeto baseados em resistência última e verificação rigorosa de deformações de serviço. A densidade aproximada de $2,6 \text{ g/cm}^3$ proporciona considerável vantagem de peso em relação ao aço ($7,8 \text{ g/cm}^3$), reduzindo cargas permanentes e facilitando o manuseio em campo (Carvalho, 2018).

Quanto à durabilidade, os mecanismos críticos compreendem hidrólise da matriz, difusão de íons alcalinos e fadiga induzida por variação térmica e carregamentos cíclicos; ensaios acelerados indicam perda de 10 - 30% da resistência após exposição prolongada a soluções alcalinas, sendo imprescindível avaliar fatores de redução de resistência em função do tempo de projeto. Entretanto, as fibras de vidro apresentam notável resistência à fadiga, suportando mais de quatro milhões de ciclos de carga antes do início da ruptura (ACI, 2015).

A anisotropia intrínseca do material, derivada da orientação unidirecional das fibras, implica coeficiente de dilatação térmica muito baixo na direção longitudinal ($\approx 5 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$) e significativamente maior na transversal, o que pode gerar tensões de interface com o concreto sob variações térmicas. Ensaio de fluência mostram deformações de longo prazo inferiores às do aço, apresentando uma deformação adicional — decorrente da fluência — estimada em 3% da deformação elástica inicial, porém o módulo viscoelástico da matriz pode levar a relaxação de tensão em pré-tensionamento (Alarcão, 2014).

Por fim, em modelagens pelo método dos elementos finitos, a fibra de vidro é idealmente representada como material ortotrópico embebido em matriz homogênea ou, de forma simplificada, como barra com comportamento elástico-frágil, exigindo configurações de propriedades efetivas obtidas experimentalmente para garantir simulação realista da resposta estrutural.

3.2 Matriz polimérica

A matriz polimérica, geralmente feita de resinas termoendurecíveis, como epóxi, vinil éster ou poliéster insaturado, tem papel chave na força dos compósitos GFRP pois é ela que envolve, protege e aglomera as fibras de vidro, transferindo as tensões entre elas afim de garantir a integridade do material mesmo sob grandes carregamentos; suas propriedades físico químicas, de toda forma, merecem uma detalhada análise. Entre os parâmetros mais importantes estão o módulo de elasticidade (variando de 2 à 4 GPa), a resistência à tração (34,5 a 130 MPa), coeficiente de *Poisson*, umidade, densidade e a deformação máxima antes da quebra que por causa sua natureza viscoelástica mudam com a taxa de carga e a temperatura. A retração de cura e o coeficiente de expansão térmica da ordem de $55 \text{ a } 100 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ afeta diretamente tensões residuais e compatibilidade com concreto, que exige configurações que minimizem fissuração e delaminação (Carvalho, 2018). As propriedades dos materiais são explanadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades da matriz polimérica.

Tipos de propriedades	Propriedade	Epóxida	Poliéster	Viniléster
Físicas	Densidade (kg/m^3)	1200 - 1400	1200 - 1400	1150 - 1350
	Teor de umidade(%)	0,08 - 0,15	0,15 - 0,60	0,14 - 0,30
Mecânicas	Resistência à tração (MPa)	55 - 130	34,5 - 104	73 - 81
	Módulo de elasticidade (GPa)	2,75 - 4,10	2,1 - 3,45	3,0 - 3,5
	Coeficiente de Poisson	0,38 - 0,40	0,35 - 0,39	0,36 - 0,39
Térmicas	Coeficiente de dilatação térmica($10^{-6} / ^\circ\text{C}$)	45 - 65	55 - 100	50 - 75

Fonte: Adaptado de FIB (2007).

Quimicamente, a matriz precisa resistir à alcalinidade dos poros do concreto, à umidade, aos íons cloreto e à radiação ultravioleta, fatores que podem acelerar degradação hidrolítica e oxidativa; por isso, aditivos estabilizantes e cargas minerais são frequentemente incorporados. Do ponto de vista do método dos elementos finitos, a matriz é geralmente modelada como material isotrópico linear-elástico até o limite proporcional, seguido de etapa frágil ou de dano coesivo, podendo ser incluídos modelos viscoelásticos (Modelo de *Maxwell* ou *Kelvin-Voigt*) ou visco-plásticos para representar fluência, relaxação e dependência de temperatura, sendo particularmente relevante em análises de incêndio ou serviço a longo prazo (Navarro, 2017).

A relação fibra–matriz, importante para o comportamento do compósito, normalmente é tratada com elementos de interface (*cohesive zone models*) ou critérios de degradação progressiva, enquanto o ligamento com o concreto precisa avaliar a adesão barra-concreto, cuja eficiência é afetada pelo módulo baixo da matriz e pelas forças de cisalhamento na área de transferência da carga.

Por fim, normas como a ACI 440.1R-15 (ACI, 2015), recomendam fatores de

redução para acomodar incertezas ligadas à variabilidade de propriedades da matriz, ao envelhecimento ambiental e à sensibilidade à temperatura, sublinhando a importância de ensaios físico-mecânicos, térmicos como o DSC (*Differential Scanning Calorimetry*) em português Calorimetria Exploratória Diferencial, utilizada para identificação e caracterização de polímeros, coletando dados como temperatura de transição vítrea, temperatura de fusão, temperatura de ebulição e outros. O DMA (*Dynamic Mechanical Analysis*), em português Análise Mecânica Dinâmica, também utilizado para a caracterização de materiais como polímero e outros. E por fim o TGA (Termogravimetria), sendo um método analítico comum usado na indústria para determinar as propriedades térmicas e composicionais de uma variedade de materiais. E químico-ambientais (imersão alcalina, pulverização salina, exposição UV) na completa caracterização do sistema polimérico que, em conjunto com as fibras, define o desempenho global dos elementos de concreto armado com barras de GFRP.

3.3 Barra de GFRP

Na construção civil, a escolha e aplicação de materiais exigem uma avaliação criteriosa de suas propriedades físicas e mecânicas, e isso se aplica de forma ainda mais rigorosa às barras de polímero reforçado com fibras vidro (Figura 15), utilizadas em estruturas de concreto. A necessidade de atenção redobrada decorre da ampla variabilidade dessas propriedades, que dependem de diversos fatores como o tipo de fibra e resina empregados, a orientação e a quantidade de fibras, além da qualidade do processo de fabricação.

Segundo o ACI (1996), outros aspectos também influenciam o desempenho das barras de FRP, como o tipo de carregamento aplicado, a duração da carga, bem como as condições ambientais, especialmente temperatura e umidade.

Figura 15 – Barras de fibra de vidro.

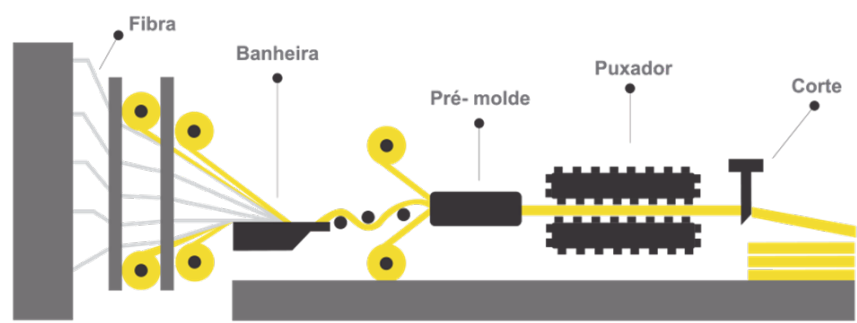


Fonte: (EngSette, 2024).

O processo de fabricação das barras de GFRP ocorre, em geral, por meio da técnica

de pultrusão, como demonstrado na Figura 16. Nesse método, as fibras de vidro contínuas são tracionadas de bobinas e guiadas por roldanas até um sistema de impregnação, onde são embebidas com uma resina previamente preparada. Em seguida, as fibras impregnadas passam por uma matriz aquecida, que molda e define a seção transversal da barra enquanto promove a cura térmica da resina. Após a cura, o material é resfriado, cortado nas dimensões desejadas e passa por inspeções de qualidade. Esse processo contínuo assegura a homogeneidade das barras, elevada resistência mecânica e boa estabilidade dimensional (Andrade, 2022).

Figura 16 – Processo de fabricação das barras de fibra de vidro.



Fonte: (Stratus, 2024).

Pode ser observado na Tabela 3 os valores característicos de algumas das principais propriedades das barras e cordoalhas de GFRP, estabelecendo uma comparação com os correspondentes elementos em aço.

Tabela 3 – Comparação de propriedades mecânicas.

	Barra de GFRP	Cordoalha de GFRP	Barra de Aço	Cordoalha de Aço
Resistência à tração (MPa)	517 - 1207	1379 - 1754	438 - 690	1379 - 1862
Tensão de escoamento(MPa)	N/A		276 - 414	1034 - 1396
Módulo de elasticidade(GPa)	41 - 55	48 -62	200	186 - 200
Alongamento máximo(mm/mm)	0,0035 - 0,05	0,03 - 0,045	> 0,10	> 0,40
Resistência à compressão(MPa)	310 - 482	N/A	276 - 414	N/A
Coefficiente de expansão térmica (10 ⁻⁶ /°C)	9,9	9,9	11,7	911,7
Massa específica(g/cm ³)	1,5 - 2,0	2,4	7,9	7,9

Fonte: Adaptado de ACI (1996).

4 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho foi baseada em uma abordagem integrada, envolvendo a realização de revisão bibliográfica, modelagem numérica utilizando o método de elementos finitos por meio de simulações computacionais através do software INSANE.

A revisão bibliográfica foi realizada visando fundamentar teoricamente o estudo. Foram abordados conceitos sobre concreto armado, barras de fibra de vidro como armadura e aplicações do método de elementos finitos na análise estrutural. A revisão buscou também determinar as propriedades mecânicas e físicas do concreto e das barras de fibra de vidro, incluindo aspectos como resistência à tração, módulo de elasticidade e comportamento à deformação, baseados na literatura e dados de trabalhos realizados.

A pesquisa foi conduzida em bases de dados científicas reconhecidas, como *Scientific Electronic Library Online* (SciELO) e *Google Scholar*, seguindo uma metodologia sistemática. Primeiramente, foram definidos os termos de busca e palavras-chave, como “concreto armado”, “barras de fibra de vidro”, “propriedades mecânicas do concreto”, “propriedades mecânicas do GFRP” e “método dos elementos finitos”, em português e inglês, buscando garantir uma abordagem abrangente.

Os critérios de inclusão dos artigos foram:

- Trabalhos com dados experimentais ou análises numéricas relacionadas às propriedades do concreto armado e ao uso de barras de fibra de vidro;
- Trabalhos com foco do estudo do GFRP;
- Publicações que exploram a aplicação do método de elementos finitos na análise estrutural de materiais.

Após a seleção, os artigos foram organizados em categorias temáticas, como propriedades mecânicas do concreto, comportamento estrutural de barras de fibra de vidro e aplicações do método de elementos finitos. Por fim, foi realizada uma discussão baseada nos artigos encontrados a fim de explanar os conceitos propostos.

A modelagem numérica foi desenvolvida considerando as propriedades mecânicas dos materiais, condições de contorno e carregamentos, viabilizando o estudo do comportamento estrutural das vigas analisadas. As simulações computacionais de vigas reforçadas com GFRP submetidas a flexão simples, realizadas no software INSANE, permitiram a possibilidade de utilizar os modelos desenvolvidos, obtendo respostas estruturais como tensões, deformações e deslocamentos a partir da análise da transferência de esforços e comportamento na interface entre o concreto e as barras de fibra de vidro.

Por fim, os resultados obtidos foram analisados e comparados ao desempenho estrutural de elementos de concreto armado com barras de fibra de vidro em relação aos sistemas convencionais com barras de aço. A análise considerou fatores como resistência,

deformabilidade e falha estrutural. A comparação foi fundamentada em dados teóricos e experimentais disponíveis, garantindo uma validação das análises realizadas e identificando possíveis divergências ou limitações.

4.1 Familiarização com o *software* INSANE

A análise de estruturas por meio do Método dos Elementos Finitos necessita da utilização de softwares específicos que ajudem a desenvolver simulações computacionais por meio de modelagem baseada nas características dos materiais dessas estruturas e seu comportamento quando submetido a diferentes tipos de esforços. Nesse sentido, o software escolhido para o desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso, como anteriormente citado, foi o INSANE, a qual se trata de um programa computacional de análises numéricas a partir de simulações utilizando o MEF.

Desenvolvido no Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG (Universidade Federal de Minas Gerais) por professores, alunos e voluntários, o sistema nasceu como um projeto de software interativo de análise estrutural para fins didáticos em matérias de graduação e pós-graduação idealizado pelo prof. Roque Pitangueira. Programado utilizando a linguagem de programação JAVA, sendo assim, se trata de um sistema desenvolvido a partir do paradigma da Programação Orientada a Objetos (POO), estruturado sobre conjuntos de classes que formam seu núcleo numérico e interage com outro conjunto de classes que fazem as funções de processar os dados inseridos e processar os resultados a partir de fórmulas matemáticas programadas no core do sistema (Castro, 2013).

Dito isso, o sistema possui alguns recursos disponíveis, sendo eles modelagem computacional dos Elementos Estruturais de Barras; Método dos Elementos de Contorno; Método dos Elementos Finitos Generalizado; Métodos sem Malha; Modelos constitutivos e Método dos Elementos Finitos (UFMG, 2016), a qual será utilizado para realizar as análises do trabalho. Outro ponto importante diz respeito a disponibilidade do programa, sendo esse um projeto desenvolvido por uma comunidade acadêmica e tendo motivações e objetivos de desenvolvimento dos estudos para entendimento das estruturas no meio acadêmico, o INSANE é caracterizado como um *software Open Source* (Código aberto), com seu código-fonte disponibilizado no repositório próprio na plataforma de controle de versões *GitLab*, o qual pode se ter acesso qualquer interessado na utilização ou no desenvolvimento e manutenção da ferramenta, bastando apenas a solicitação de acesso ao INSANE-Lab-Laboratório de Software Livre, responsável pela manutenção e desenvolvimento do *software*.

Dessa forma, a utilização do INSANE no presente trabalho não somente demonstra a aplicabilidade do Método dos Elementos Finitos como ferramenta de análise estrutural, mas também reforça a importância de softwares com esta metodologia na análise e resolução de problemas complexos na construção de estruturas. A escolha desse programa foi motivada pela sua acessibilidade, flexibilidade e integração com diferentes métodos

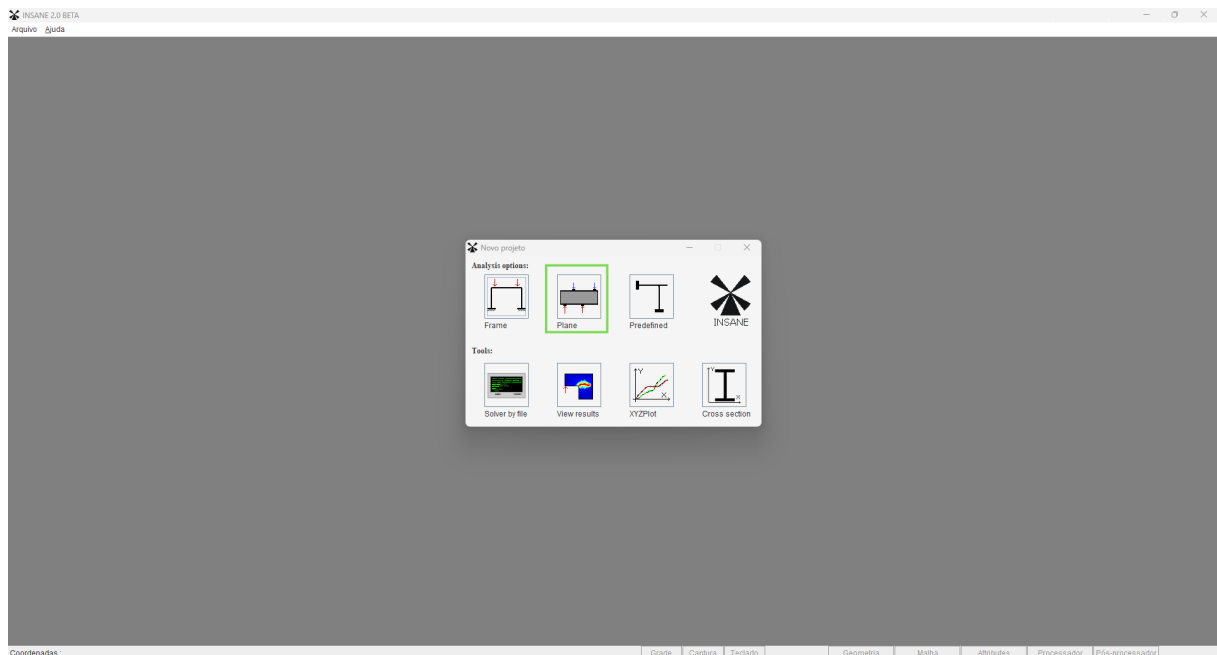
numéricos, características que garantem confiabilidade e precisão nos resultados obtidos.

4.1.1 Uso do programa e etapas das simulações

4.1.1.1 Interface inicial do programa

O desenvolvimento desta seção tem como referência o manual de utilização do ambiente gráfico de análise de modelos planos (UFMG, 2016). Ao abrir o programa, a tela inicial já explana uma interface limpa e objetiva, visto na figura 17, dando três opções de análise, como a análise de pórtico, a análise de estado plano e uma análise predefinida. Também disponibiliza ferramentas para análises já realizadas, possibilitando resolver uma simulação por meio de um arquivo XML, produzido por uma análise anterior ou iniciar um projeto do zero, visualizar os resultados de uma simulação anterior a partir de seus arquivos de saída, também no formato XML, realizar a plotagem de gráficos das análises, como o de carga-deslocamento, por exemplo, e efetuar a análise da seção transversal de um elemento. Vale ressaltar que a interface do programa não permite acessar diretamente informações detalhadas sobre os modelos já executados; esses dados permanecem armazenados nos arquivos XML gerados durante cada solução. Dessa forma, o fluxo de trabalho exige que se recorra a esses arquivos para reanalisar, interpretar ou extrair os dados relevantes de simulações anteriores, mantendo a organização e a rastreabilidade dos modelos desenvolvidos.

Figura 17 – INSANE — Tela inicial



Fonte: Elaborada pelo autor.

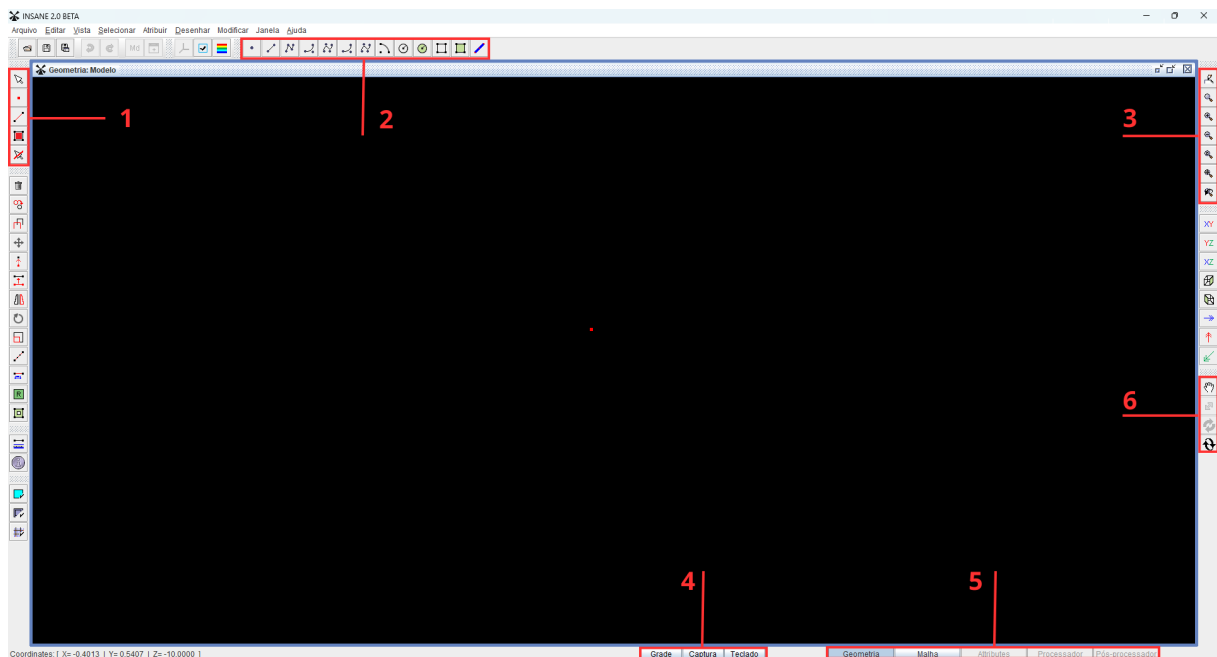
No caso do trabalho presente, as simulações foram desenvolvidas usando a análise em estado plano, dessa forma, selecionamos o segundo tipo de análise, como demonstrado

na figura 17. Após a seleção do tipo de análise, o programa abre uma aba para salvar a análise em uma pasta dedicada desejada.

4.1.1.2 Definição da geometria do plano

Composto por ferramentas de desenho e manipulação de formas, o primeiro módulo do pré-processamento da simulação observável na figura 18, definido como Módulo Geometria, possibilita que seja desenvolvido o desenho geométrico da estrutura/plano a ser analisado.

Figura 18 – Interface do módulo de definições da geometria



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com uma sequência mais direcionada ao problema do trabalho, foca-se nos seguintes conjuntos de funcionalidades:

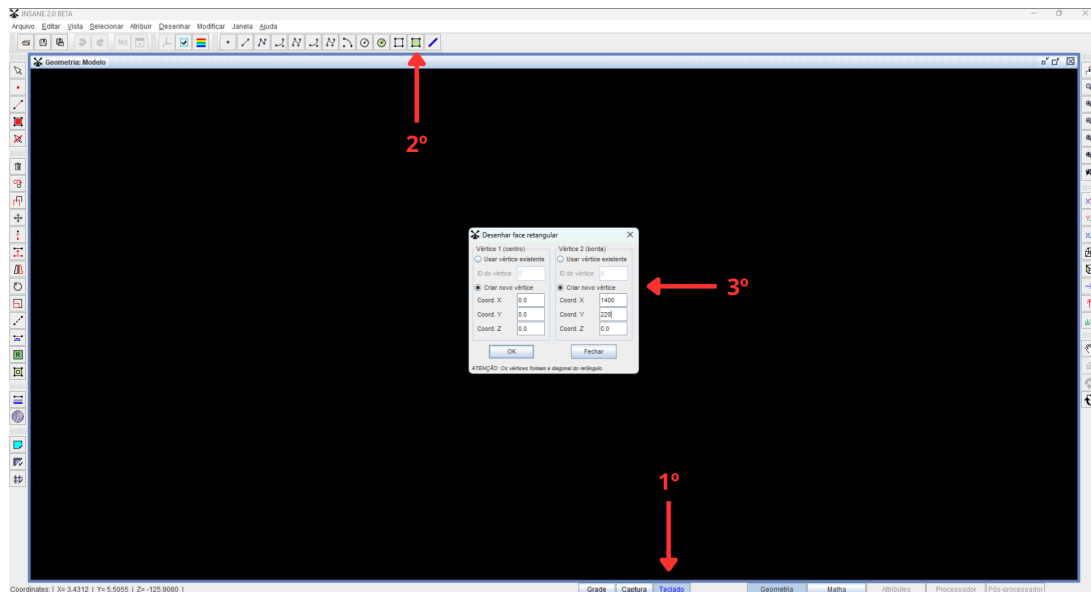
1. **Funcionalidades de seleção:** Esse conjunto de funções permite que sejam selecionados elementos diretamente na área de desenho ou por identificador, caso o recurso Teclado (4) esteja ativado. Entre as opções disponíveis, estão: o comando **Selecionar**, que permite a seleção geral de objetos. **Selecionar apenas vértice** que restringe a seleção apenas a vértices. **Selecionar apenas aresta**, voltado exclusivamente para arestas. e **Selecionar apenas região**, destinado à seleção de faces. Há ainda a ferramenta **Remover seleção**, que remove a seleção atual de todos os objetos. Complementando essas funcionalidades, o menu **Selecionar** na aba de ferramentas no topo da janela, oferece opções adicionais, como seleção por janela, seleção de todos os vértices, arestas, faces ou de todos os objetos existentes no modelo.

2. **Recursos de desenho:** A barra de geração de primitivas geométricas oferece ferramentas para a criação de elementos básicos diretamente a partir de pontos e coordenadas. Entre os recursos disponíveis estão: **Ponto**, que cria um vértice com base em suas coordenadas. **Linha**, que gera uma aresta reta entre dois vértices. e **Multilinha**, que permite a criação sequencial de arestas retas, utilizando o vértice final de uma como início da próxima. Para curvas, há opções como **Curva quadrática**, que cria uma curva quadrática do tipo *spline* com dois vértices extremos e um de controle. **Curva cúbica**, com dois vértices extremos e dois de controle. **L3 Curve**, que forma uma curva quadrática a partir de três pontos. e **L4 Curve**, que define uma curva cúbica com quatro pontos. Também estão disponíveis formas geométricas como **Arco**, que define um arco de circunferência a partir do centro e dois vértices (sentido anti-horário); **Circulo**, que gera uma circunferência a partir do centro e raio. **Região circular**, que cria uma região circular; **Retângulo** e **Região retangular**, ambos definidos por dois vértices opostos. Por fim, o comando **Agrupamento** permite agrupar arestas contínuas em uma única aresta. Todos esses recursos também estão acessíveis pelo menu **Desenhar** na aba de ferramentas superior, acompanhados de seus respectivos atalhos de teclado.
3. **Recursos de visualização:** A barra de visualização oferece recursos que permitem que seja ajustado como o modelo deve ser exibido na tela, incluindo ferramentas de zoom, mudança do plano de visualização e rotação da perspectiva. Essas funcionalidades facilitam a análise e a manipulação do modelo em diferentes ângulos e escalas. Todas essas opções também estão disponíveis no menu **Vista**. Aba (6) também faz parte da aba de visualização, entretanto, foi demonstrada separada de modo a focar nas funcionalidades utilizadas durante as simulações deste trabalho.
4. **Manipulação de coordenadas e entradas:** Essa barra disponibiliza recursos auxiliares para facilitar o desenho e a precisão na modelagem. O recurso **Grade** ativa a exibição de uma grade na área de desenho, cujas dimensões podem ser ajustadas no menu **Atribuir**, item **Grade**. A opção **Captura** permite selecionar pontos apenas nas interseções da grade, aumentando a precisão no posicionamento de elementos. Já o recurso **Teclado** ativa a entrada gráfica por meio do teclado, possibilitando maior controle na definição de coordenadas e elementos geométricos.
5. **Controle do fluxo das etapas:** A barra de controle do fluxo das etapas indica o módulo atualmente em uso, como o módulo de **Geometria**, e destaca o botão de fluxo acionável, como o **Malha**, que permite avançar para o próximo módulo do processo. Essa barra orienta a sequência lógica de etapas no ambiente de modelagem.

Explicado as ferramentas disponíveis, tomam-se os processos da simulação. Nesse primeiro módulo, como já dito, o objetivo é a definição da geometria, a figura 19 demonstra

os passos a serem seguidos.

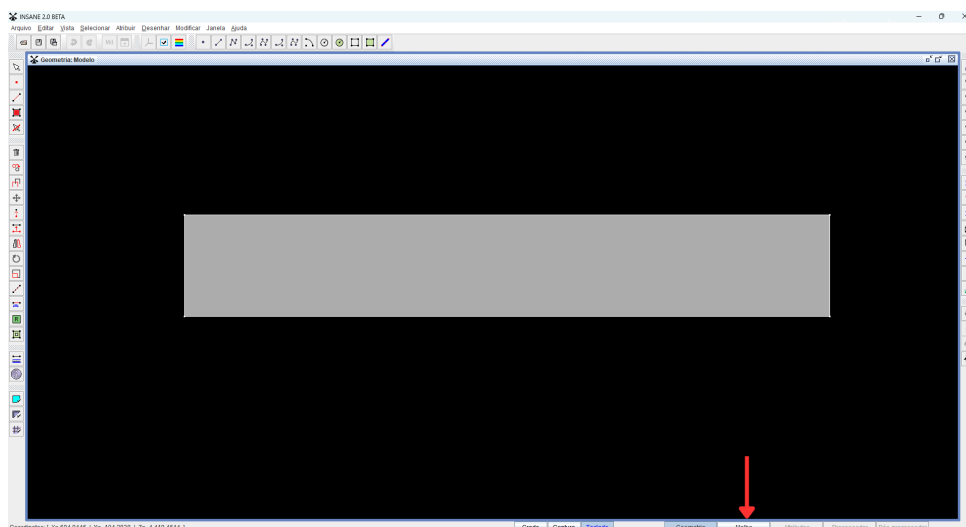
Figura 19 – 1ª Etapa da simulação — Definição da geometria.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Desse modo, o primeiro passo, para facilitar a manipulação dos elementos, ativa-se a funcionalidade Teclado (4), permitindo a inserção de dados numericamente; O segundo passo é a seleção da ferramenta Região retangular (2), que a partir de sua seleção, é aberto uma aba para a inserção das coordenadas desejadas para a criação da geometria, levando ao terceiro e último passo, a qual se pode selecionar vértices existentes ou criar novos vértices, o qual é o caso do trabalho. Inserido as coordenadas (vale ressaltar que as coordenadas são definidas em milímetro) e dando *OK*, obtém-se o resultado em desenho da geometria desejada, como pode ser observado na Figura 20.

Figura 20 – Resultado do desenho geométrico do plano.



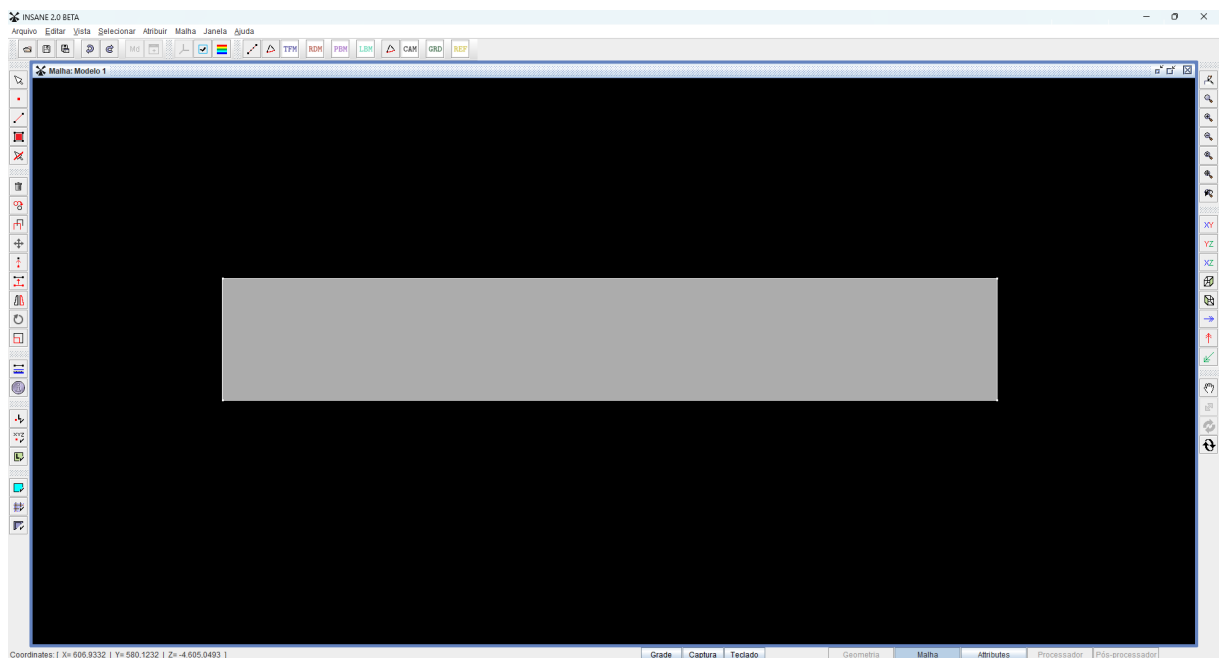
Fonte: Elaborada pelo autor.

Com a geometria do plano desenvolvida, o próximo passo se dá pela seleção do módulo malha.

4.1.1.3 Desenvolvimento da malha de análise do MEF

O segundo módulo, definido como Módulo Malha, ilustrado na Figura 21, é constituído não apenas por ferramentas de seleção, edição e visualização, mas também por funcionalidades específicas para a geração de malhas. É nesse módulo que se realiza a discretização da geometria do modelo em análise. Na versão atual do sistema, estão disponíveis as seguintes técnicas de geração de malha: Mapeamento Transfinito (*Transfinite Mapping-TFM*), Geração Nodal Aleatória (*Random Mesh-RDM*), Malha Baseada em Ponto (*Point Based Mesh-PBM*), Malha Baseada em Linha (*Line Based Mesh-LBM*), Malha Assimétrica Concentrada (*Concentrated Asymetric Mesh-CAM*) e Malha Baseada em Grade (*Grid Based Mesh-GRD*). Dentre essas, a primeira corresponde a uma técnica de mapeamento da fronteira, também será a escolhida para as simulações desenvolvidas no trabalho, enquanto as demais são classificadas como técnicas de decomposição de domínio.

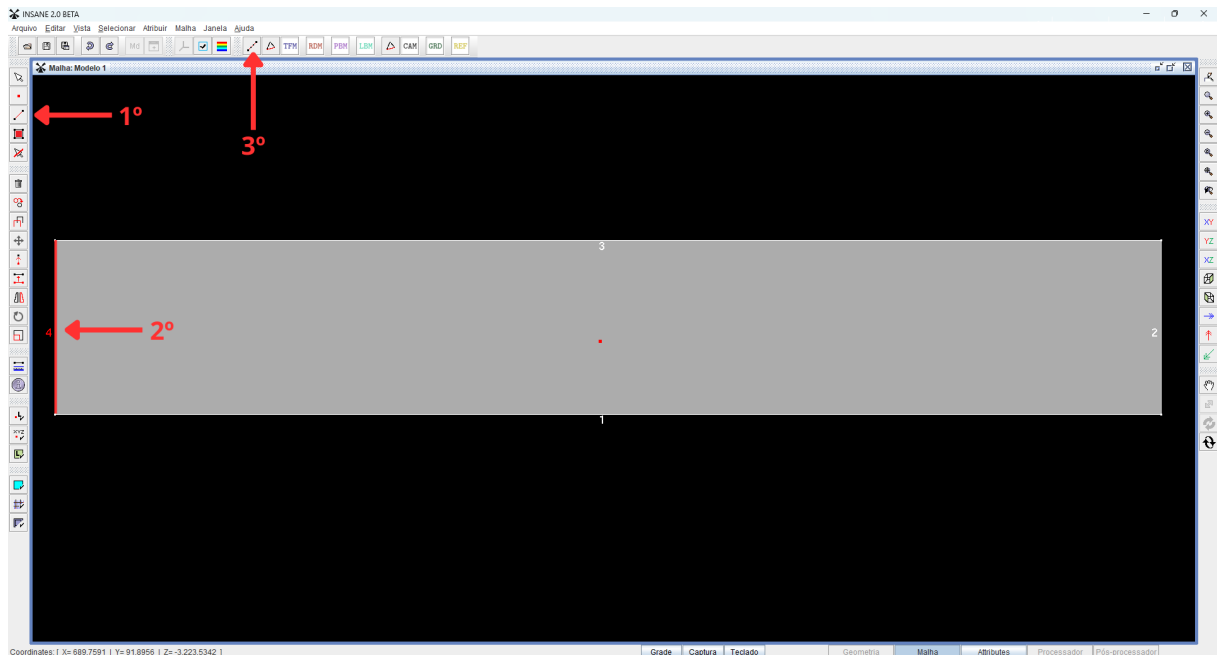
Figura 21 – Interface do módulo de definições de malha.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Dessa forma, o processo de discretização é desenvolvido primeiramente com a definição de quantas partes cada face será dividida para a criação da malha. Essa etapa é fundamental, ao influenciar diretamente na densidade e na qualidade da malha gerada, afetando a precisão dos resultados da simulação. A partir dessa definição, o sistema aplica a técnica de geração de malha escolhida, posicionando os nós e conectando-os para formar os elementos finitos que compõem o domínio discreto. Os passos necessários podem ser observados na Figura 22.

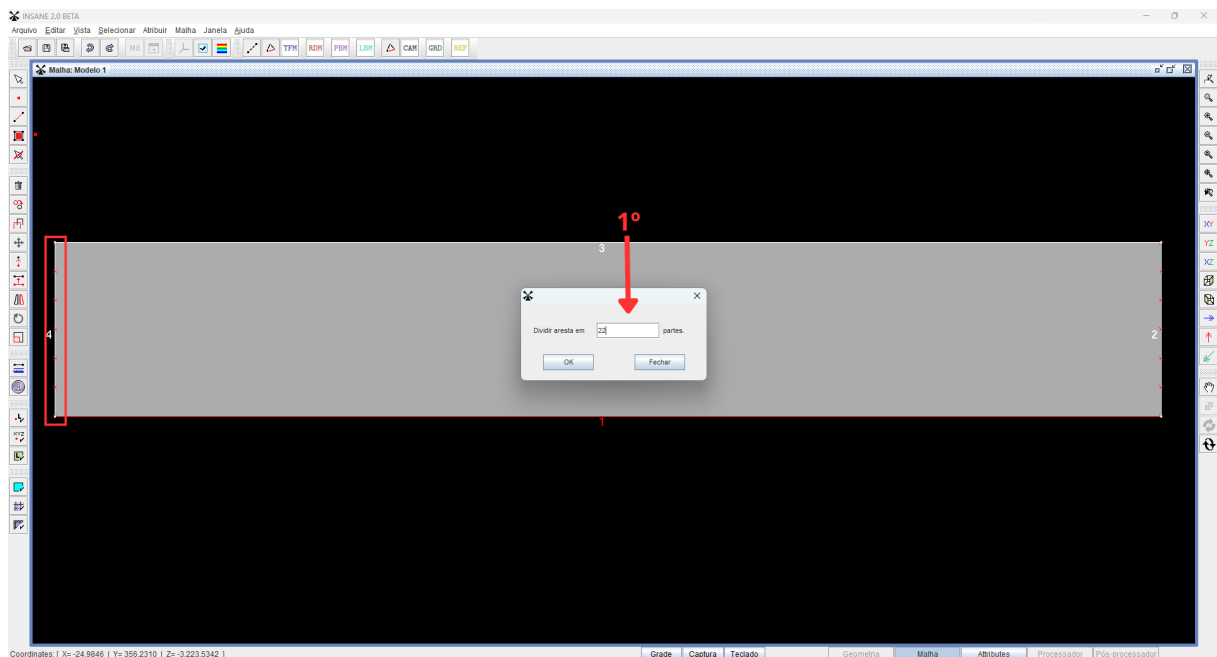
Figura 22 – 2ª Etapa da simulação — Definição da malha.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Inicia-se pela seleção da ferramenta **Selecionar apenas aresta** para selecionar as arestas desejadas. Nesse caso, as arestas 1 e 4 serão selecionadas. Com as arestas desejadas selecionadas, então usa-se a ferramenta de **Dividir em N partes** na aba de recursos de definição de malha, o que abrirá a janela de geração de malha isoparamétrica, conforme a Figura 23.

Figura 23 – 2ª Etapa da definição da malha.

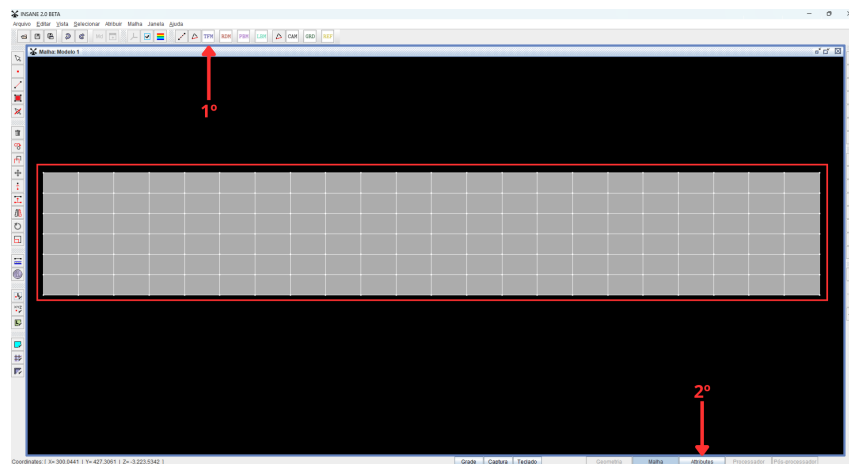


Fonte: Elaborada pelo autor.

Como observado na Figura 23, para a geometria em questão, primeiro é feita a divisão de uma das arestas selecionadas, depois da outra. Nesse caso a configuração de divisão da aresta (4), como observado no detalhe da figura, foi definido como uma divisão de 6 partes, resultando em partes de 36,67 mm. Já para a aresta (1), foi definido uma divisão de 22 pontos, resultando em partes de 63,64 mm, desse modo, a malha é caracterizada como $36,67 \times 63,64$.

Para finalizar o desenvolvimento da malha, seleciona-se a ferramenta *Transfinte Mapping-TFM*, também na aba de recursos de definição de malha, obtendo o resultado observado na Figura 24. Após a definição da malha, obtendo uma malha satisfatória desejada, seleciona-se no controle de fluxo o módulo de definição de atributos (2).

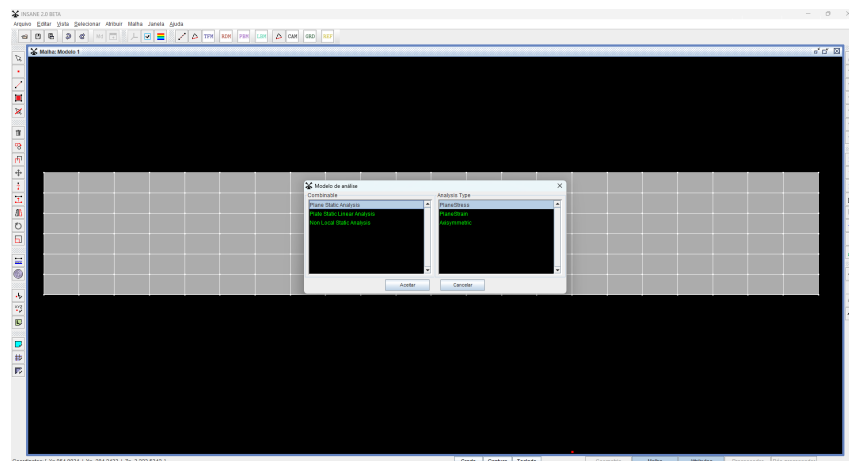
Figura 24 – Resultado da definição de malha.



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.1.1.4 Definição dos atributos

Figura 25 – Janela de seleção de modelo de análise.



Fonte: Elaborada pelo autor.

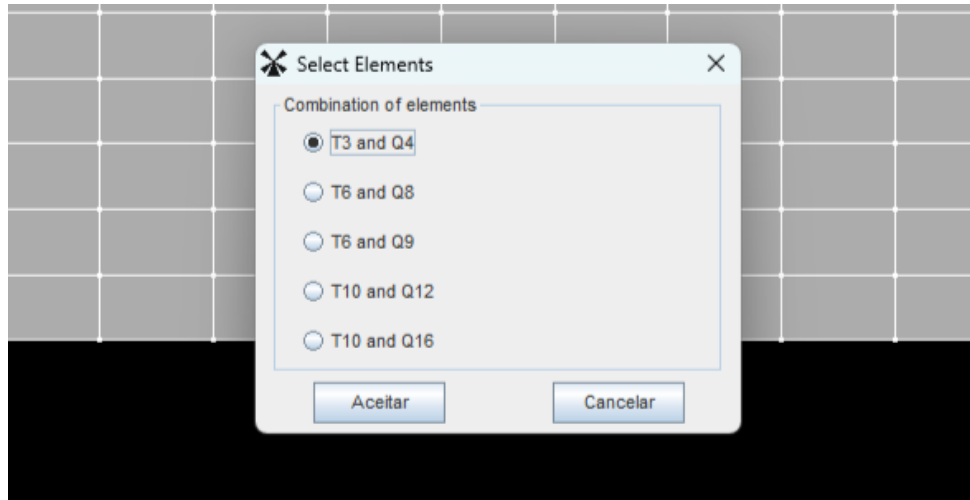
No caso de análise em duas dimensões, deve-se optar entre diferentes tipos de análises estáticas, segundo as características do problema a ser modelado. Quando o carregamento atua no próprio plano da geometria, estão disponíveis as opções de análise em *Estado Plano de Tensão*, *Estado Plano de Deformação* e *Sólido Axisimétrico*. Cada uma dessas abordagens se aplica a situações específicas: o Estado Plano de Tensão é indicado para estruturas delgadas submetidas a esforços predominantemente no plano, como chapas metálicas (Zienkiewicz; Taylor, 2005; Cook *et al.*, 2002); o Estado Plano de Deformação é mais adequado para estruturas espessas onde a deformação fora do plano é desprezível, como barragens ou fundações profundas (Zienkiewicz; Taylor, 2005); e a modelagem como Sólido Axisimétrico é utilizada para geometrias e carregamentos com simetria em torno de um eixo (Bathe, 1996).

Por outro lado, quando o carregamento atua perpendicularmente ao plano da estrutura — como lajes e placas — aplica-se a análise estática linear segundo a teoria de placas de Reissner-Mindlin. Essa teoria considera os efeitos de flexão moderada, incluindo a deformação por cisalhamento transversal, o que a torna mais precisa que a teoria clássica de placas de Kirchhoff, especialmente em placas espessas (Reddy, 2006; Zienkiewicz; Taylor, 2005). A escolha correta entre esses modelos é essencial para garantir a fidelidade dos resultados numéricos em relação ao comportamento físico real da estrutura analisada (Hughes, 2000). Na análise dessa geometria foi definida como análise estática plana, no estado plano de tensão.

Após a escolha do modelo de análise, o usuário precisa definir os elementos finitos a partir de uma janela de seleção de elementos, como pode ser observado na imagem 26. O sistema dispõe dos elementos T e Q para elementos triangulares e quadrilaterais, sendo dispostos nos seguintes:

- T3 e Q4
- T6 e Q8
- T6 e Q9
- T10 e Q12
- T10 e Q16

Figura 26 – Janela de seleção do elemento finito.

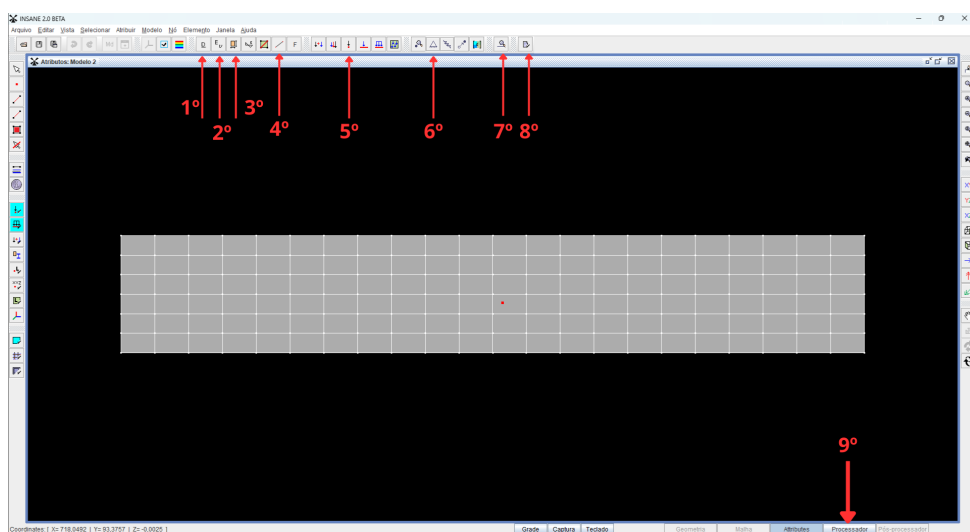


Fonte: Elaborada pelo autor.

No caso das simulações desse trabalho, escolhe-se o primeiro elemento Q4, observado na Figura 26. Definido o elemento, passa-se ao módulo de definição e desenvolvimento dos atributos do elemento, como o modelo constitutivo, materiais, seções e outros.

O módulo de definição de atributos é um módulo comutativo, isso que dizer que pode ser iniciadas diversas entradas com configuração de informações diferentes, a depender da necessidade. Partindo disso, observa-se na Figura 27 a interface do módulo atributos, sendo padronizado como os outros, com a aba de ferramentas de seleção, a aba de ferramentas de entrada de dados, a aba de visualização e a aba de definição dos atributos da simulação.

Figura 27 – 3ª Etapa da simulação — Definindo os atributos do elemento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesta interface, são destacadas, em ordem de acionamento, as ferramentas utilizadas no desenvolvimento das análises do trabalho, sendo elas:

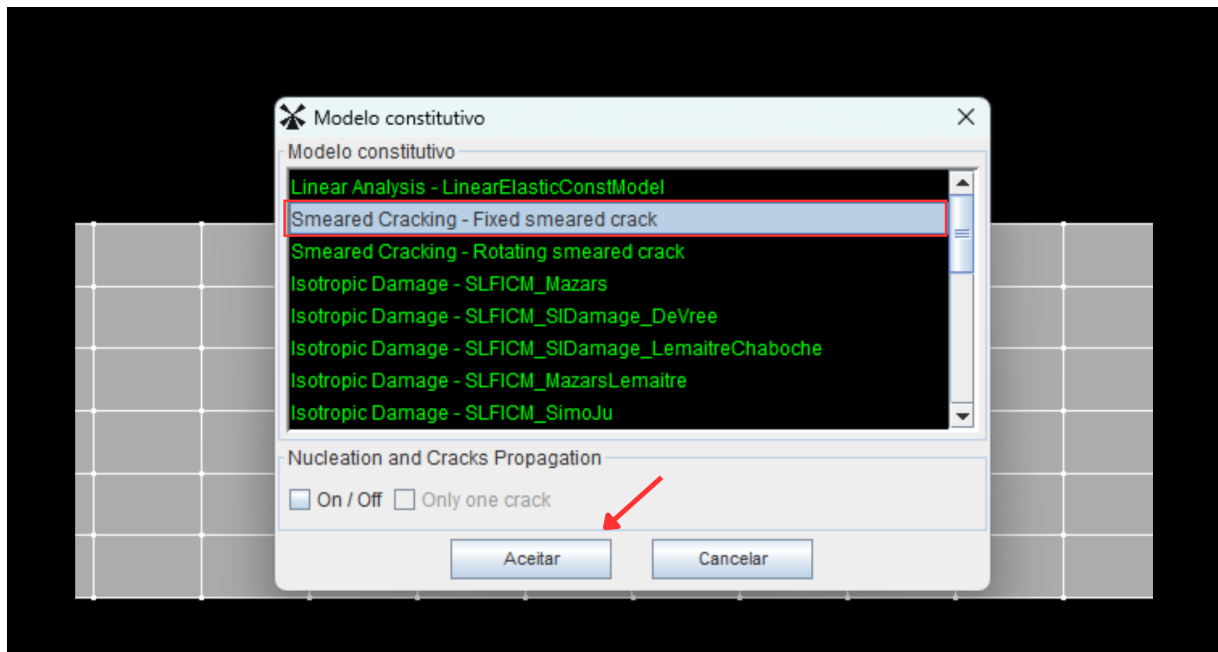
4.1.1.4.1 Definição do modelo constitutivo

No Módulo Atributos, a escolha do modelo constitutivo possibilita que a geometria discretizada, já com suas degenerações e condições de contorno definidas, seja submetida a diferentes comportamentos mecânicos. Para isso, é necessário apenas selecionar o modelo constitutivo e os materiais correspondentes, considerando que os parâmetros de materiais disponíveis variam conforme o modelo adotado. Uma vez definido o modelo constitutivo, o sistema gera automaticamente um material com parâmetros padrão e o vincula à degeneração criada.

No caso específico de análises com carregamento perpendicular ao plano — como nas simulações de placas —, a definição do modelo constitutivo não é disponibilizada. Nessa situação, o programa adota automaticamente o modelo linear elástico, e essa opção é ocultada da interface para manter a coerência com a formulação da análise.

Nas análises do trabalho, é definido como modelo constitutivo o segundo modelo, a qual trata de Modelo de Fissuração Distribuída com Direção Fixa (Smeared cracking — fixed smeared crack), como observado na Figura 28.

Figura 28 – 1ª Etapa da definição dos atributos — Definição do modelo constitutivo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

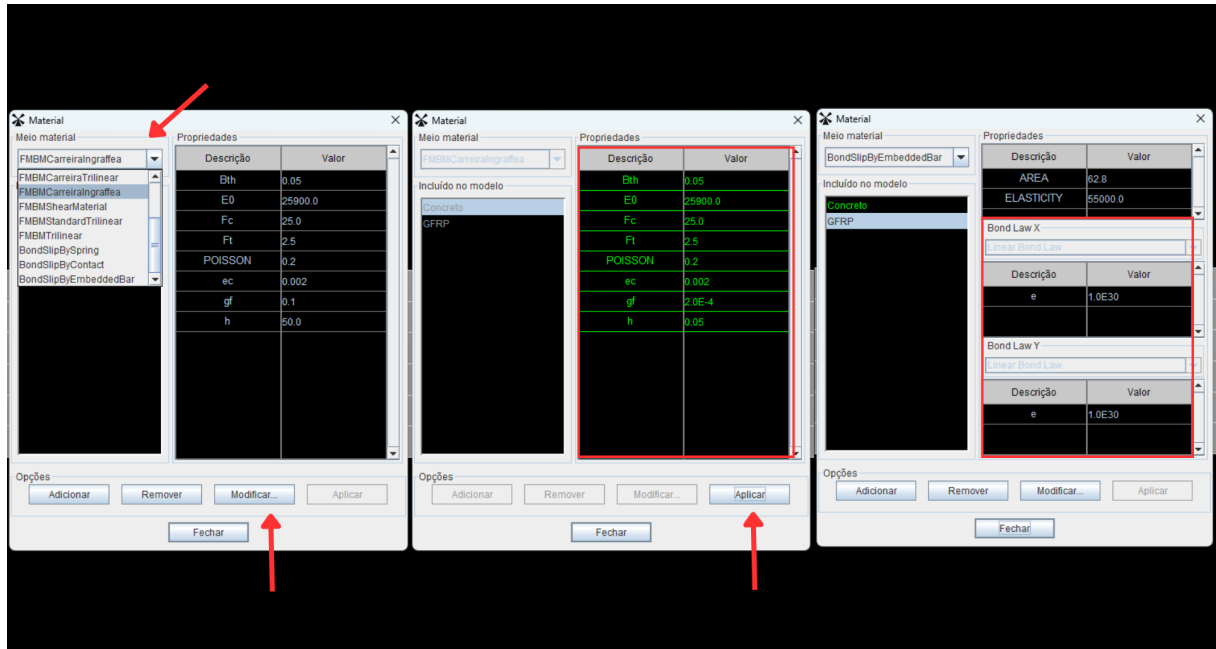
Com o modelo constitutivo atribuído, o próximo passo do processo é a criação e configuração dos materiais.

4.1.1.4.2 Criação e configuração de materiais

Conforme mencionado anteriormente, os tipos de materiais disponíveis para a modelagem são determinados pelo modelo constitutivo selecionado. Dessa forma, o acesso

à janela de criação de materiais é condicionado à prévia definição do modelo constitutivo. A Figura 29 ilustra essa interface, na qual são exibidos apenas os tipos de materiais compatíveis com os modelos de fissuras distribuídas.

Figura 29 – Janela de definição e configuração dos materiais.



Fonte: Elaborada pelo autor.

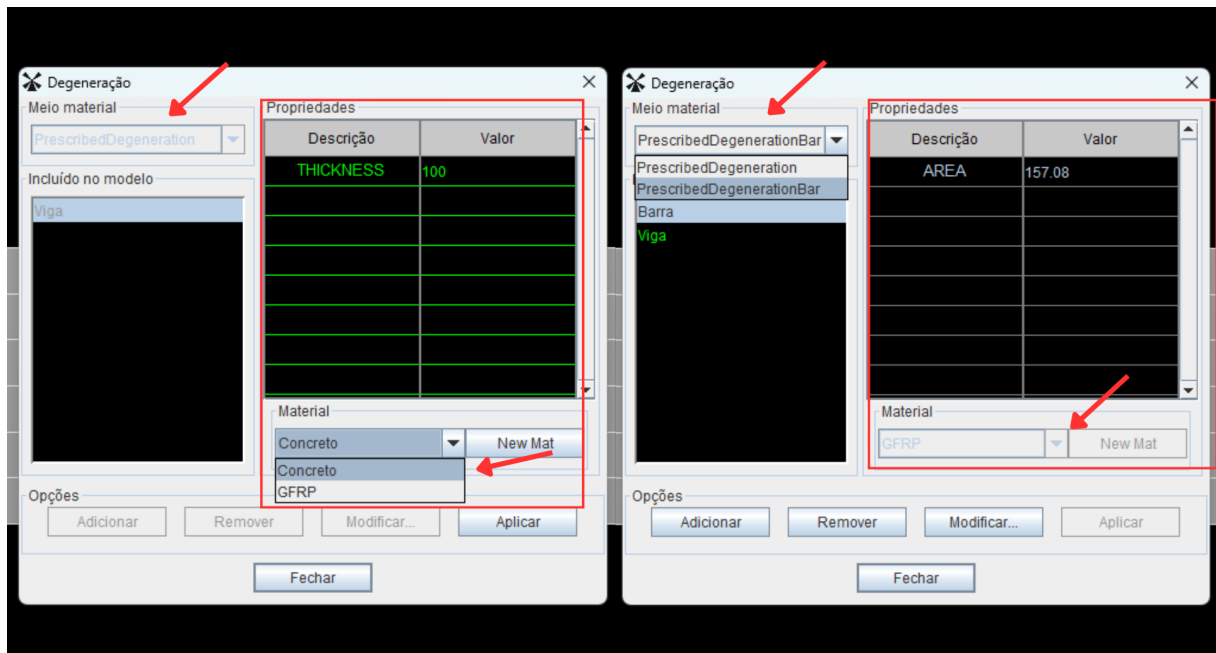
A criação de um material inicia-se com a seleção do tipo desejado na caixa de definição do meio material. Em seguida, deve-se acionar o botão “Adicionar” para inserir um novo material. Após a atribuição de um nome, os parâmetros correspondentes são especificados no painel de propriedades. Finalizada essa etapa, o botão “Aplicar” deve ser acionado para confirmar a criação. O material inserido pode ser posteriormente modificado ou excluído por meio dos botões específicos disponíveis na interface. Esse diálogo também apresenta um painel de listagem dos materiais já definidos no modelo, permitindo que, ao selecionar um item, sejam exibidos seu tipo e seus respectivos parâmetros. Dessa forma, para as análises realizadas no trabalho, no caso a armadura de GFRP, são definidos os dados para o concreto e para a barra.

Com os materiais definidos e configurados, passamos ao próximo passo do desenvolvimento da simulação, sendo esse a definição das seções, ou degenerações.

4.1.1.4.3 Definição das degenerações

A criação de uma degeneração no sistema segue uma metodologia semelhante à utilizada para a definição de materiais. Utilizando a interface demonstrada na Figura 30, inicia-se o processo selecionando o tipo de degeneração a ser implementado. Em seguida, ao acionar o botão “Adicionar”, é possível nomear a nova degeneração e configurar suas propriedades específicas no painel de edição.

Figura 30 – Janela de definição das degenerações dos elementos.



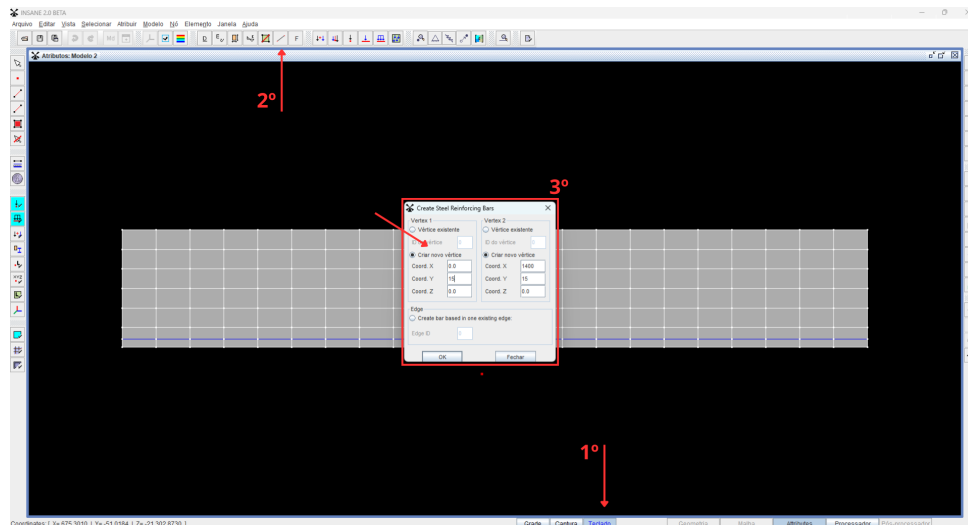
Esse painel disponibiliza campos ajustáveis que possibilitam que seja configurado o comportamento estrutural associado à degeneração, conforme as exigências do modelo em análise. Para concluir o processo e registrar a degeneração no sistema, deve-se acionar o botão “Aplicar”. A interface também oferece recursos adicionais para o gerenciamento das degenerações cadastradas, permitindo sua edição ou exclusão por meio de comandos dedicados como o “Modificar” e o “Excluir”, o que proporciona maior flexibilidade e controle durante a etapa de modelagem.

A Figura 30 ilustra, ainda, o procedimento de associação de um material à degeneração, ação realizada no momento da definição de suas propriedades. A interface de criação de degenerações conta também com um painel dedicado à visualização das degenerações previamente inseridas no modelo. Ao selecionar uma delas, são automaticamente exibidos o tipo correspondente e os parâmetros definidos, o que facilita o acompanhamento, a conferência e eventuais ajustes nas configurações estabelecidas.

4.1.1.4.4 Criação das barras

Com as definições e configurações de modelos de análise, materiais e seções de degeneração realizadas, o passo seguinte é a inserção das armaduras no elemento, utilizando a ferramenta da aba de definição de atributos, *Create steel reinforcing bar* (Criar barra de reforço de aço), que, apesar do nome, pode-se inserir, como na análise, barras com características definidas, sendo essas características de material e seção, atribuídas em um passo demonstrado mais a frente. O passo para a inserção das barras pode ser observado na Figura 31.

Figura 31 – Inserção de barras de armaduras no elemento.



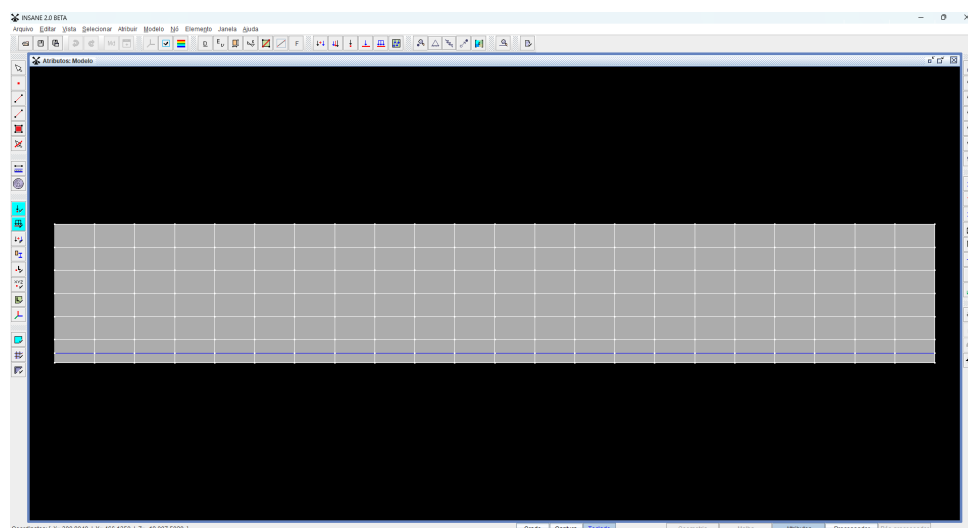
Fonte: Elaborada pelo autor.

Inicialmente, aciona-se a ferramenta de teclado, para facilitar a inserção dos dados de coordenada, e então aciona-se a ferramenta de criação da barra, o que fará com que uma janela de inserção de dados seja aberta, semelhante à janela de criação da geometria anteriormente explanada.

Desse modo, é disponibilizada a possibilidade de criar a barra a partir de vértices já existentes. Criar novos vértices, como no caso em questão, em que se insere as coordenadas no eixo x e y, a fim de não criar a barra em arestas da malha, o que pode acarretar problemáticas na análise da simulação. Há ainda a possibilidade de criar a barra a partir de uma face existente.

Ao clicar em “OK”, a barra é inserida se destacando na cor azul, o resultado pode ser observado na Figura 32.

Figura 32 – Barra inserida no modelo.



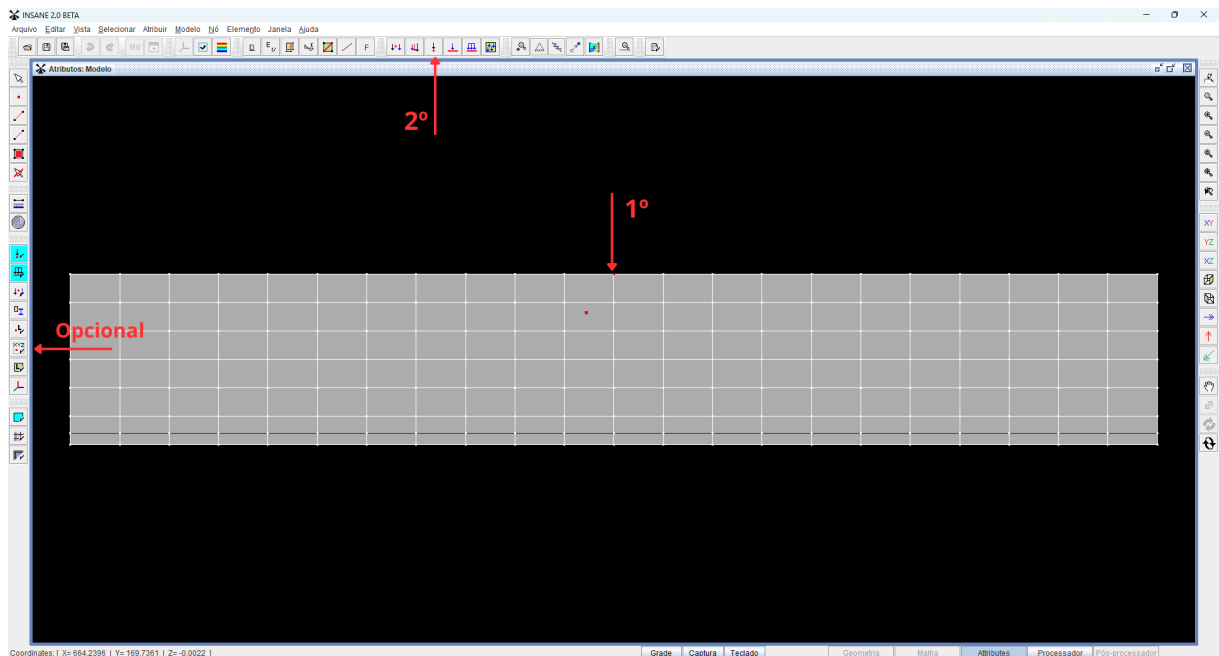
Fonte: Elaborada pelo autor.

Com as barras devidamente inseridas no modelo, o próximo passo do processo é a inserção de cargas no elemento.

4.1.1.4.5 Inserção de cargas no elemento.

O INSANE conta com 6 ferramentas dedicadas a aplicação de cargas nos elementos a serem analisados, desde combinações de carregamentos até aplicação de cargas em área de elementos planos. No caso da análise em questão, utiliza-se a aplicação de carga pontual, aplicada em um nó. As etapas para a criação e aplicação da carga pode ser observado nas imagens 33 e 34.

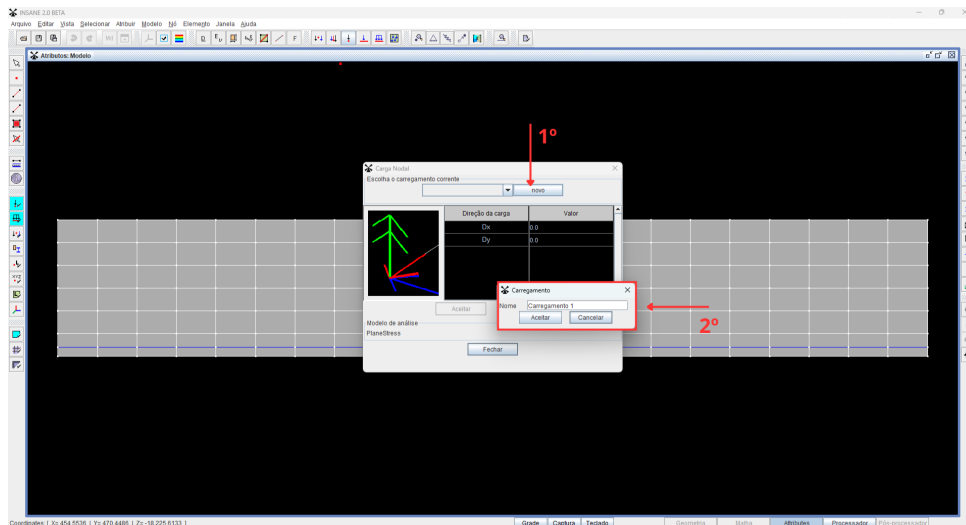
Figura 33 – Etapas para inserção de carga no elemento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como observador na imagem 33, deve-se selecionar o nó que deseja aplicar a carga, caso contrário a carga será aplicada em todos os nós da estrutura. No caso em estudo, a carga foi aplicada exatamente no centro do elemento, no nó 700. Opcionalmente, sendo também disponibilizado, na aba de seleção de recursos de edição ao lado esquerdo, a ferramenta **Mostrar coordenadas dos nós**, que facilita o encontro do ponto exato desejado. Na figura abaixo (34), já com as etapas anteriores realizadas, é disponibilizada uma janela de definição e configuração das cargas.

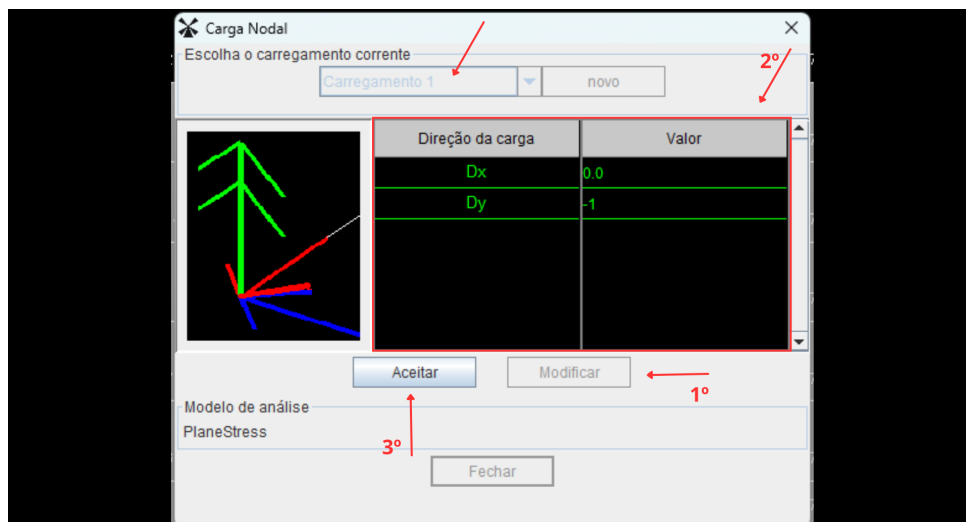
Figura 34 – Janela de criação de carga.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Esta janela, como supracitado, permite-se a criação/edição e definição de carga num ponto desejado. Inicia-se criando um novo carregamento no botão “novo”, ou a seleção de uma carga já existente.

Figura 35 – Definição de valores e configuração da carga.

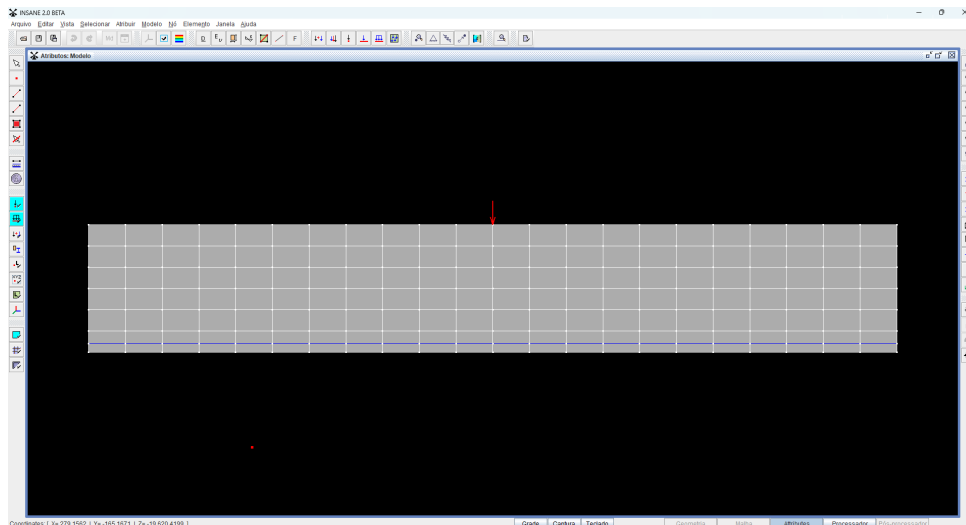


Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao acionar o botão “Modificar”, possibilita-se definir os valores dos componentes da carga, os quais são especificados segundo os graus de liberdade existentes nos nós. Após o preenchimento dos valores desejados, é necessário confirmar a operação por meio do botão de aceite, concluindo assim a aplicação da carga ao modelo.

Ao finalizar a definição das cargas desejadas, e fechar a janela de carga nodal, observa-se o resultado gráfico da carga inserida no elemento, como ilustrado na Figura (36).

Figura 36 – Carga pontual inserida no elemento.



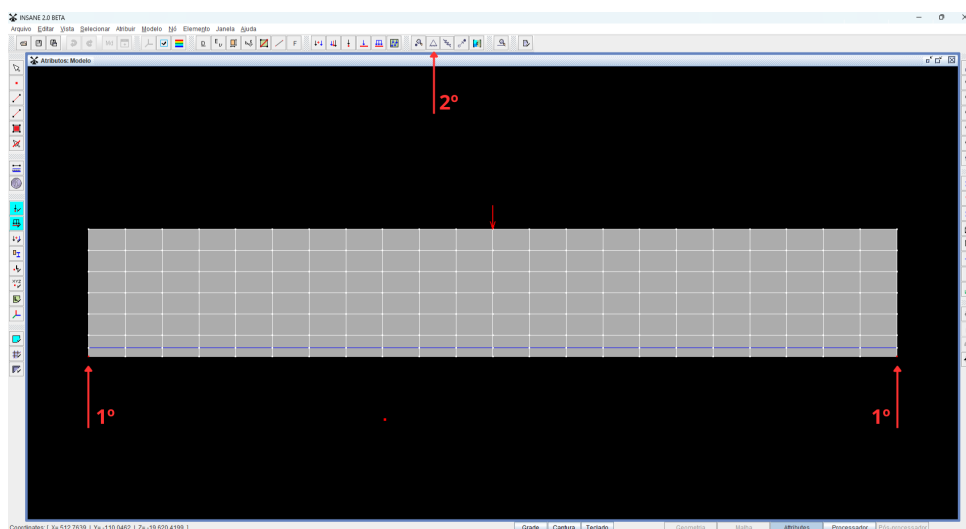
Fonte: Elaborada pelo autor.

Com as cargas inseridas, o próximo passo do processo se dá pela definição dos apoios do elemento.

4.1.1.4.6 Definição das restrições ao deslocamento do elemento

Nesse caso, por se tratar de uma viga submetida à flexão em três pontos, as restrições serão aplicadas em 2 pontos, sendo esses os nós extremos inferiores do elemento. Observam-se as etapas de definição desses apoios nas imagens.

Figura 37 – Etapas para definição de restrições de deslocamento nodais.

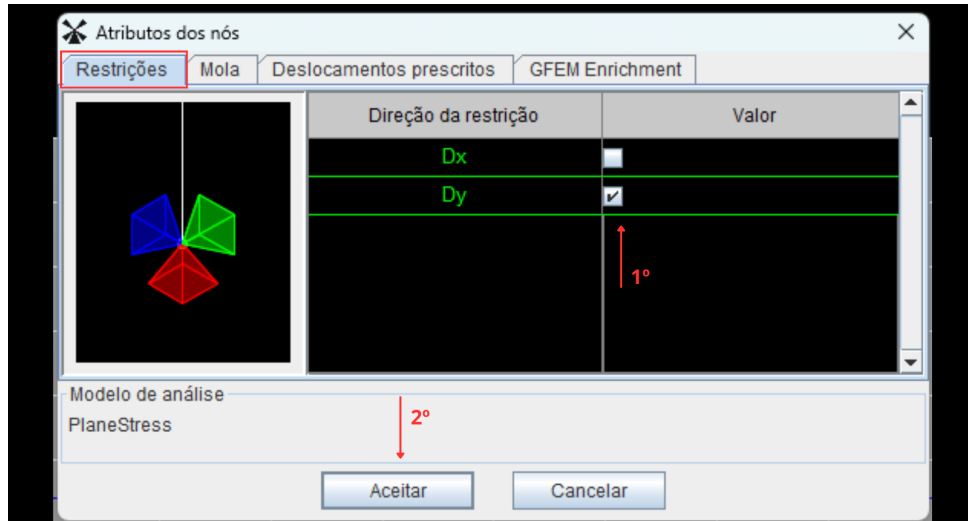


Fonte: Elaborada pelo autor.

No primeiro caso, por se tratar da restrição de deslocamento no eixo y, seleciona-se os dois nós correspondentes. De outra forma, como o nó da esquerda está restringido

também no eixo x, repetem-se as etapas da Figura 37 somente para este nó. Abaixo são ilustradas as etapas de definição e configuração dessas restrições nos nós.

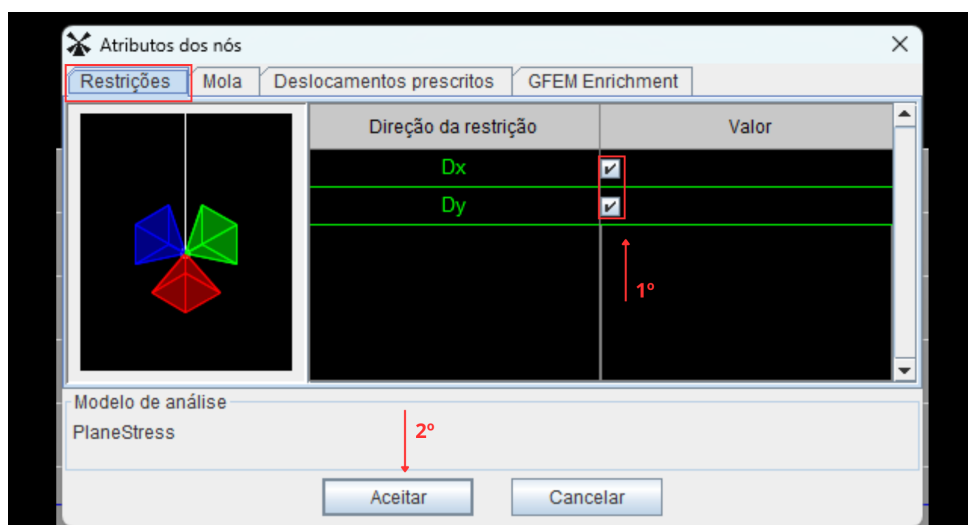
Figura 38 – Definição de restrição de deslocamento em y.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O processo para definição dessas restrições é muito simples e intuitivo. Inicialmente deve-se verificar na janela de atribuição de nós, se a janela de restrições está habilitada, haja visto que o INSANE dispõe de quatro tipos de atribuições nodais, como pode ser observado na Figura 38. Tendo verificado isso, pode ser definido na caixa de escolha na coluna “Valor” o eixo que deseja restringir, sendo o primeiro caso, o eixo y para os nós, após essa escolha, finaliza-se esse processo aceitando as modificações.

Figura 39 – Definição de restrição de deslocamento em x.

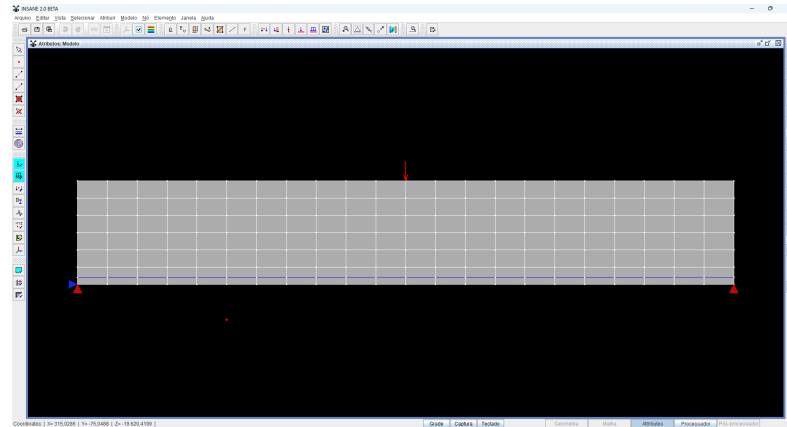


Fonte: Elaborada pelo autor.

O mesmo ocorre para a imagem 39, com o ponto de observação que o nó será restringido nos dois eixos. Como no passo anterior, teria sido configurado essa restrição, nesse passo precisará selecionar somente a restrição faltante desejada.

Abaixo, pode ser observado o resultado gráfico das restrições de deslocamento inseridas.

Figura 40 – Restrições de deslocamento



Fonte: Elaborada pelo autor.

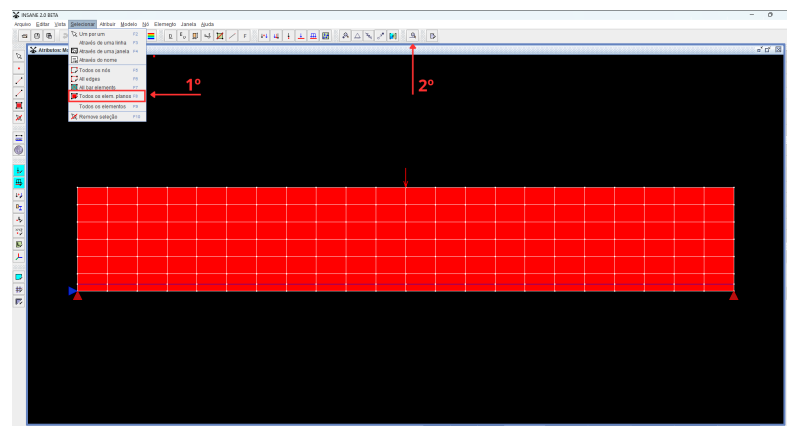
Como passo final dessa etapa da análise, aplicam-se os atributos dos elementos, nesse caso as degenerações que configuram também os materiais.

4.1.1.4.7 Definição dos atributos dos elementos

A etapa de atribuição de uma degeneração aos elementos do modelo inicia-se com a seleção dos elementos desejados. Caso nenhum elemento seja selecionado, a degeneração será aplicada automaticamente a todos os elementos da malha. Em seguida, por meio da janela ilustrada na Figura 42, deve-se escolher uma das degenerações previamente definidas, conforme o procedimento ilustrado na Figura 30. Após a seleção, basta selecionar o botão “OK” para concluir a atribuição.

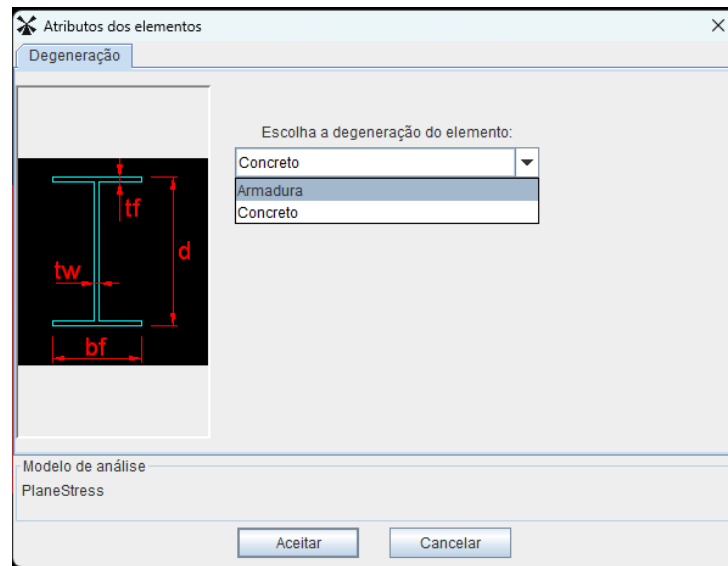
Para a primeira atribuição, foi escolhida a atribuição do concreto, a qual está sendo ilustrada nas Figuras 41 e 42.

Figura 41 – 1ª Etapa de atribuição dos elementos



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 42 – Janela de atribuição dos elementos



Fonte: Elaborada pelo autor.

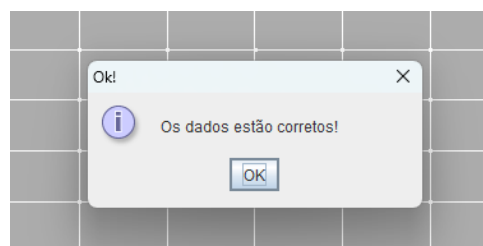
Desse modo, o primeiro passo é a seleção dos elementos que receberá a atribuição, nesse caso, será os elementos planos. Essa seleção pode ser realizada de duas formas, a primeira e mais prática se dá pela seleção por atalho, no caso, o atalho **F8**, a qual se refere a **seleção de todos os elementos planos**. A outra forma se dá pela seleção dessa mesma ferramenta, pela aba de ferramentas de **Selecionar** no topo da tela.

Com os elementos selecionados, observado pela cor vermelha, deve-se então acionar a ferramenta **Atribuição dos elementos**, que abrirá a janela de atribuição ilustrada na imagem 42. Dessa forma, poderá ser escolhido qual tipo de degeneração será aplicado no elemento. Após a escolha, deve-se realizar o aceite no botão “Aceitar”. Esse processo não gera resultados gráficos.

Para a atribuição da degeneração da barra, o processo é o mesmo, com a diferença do atalho de seleção de elementos de barra, que se dá pelo atalho **F7** ou também pela aba de ferramentas **Selecionar**, na ferramenta **Selecionar todos os elementos de barra**.

Com todas as especificidades do elemento definidas, poderá ser conferido se está tudo devidamente atribuído acionando a ferramenta **Verificar a consistência dos dados**, fazendo isso, poderá se conferir o resultado OK conforme imagem abaixo:

Figura 43 – Verificação de consistência dos dados.

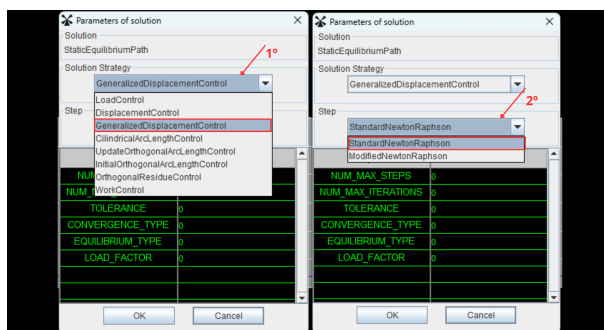


Fonte: Elaborada pelo autor.

4.1.1.4.8 Definição da solução do modelo

Ao finalizar as atribuições, poderá então ir para o módulo de processamento, definido como Módulo Processador, acionando o botão “Processador” na aba de fluxo da análise. Esse botão executa o comando responsável por iniciar o processamento da análise. Como a verificação de consistência dos dados já foi realizada previamente conforme a figura 43, a ativação do comando abre o diálogo apresentado na figura 44, no qual são definidos os parâmetros da solução. Nesse ambiente, pode-se configurar aspectos como o processo incremental-iterativo, o método de controle adotado e seus respectivos parâmetros, quando aplicáveis ao tipo de análise selecionada.

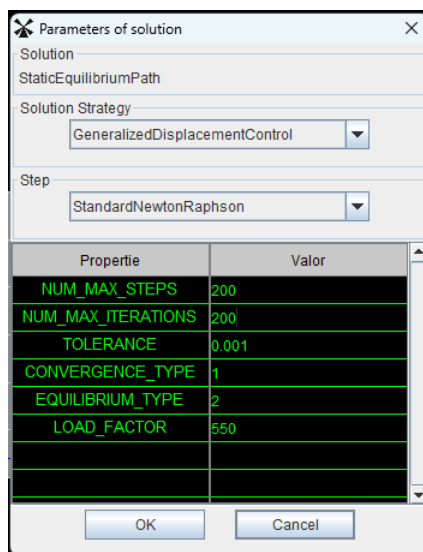
Figura 44 – Janela de configuração dos parâmetros da solução



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como visto na imagem acima, para a análise do trabalho, adotou-se como estratégia de solução o modelo de controle generalizado de deslocamento e para os passos definiu-se com o padrão Newton-Raphson. Com essas configurações definidas, realiza-se a inserção dos parâmetros, conforme a figura 45.

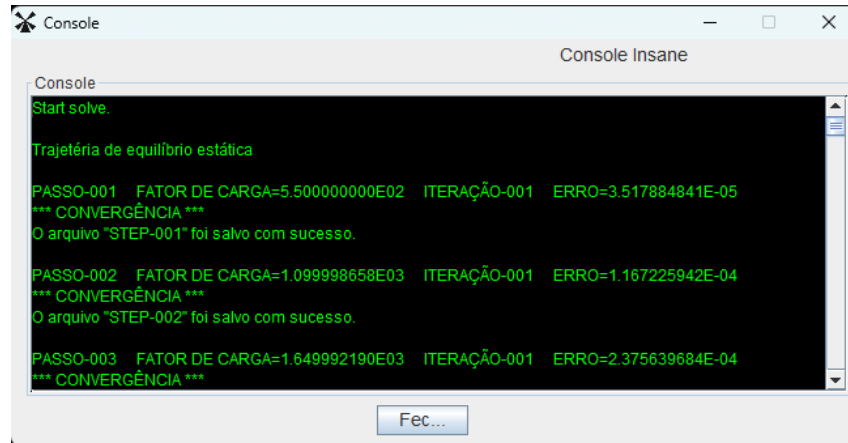
Figura 45 – Parâmetros da solução de processamento



Fonte: Elaborada pelo autor.

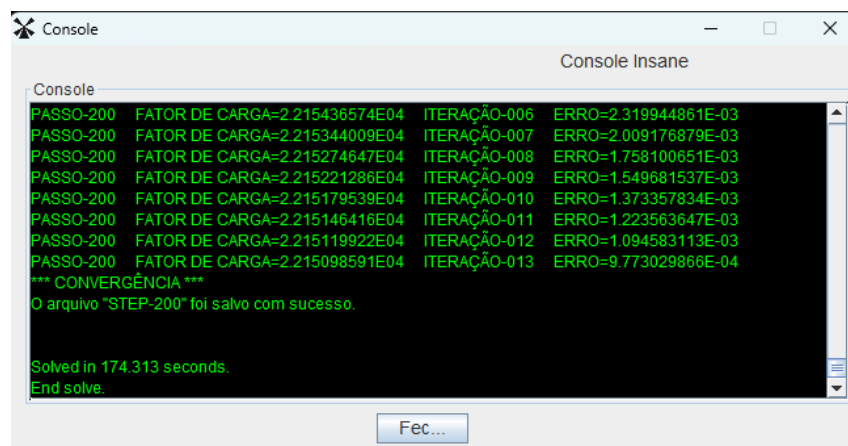
Ao aceitar a definição dos parâmetros, é automaticamente iniciada a simulação observável nas imagens abaixo.

Figura 46 – Início do processamento da solução



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 47 – Final do processamento da solução



Fonte: Elaborada pelo autor.

No console, pode ser acessado informações detalhadas sobre o progresso da análise, como o número do passe, o fator de carga aplicado (em Newtons), o número de iterações realizadas e os valores de erro associados a cada etapa. Esses dados permitem monitorar em tempo real o comportamento da solução ao longo do processo incremental-iterativo. Além disso, o console exibe mensagens de status e alerta de não convergência.

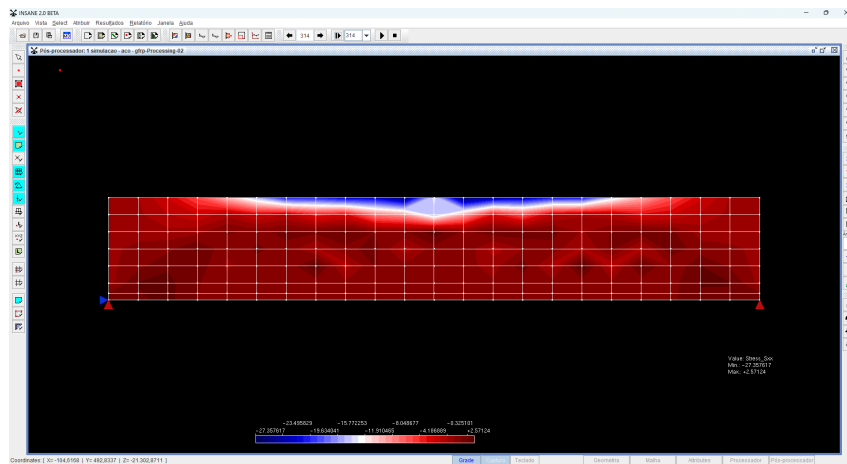
Dessa forma, pode-se acompanhar de forma precisa o desenvolvimento da simulação até atingir a convergência ou identificar a necessidade de ajustes nos parâmetros da análise.

O processamento da análise representa apenas a execução de um fluxo definido, não impedindo o retorno às etapas de pré-processamento sempre que necessário. A cada nova execução, é criado automaticamente um subdiretório nomeado como *Processing-XX* dentro do diretório especificado no início do programa, onde são armazenados os arquivos de entrada e saída da análise. Esses arquivos, gerados em formato XML pelo

núcleo numérico, permitem a posterior recuperação dos dados e o reaproveitamento das simulações realizadas.

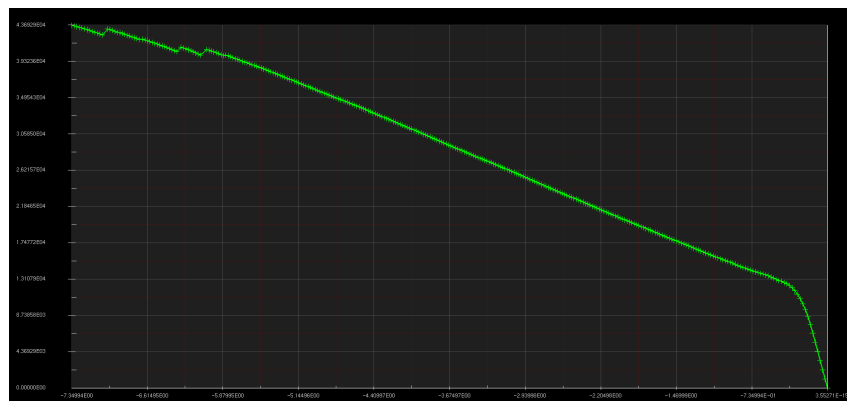
Após a conclusão do processamento, a barra de status habilita o botão “Pós-Processador”, o qual executa o comando responsável por carregar os arquivos XML contendo os resultados de todas as etapas da análise. Esses dados alimentam o ambiente de pós-processamento, observado na Figura 49, possibilitando a visualização, exploração e interpretação dos resultados obtidos. Alguns exemplos de possíveis resultados pode ser observado nas imagens 48 e 49.

Figura 48 – Tensão σ_{xx} no ambiente de pós-processamento.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 49 – Fator de carga (N) x Deslocamento (mm).



Fonte: Elaborada pelo autor.

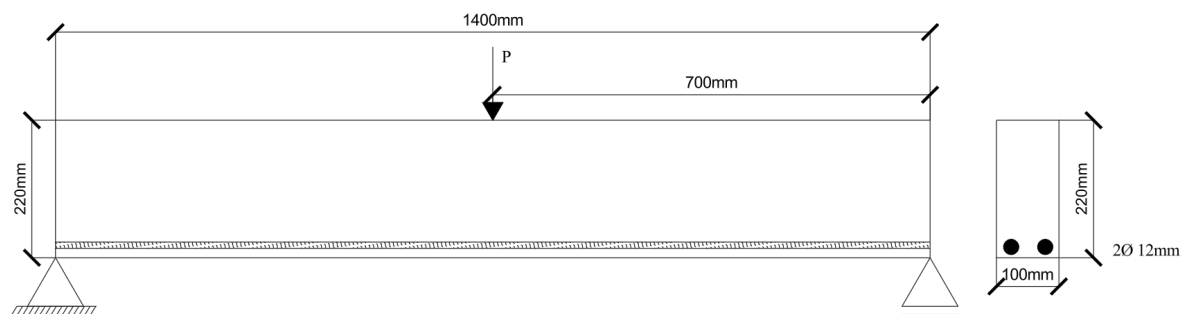
5 DESENVOLVIMENTO DAS MODELAGENS NUMÉRICAS

O presente capítulo descreve o processo de desenvolvimento das modelagens numéricas utilizadas neste trabalho, com foco na representação computacional dos elementos estruturais e dos materiais empregados. A partir da definição dos parâmetros geométricos, das propriedades físicas e mecânicas dos materiais, bem como das condições de contorno e carregamentos, foram elaborados os modelos que subsidiaram as análises numéricas. Além disso, são apresentados os procedimentos adotados na discretização das estruturas, a escolha dos elementos finitos, os critérios de convergência e as etapas de validação e refinamento dos modelos, de modo a garantir a fidelidade das simulações ao comportamento real dos sistemas analisados.

As simulações realizadas foram baseadas em outros modelos numéricos e ensaios experimentais, tentando reproduzir os resultados, a fim de confirmar as especificidades dessas situações.

5.1 Viga submetida a flexão em três pontos.

Figura 50 – Viga submetida à flexão em três pontos.

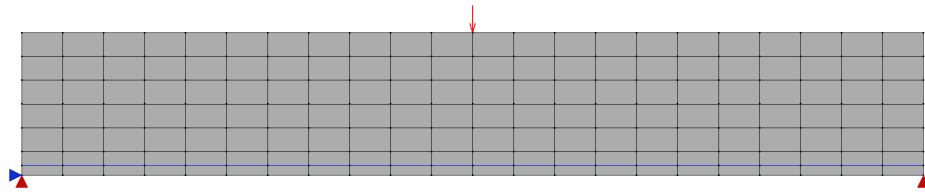


Fonte: Adaptado de Mazars e Pijaudier-Cabot (1989).

Nesta seção, apresenta-se a modelagem numérica de uma viga submetida à flexão em três pontos, ilustrada na Figura 50, uma configuração clássica utilizada para avaliar o comportamento mecânico de elementos estruturais. A simulação tem como principal objetivo analisar a resposta da viga sob carregamento pontual, permitindo a extração de parâmetros fundamentais como a relação tensão-deformação e o gráfico carga-deslocamento e comparar aos ensaios experimentais do trabalho de Mazars e Pijaudier-Cabot (1989).

A escolha desse ensaio se justifica por sua capacidade de evidenciar os efeitos da flexão simples e de fornecer subsídios para a avaliação da rigidez, resistência e ductilidade do modelo numérico empregado. As características geométricas, propriedades dos materiais e demais condições de contorno serão descritas posteriormente, à medida que forem definidas.

Figura 51 – Modelo para simulação.



Fonte: Adaptada de Reges, Pitangueira e Silva (2022).

Para essa simulação, adotou-se os dados experimentais do material ensaiado por Mazars e Pijaudier-Cabot (1989), sendo esses dados os para a simulação do elemento de concreto armado com as barras tradicionais de aço, os dados podem ser observados na tabela 4.

Tabela 4 – Dados do ensaio experimental de Mazars e Pijaudier-Cabot (1989) e adotado por Reges, Pitangueira e Silva (2022).

Módulo de Elasticidade do Concreto	$E = 30.000 \text{ MPa}$
Coefficiente de Poisson do Concreto	$\nu = 0,2$
Módulo de Elasticidade do Aço	$E = 210.000 \text{ MPa}$

Fonte: Adaptado de Reges, Pitangueira e Silva (2022).

Para as barras de GFRP, o que mudou em relação aos dados experimentais, inicialmente, foi somente o Módulo de Elasticidade do GFRP = 55.000 MPa, definida na Tabela 3.

A simulação da viga submetida a flexão em 3 pontos foi baseada no trabalho de Reges, Pitangueira e Silva (2022) para a obtenção dos resultados da simulação com barras de aço, dessa forma, a viga foi modelada utilizando 132 elementos retangulares no estado plano de tensões, sendo esses 22 de armadura embutida. Na definição do material, definiu-se para o concreto, o modelo de fissuração distribuída com lei tensão-deformação apresentada por Carreira e Chu (1985), sendo adotado com os parâmetros apresentados na Tabela 5 e para o aço foi adotado o modelo linear-elástico.

Tabela 5 – Parâmetros do modelo constitutivos de fissuração

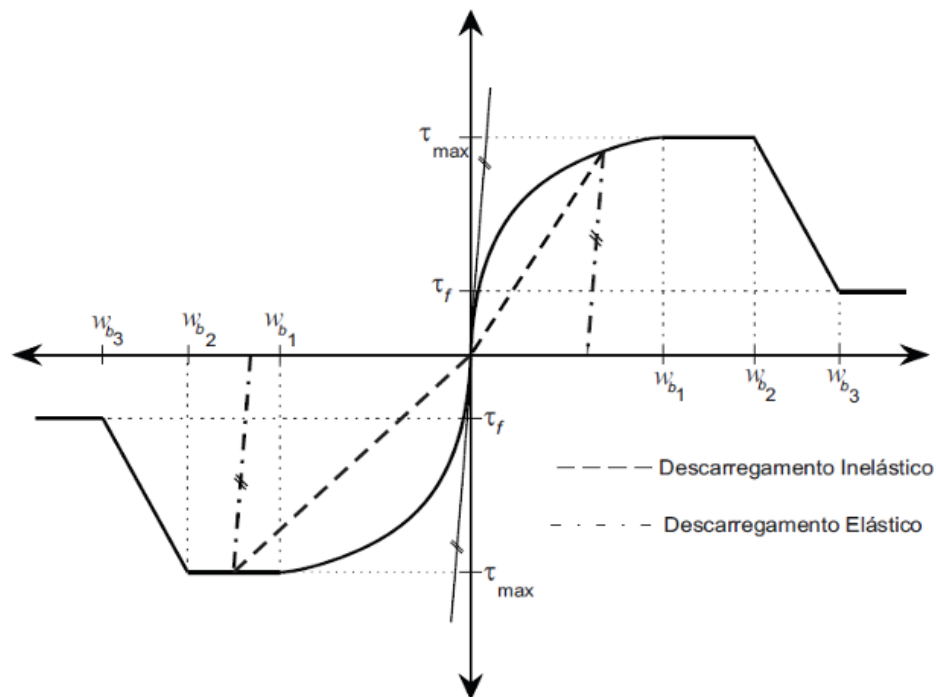
Tração		Compressão	
f_t	$2,5 \text{ N/mm}^2$	f_c	$25,0 \text{ N/mm}^2$
G_f	$0,1 \text{ N/mm}$	ν	0,02
h	50mm	β_r	0,05

Fonte: Adaptado de Reges, Pitangueira e Silva (2022).

Em se tratando de uma análise não linear, foram definidas como estratégia de solução o controle de deslocamento generalizado e como método de solução numérica o Newton-Raphson padrão. Para as propriedades dos parâmetros da solução, foi adotado

um fator de carga de 1100, e como consequência obteve-se maior espaçamento entre os pontos do gráfico, o que gera uma melhor visualização dos resultados, uma tolerância de 1×10^{-3} e carga de referência de 1 N. Na representação da armadura, foi adotado o modelo de armadura embutida. Para a perda de aderência, foi adotado a lei tensão de aderência-escorregamento apresentada por Eligehausen, Popov e Bertero (1982), demonstrada na Figura 52, juntamente com a lei de Boone e Ingraffea (1987), podendo ser observados os parâmetros na tabela abaixo.

Figura 52 – Lei constitutiva proposta por Eligehausen; Popov; Bertero.



Fonte: (Castro, 2013).

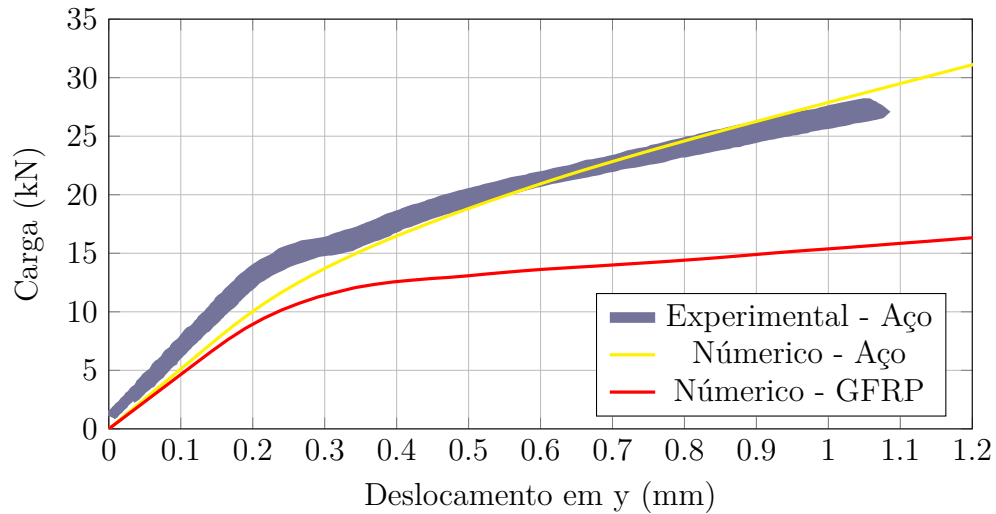
Tabela 6 – Parâmetros para a aderência.

Parâmetros	
w_{b1}	0,5 mm
w_{b2}	1,0 mm
w_{b3}	5,0 mm
α	0,4
τ_{max}	22 MPa
τ_f	9 MPa

Fonte: Adaptado de Reges, Pitangueira e Silva (2022).

Com os dados adotados, foi possível desenvolver as simulações a quais os resultados são demonstrados abaixo. Para as trajetórias de equilíbrio referentes ao deslocamento vertical no ponto de aplicação da carga são apresentadas na Figura 53.

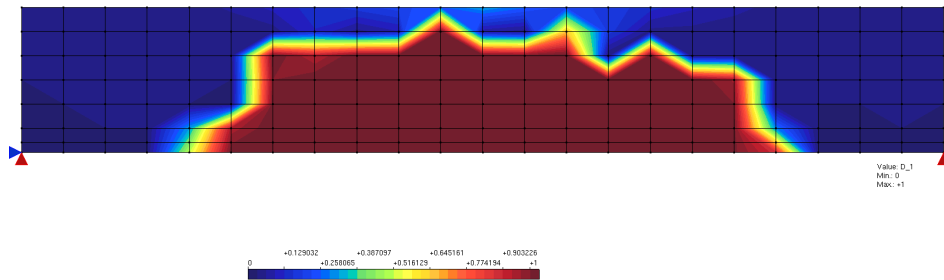
Figura 53 – Deslocamento vertical da viga no ponto de aplicação da carga (mm).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Compara-se os resultados do modelo de GFRP, tanto com o modelo de aço desenvolvido por Reges, Pitangueira e Silva (2022), quanto o ensaio experimental desenvolvido por Mazars e Pijaudier-Cabot (1989), tendo o modelo de aço e o experimental, boa concordância, enquanto o modelo de GFRP demonstra sua característica elástico-frágil, deformando mais com menor carga.

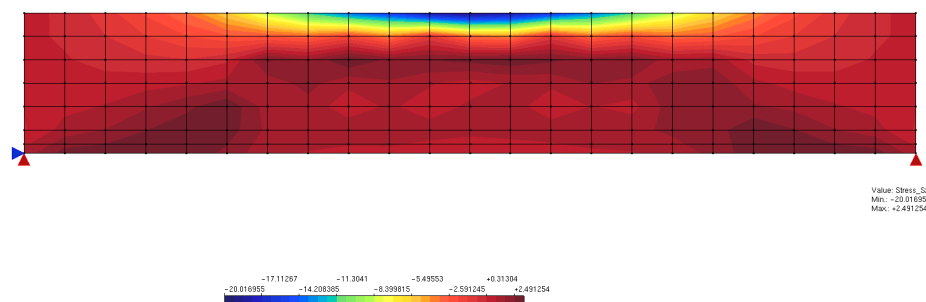
Figura 54 – Mapeamento de dano para o modelo (Passo 114; $P=12,54$ kN).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 54, observa-se que as regiões com valores elevados da variável de dano D_1 - a variável de dano indica a danificação do material. Se 0, íntegro; se 1, totalmente danificado-, próximas de 1, localizam-se predominantemente na parte central da estrutura, coincidindo com as zonas onde se concentram os esforços de tração, demonstrado na Figura 55. Essa correspondência entre as áreas mais danificadas e as regiões de maior solicitação na armadura está conforme o comportamento esperado para elementos de concreto armado, evidenciando a consistência da modelagem numérica adotada e a fidelidade do modelo de dano empregado na simulação.

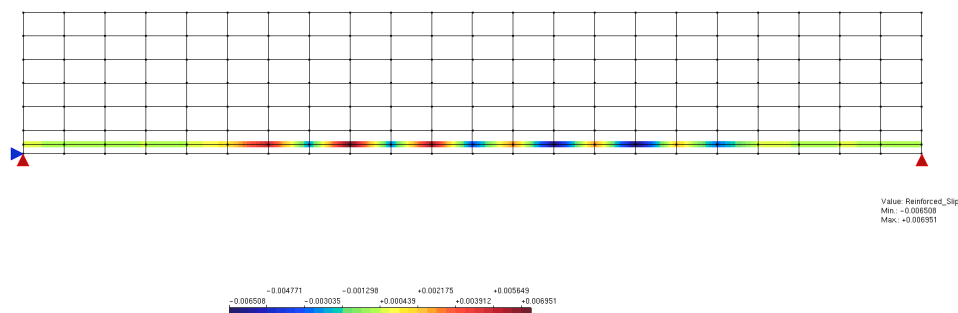
Figura 55 – Mapeamento de dano para o modelo (Passo 114; $P=12,54$ kN).



Fonte: Elaborada pelo autor.

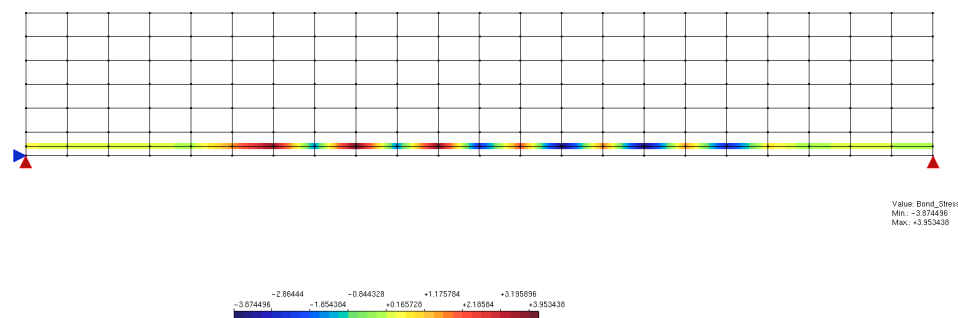
Para o escorregamento da armadura e tensão de aderência, observa-se nas Figuras 56 e 57, para uma carga próximo a 15 kN, os resultados obtidos. Para o escorregamento máximo, foi atingido um valor de aproximadamente 6,9 mm na região central. Ao compararmos com os resultados obtidos da tensão de aderência, compreende-se que ocorre maior deslizamento na região a qual se encontra maior tensão. Outro ponto é que o maior valor da tensão de aderência atingido foi de 3,95 MPa, o que fica bem abaixo da tensão máxima definida de 22,0 MPa.

Figura 56 – Escorregamento da barra (Passo 114; $P=12,54$ kN).



Fonte: Elaborada pelo autor.

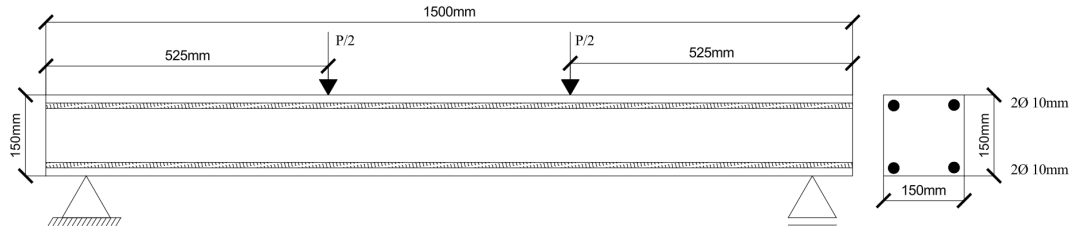
Figura 57 – Tensão de aderência (Passo 114; $P=12,54$ kN).



Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2 Viga submetida a flexão em quatro pontos.

Figura 58 – Viga do modelo experimental definida por Carneiro, Silva e Teixeira (2021).

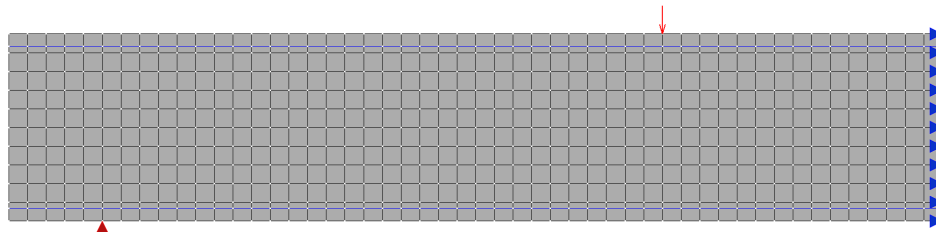


Fonte: Adaptada de Carneiro, Silva e Teixeira (2021).

A modelagem numérica da viga submetida à flexão em quatro pontos tem por finalidade avaliar o comportamento estrutural sob flexão pura, característica dessa configuração de ensaio. A presença de uma região central com momento fletor constante e esforço cortante nulo facilita a análise dos efeitos da flexão sobre o elemento, permitindo a obtenção precisa de parâmetros como, por exemplo, curvas tensão-deformação e carga-deslocamento.

Além disso, essa abordagem reduz as interferências causadas por tensões de cisalhamento, favorecendo uma avaliação mais acurada da rigidez e da capacidade resistente do modelo.

Figura 59 – Modelo para simulação



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para a presente simulação, adotou-se os dados experimentais obtidos do estudo desenvolvido por Carneiro, Silva e Teixeira (2021) e pelas simulações realizadas por Silva (2022), sendo os dados referentes ao elemento de concreto armado com GFRP. Dessa forma, optou-se por modelar somente metade da viga, aproveitando sua característica de simetria.

Para a comparação com o elemento de concreto armado com o aço, foram utilizadas os dados anteriormente dispostos na Seção 5.1. Os dados podem ser observados na Tabela 7.

Durante as simulações, houve a necessidade de calibragem dos parâmetros para obter resultados satisfatórios ou convergir a simulação, devido ao modo de análise utilizada por Silva (2022). Dessa forma, se fez necessário o desenvolvimento da curva de tração do concreto de forma numérica.

Tabela 7 – Dados do ensaio experimental de Carneiro, Silva e Teixeira (2021) e adotado por Silva (2022).

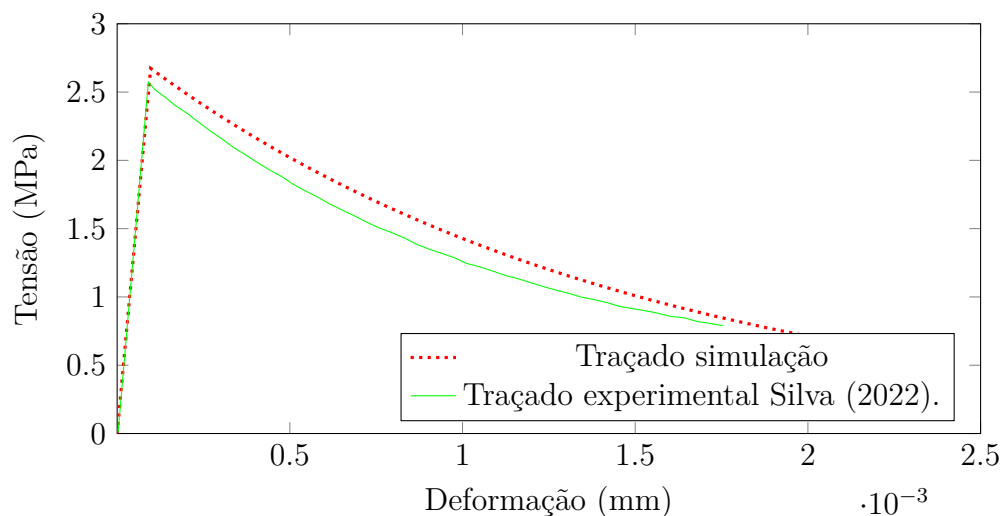
Módulo de Elasticidade do Concreto	$E = 25.900 \text{ MPa}$
Coefficiente de Poisson do Concreto	$\nu = 0,2$
Módulo de Elasticidade do Aço	$E = 210.000 \text{ MPa}$

Fonte: Adaptado de Silva (2022).

Com as equações desenvolvidas na Seção 2.10, foi possível traçar o diagrama de tensão deformação, a qual serviu para obter o valor da deformação à tração do concreto, observável na Figura 60.

A simulação da viga submetida a flexão em 4 pontos foi baseada no trabalho de Silva (2022) e Carneiro, Silva e Teixeira (2021), com a viga modelada utilizando 550 elementos quadrilaterais de 4 pontos, no estado plano de tensões, sendo esses 55 de armadura embutida. Na definição do material, optou-se para o concreto os modelos anteriormente utilizados para simular a viga submetida a flexão em 3 pontos na Seção 5.1, com os parâmetros adotados, observável na Tabela 8.

Figura 60 – Diagrama tensão-deformação à tração.



Fonte: Elaborado pelo autor.

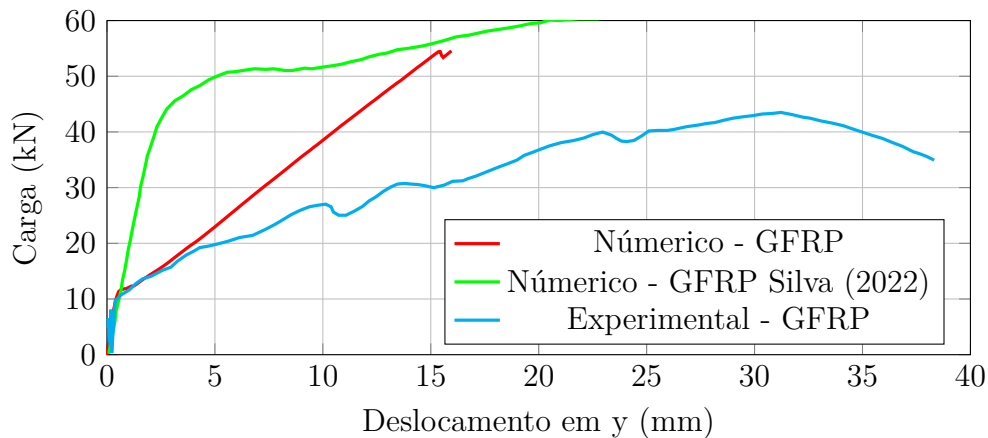
Tabela 8 – Parâmetros do modelo constitutivos de fissuração

Tração		Compressão	
f_t	$2,5 \text{ N/mm}^2$	f_c	$25,0 \text{ N/mm}^2$
G_f	$0,0002 \text{ N/mm}$	ν	0,02
h	0,05 mm	β_r	0,05

Fonte: Adaptado de Reges, Pitangueira e Silva (2022).

Para esta simulação, considerou que as barras e o concreto estão totalmente aderidas. Para a análise não linear, foi definido como estratégia de solução, a mesma estratégia da simulação anterior, sendo o controle de deslocamento generalizado, com passos definidos como o Newton-Raphson padrão. Para as propriedades de solução foram adotados um fator de carga de 1000, tolerância de 1×10^{-3} e carga referência de 1 N. Os resultados podem ser observados na Figura 61.

Figura 61 – Deslocamento vertical da viga no ponto de aplicação da carga (mm).



Fonte: Elaborado pelo autor.

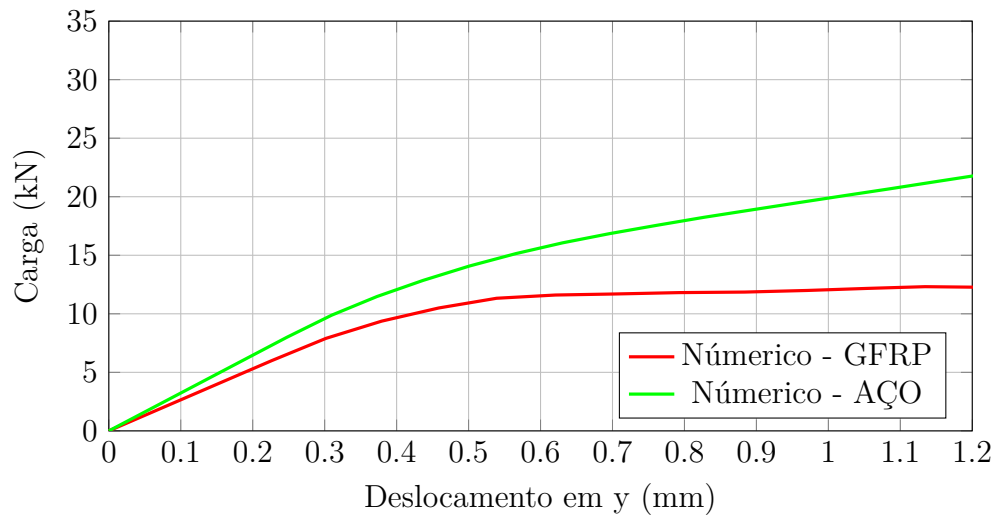
Para essa simulação, destaca-se como resultado, a divergência para com os experimentos e simulações, no caso da simulação realizada por Silva (2022), o resultado diverge em grande escala do resultado experimental.

Segundo Silva (2022), muitos fatores podem corroborar para o resultado obtido, como parâmetros da barra de GFRP no *software* utilizado, a variação de propriedades da barra, que dependem do sentido das fibras, da resina utilizada, e outros fatores. Silva (2022) aponta também a falta de detalhamento das propriedades disponibilizada no estudo experimental de Carneiro, Silva e Teixeira (2021), que informa somente o volume da fibra com a matriz polimérica.

Contudo, a simulação realizada por este trabalho, adotando as propriedades acima explicitadas, obteve resultado satisfatório comparado ao modelo numérico de Silva (2022), tendo uma congruência maior com o estudo experimental de Carneiro, Silva e Teixeira (2021).

A Figura 62 apresenta a relação carga/deslocamento vertical (y) obtida numericamente para elementos de concreto armado com armadura de aço e com armadura de GFRP. Observa-se que a curva correspondente ao aço apresenta maior rigidez inicial e capacidade resistente superior com deslocamentos relativamente pequenos. Em contrapartida, o modelo com GFRP apresenta menor rigidez e maior deformabilidade, atingindo deslocamentos superiores conforme o incremento de carga.

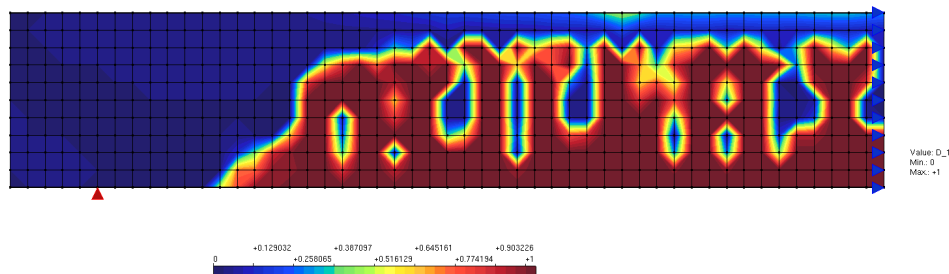
Figura 62 – Deslocamento vertical da viga no ponto de aplicação da carga (mm).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Essa diferença de comportamento reflete as propriedades distintas dos materiais, sendo o GFRP mais frágil, enquanto o aço proporciona maior resistência e rigidez, o que é coerente com a literatura técnica sobre materiais compósitos aplicados ao concreto armado.

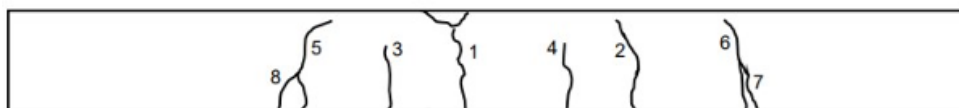
Figura 63 – Mapeamento de dano para o modelo (Passo 114; $P=12,54\text{Kn}$).



Fonte: Adaptada de Carneiro, Silva e Teixeira (2021).

A distribuição do dano observada na Figura 63 indica um padrão de fissuração bem desenvolvido ao longo do núcleo da estrutura, corroborando com o ensaio experimental, como demonstrado na Figura 64. As regiões com valores máximos de dano $D_1 \approx 1$ se concentram de forma dispersa, formando trajetórias verticais e oblíquas, típicas de fissuração por tração e flexão. Esse comportamento é coerente com a progressão de danos esperada para estruturas de concreto submetidas a carregamentos crescentes.

Figura 64 – Abertura de fissura da viga ensaiada por Carneiro, Silva e Teixeira (2021).



Fonte: Elaborada pelo autor.

A coerência entre o padrão de dano e a aplicação de carga confirma a precisão do modelo numérico em representar o comportamento não linear do material, sobretudo sob efeitos progressivos de tração e fissuração.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho alcançou o objetivo proposto de desenvolver e validar modelos numéricos capazes de representar o comportamento de elementos de concreto armado reforçados com barras de fibra de vidro (GFRP). Para isso, caracterizaram-se os materiais, estabeleceram-se leis constitutivas apropriadas e utilizou-se, no ambiente INSANE, rotinas de geração de malha, definição de interface barra-concreto e estratégias incrementais-iterativas de solução. A adequação entre a metodologia empregada e as metas elencadas nos Objetivos Geral e Específicos confirma a pertinência do método dos elementos finitos como ferramenta de investigação prévia à experimentação, reduzindo tempo, custos e impacto ambiental associados a ensaios extensivos. Na modelagem da viga submetida à flexão em três pontos, composta por 132 elementos quadrilaterais, sendo 22 armaduras embutidas, o modelo de fissuração distribuídas reproduziu de forma satisfatória o ensaio de (Mazars; Pijaudier-Cabot, 1989). A trajetória carga-deslocamento obtida para a armadura convencional de aço coincidiu com os resultados experimentais, validando os parâmetros adotados. Já o elemento armado com GFRP apresentou menor rigidez inicial ao comparado com o aço, o que indica comportamento típico de materiais elástico-frágeis. O mapeamento de dano evidenciou concentração de fissuras exatamente nas zonas de maior tração, atestando a coerência física do modelo numérico e a eficácia da lei de aderência implementada.

Na viga ensaiada em quatro pontos foram utilizados 550 elementos de malha, sendo 55 barras embutidas. Uma vez calibrada a curva, a simulação passou a convergir e apresentou boa concordância com os resultados experimentais de Carneiro, Silva e Teixeira (2021), superando em precisão a referência numérica anterior de Silva (2022). Comparativamente, o protótipo com GFRP obteve deslocamentos mais elevados, ao passo que o modelo com armadura de aço manteve-se rígido durante o incremento de carga. As faixas quase periódicas de dano observadas na região de momento fletor constante confirmam a previsão teórica de fissuração múltipla sob flexão pura.

Conclui-se, portanto, que o INSANE se mostrou uma plataforma viável para estudos de concreto armado com GFRP, permitindo captar tanto a resposta global (carga deslocamento) quanto os fenômenos locais de fissuração. Os resultados corroboram o potencial das barras de fibra de vidro para aplicações em ambientes agressivos, desde que se considerem sua menor rigidez e ruptura frágil nas verificações de serviço e de segurança. As principais limitações identificadas concentram-se na escassez de dados experimentais detalhados sobre propriedades do GFRP, o que pode levar a respostas não coerentes, já que os parâmetros necessitam ser coerentes com o material e elemento ensaiado para que os resultados sejam satisfatórios, e nos desafios numéricos de convergência em análises fortemente não lineares. Recomenda-se, como trabalhos futuros, ampliar a validação com ensaios de longo prazo, incorporar efeitos térmicos e reológicos, desenvolver modelos de

análises de aderência para o material com ensaios de arrancamento e investigar técnicas de interfaces mais sofisticadas, a fim de consolidar diretrizes de projeto compatíveis com as recentes normas NBR 17201 (ABNT, 2025a) e NBR 17196 (ABNT, 2025b).

REFERÊNCIAS

- ACEROS AREQUIPA. **MANUAL DE CONSTRUCCIÓN PARA MAESTROS DE OBRA**. Lima, 2022.
- ALARCÃO, J. B. R. de Noronha de. **Aderência entre varões de GFRP e betão. Revisão da literatura e avaliação da equação do ACI 440**. 2014. 144 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.
- AMARAL, V. G. H. do *et al.* **ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM BARRAS DE GFRP: uma revisão sistemática da literatura**. **REEC - Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, v. 20, n. 2, p. 64–79, 2024.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - ACI. **ACI 440R-96**: State-of-the-art report on fiber reinforced plastic (frp) reinforcement for concrete structures. Detroit, 1996.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - ACI. **ACI 440.1R-15**: Guide for the design and construction of structural concrete reinforced with fiber-reinforced polymer (FRP) bars. Detroit, 2015.
- ANDRADE, E. de Lima de. **Estudo sobre a substituição de armadura metálica por barras de fibra de vidro em seções de vigas de concreto armado submetidas à flexão**. 2022. 54 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Barras de polímero reforçado com fibras (FRP) destinadas a armaduras para estruturas de concreto armado**. Rio de Janeiro, 2025.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto armado com barras de polímero reforçado com fibras (FRP)**. Rio de Janeiro, 2025.
- AZEVEDO Álvaro F. M. **Método dos Elementos Finitos**. Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.
- BATHE, K.-J. **Finite Element Procedures**. [S.l.: s.n.]: Prentice Hall, 1996.
- BOONE, T. J.; INGRAFFEA, A. R. Simulation of the fracture process at rock interfaces. *In: Proc. 4th Int. Conf. Numerical Methods in Fracture Mechanics*. [S.l.: s.n.], 1987. p. 519–531.
- BOTELHO, M. H. C.; MARCHETTI, O. **Concreto Armado - Eu te amo**. 10. ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2019. v. 1.
- BRANDÃO, A. M. da S. **Qualidade e Durabilidade das Estruturas de Concreto Armado: Aspectos relativos ao concreto**. 1998. 137 p. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 1998.
- CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION - CSA. **S806-12 (R2017)**: Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers. Toronto, 2017.

- CARNEIRO, L. A. V.; SILVA, R. C. B. e; TEIXEIRA, A. M. A. J. Comportamento de vigas de concreto armadas com barras de GFRP. **Revista Ibero-Americana de Ciências Ambientais**, v. 12, n. 3, p. 208–223, 2021.
- CARREIRA, D. J.; CHU, K. H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. **ACI Journal**, v. 82, p. 795–804, 1985.
- CARVALHO, M. P. M. de. **Corrosão dos aços UNS S30400 e 31600 em meios simuladores de poros de concreto**. 2011. 89 p. Dissertação (Mestrado em Ciências e Tecnologia dos Materiais) — Instituto Politécnico do Rio de Janeiro, UERJ, Nova Friburgo, 2011.
- CARVALHO, R. da C. **Varões em compósito de GFRP para estruturas de betão armado. Estudo da aderência betão-GFRP a temperatura elevada**. 2018. 80 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade de Lisboa, Lisboa, 2018.
- CASTRO, S. S. de. **Framework Teórico e Computacional para Estruturas de Concreto Armado**: Implementação de modelos de armadura e aderência. 2013. 131 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) — Escola de Engenharia, UFMG, Belo Horizonte, 2013.
- COOK, R. D. *et al.* **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. 4. ed. [S.l.: s.n.]: Wiley, 2002.
- COSTA, M. S. M. **Método dos Elementos Finitos Aplicado a Engenharia Civil**. 2014. 11 p. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso) — Faculdades de Ciências Sociais e Agrárias de Itapeva, Itapeva, 2014.
- DUARTE, I. O. *et al.* **Estudo do comportamento à flexão de vigas de concreto armado com barras de GFRP e BFRP**. Campinas, 2021.
- ELIGEHAUSEN, R.; POPOV, E. P.; BERTERO, V. V. Local bond stress slip relationship of deformed bars under generalized excitations. **Earthquake Engineering Research Centre**, v. 4, 1982.
- ENGSETTE. **VERGALHÃO DE FIBRA DE VIDRO**. 2024. Disponível em: <https://engsette.com.br/vergalhao-de-fibra-de-vidro-guia-completo/>.
- ESSS. **Método dos Elementos Finitos**. 2016. Disponível em: <https://www.esss.com/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/>.
- FEDERATION INTERNATIONALE DU BETON - FIB. **Bulletin 40**: Frp reinforcement in rc structures. Lausanne, 2007.
- FILHO, L. C. P. d. S.; HELENE, P. Análise de estruturas de concreto com problemas de resistência e fissuração. *In*: **Concreto: Ciência e Tecnologia**. São Paulo: IBRACON, 2011. v. 2, cap. 32, p. 1124–1174.
- GONÇALVES, J. P. **Fibra de vidro**. 2023. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/quimica/fibra-de-vidro.htm>.
- HUGHES, T. J. R. **The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis**. Dover ed. [S.l.: s.n.]: Dover Publications, 2000.

IBRANCON; ABECE. **Práticas Recomendadas para Projeto de Estruturas de Concreto Armado com Barras de FRP**. 1. ed. São Paulo: IBRACON/ABECE, 2016. 39 p.

INEIA, A. *et al.* Barras de fibra de vidro, uma alternativa inovadora e suas potencialidades: revisão bibliográfica. **Tecno-Lógica**, v. 25, n. 2, p. 243–251, 2021.

KUROWSKI, P. **Engineering Analysis with SOLIDWORKS Simulation 2022**. 1. ed. Mission, KS: SDC Publications, 2022. 582 p.

LIMA, R. dos S.; PRADO, F. S. **ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADAS COM BARRAS DE FIBRA DE VIDRO (GFRP)**. 2015. 7 p. Dissertação (Trabalho de Iniciação Científica) — Instituto Mauá de Tecnologia - IMT, Mauá, 2015.

MAZARS, J.; PIAUDIER-CABOT, G. Continuum damage theory - application to concrete. **Journal of engineering mechanics**, v. 115, n. 2, 1989.

MIDASIT. **Foshan Dongping Bridge**. 2019. Disponível em: <https://resource.midasuser.com/en/project-application/foshan-dongping-bridge>.

MIRANDA, P. S. T. **MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM ESTRUTURAS DE CONCRETO**: revisão bibliográfica e exemplo de aplicação do método. 2008. 25 p. Monografia (Trabalho Disciplinar) — Centro de Tecnologia - UFCE, Fortaleza, 2008.

MORAES, A. J. O método dos elementos finitos e a engenharia civil. **Especialize On-line IPOG**, Goiânia, v. 1, n. 10, 2015.

MUNIZ, M. B. S. *et al.* 02-003 – análise experimental da durabilidade de vigas de concreto armado reforçadas com fibra sintéticas submetidas a ensaios de corrosão induzida. *In: Anais do 3º Seminário Baiano de Durabilidade e Desempenho das Construções*. Salvador: BADUCON, 2020. p. 112–126.

NAVARRO, R. F. Modelos viscoelásticos aplicáveis a materiais reais: uma revisão. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**, Campina Grande, v. 12, n. 1, p. 20, 2017.

PEREIRA, L. R. S.; PENNA, S. S. Cyclic constitutive laws based on the moving focal point proposal for plain concrete under tension and compression. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, IBRACON - Instituto Brasileiro do Concreto, v. 17, n. 2, 2024. ISSN 1983-4195. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1983-41952024000200012>.

PEREIRA, S. S. *et al.* Inovações na engenharia civil: uma análise das novas tendências em materiais de construção. **Revista Caderno Pedagógico**, Curitiba, v. 11, n. 21, p. 38, 2024.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. **ESTRUTURAS DE CONCRETO – CAPÍTULO 1**. São Carlos: USP – EESC – Dep. Eng. de Estruturas, 2004.

Pixabay. **Burj Khalifa, Dubai**. 2021. Disponível em: <https://pixabay.com/illustrations/burj-khalifa-dubai-skyscraper-6653779/>.

REDDY, J. N. **Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells**. 2. ed. [S.l.: s.n.]: CRC Press, 2006.

REGES, P. D. N.; PITANGUEIRA, R. L. d. S.; SILVA, L. L. d. Rc-insane – an interactive environment for nonlinear analysis of reinforced concrete structures. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, IBRACON - Instituto Brasileiro do Concreto, v. 15, n. 3, p. e15304, 2022. ISSN 1983-4195. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1983-41952022000300004>.

RODRIGUES, A. S. *et al.* Barras de fibra de vidro (GFRP) como uma alternativa inovadora. **Congresso Brasileiro de Patologia das Construções**, Gramado, p. 11, 2022.

ROSA, I. C. M. **Comportamento mecânico de materiais compósitos FRP a temperatura elevada**. 2016. 104 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2016.

SANTOS, R. B. **Otimização Paramétrica de Estruturas Treliçadas Sob a Ação de Cargas Dinâmicas Utilizando o Método do Carregamento Estático Equivalente**. 2018. 64 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC Rio, Rio de Janeiro, 2018.

SILVA, A. F. da. **ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE CONCRETO ARMADAS COM BARRAS DE FIBRA DE VIDRO (GFRP)**. 2022. 95 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Universidade Federal de Alagoas - Campus do Sertão, Delmiro Gouveia, 2022.

SORIANO, H. L. **Elementos Finitos: Formulação e aplicação na estática e dinâmica das estruturas**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009.

STRATUS. **Stratus FRP, 2024. Processo de Pultrusão**. 2024. Disponível em: <https://www.stratusfrp.com/artigos/pultrusao>.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS - UFMG. **MANUAL DE UTILIZACAO DO AMBIENTE GRAFICO DE ANALISE DE MODELOS PLANOS**. Belo Horizonte, 2016.

VIEIRA, W. H. **Modelagem numérica de estruturas de concreto com variação de temperatura**. 2018. 102 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals**. 6. ed. [S.l.: s.n.]: Butterworth-Heinemann, 2005. v. 1.